

# 基于时滞不确定理论的导弹鲁棒控制系统设计

沈毅\*, 刘皓

哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001

**摘要:** 针对含有参数不确定性、干扰和响应延迟的控制系统鲁棒性设计问题, 采用状态反馈控制方法设计控制系统, 使得闭环控制系统在保证渐进稳定的同时满足  $H_\infty$  性能指标要求。建立导弹控制系统的线性离散模型, 将提出的基于时滞不确定理论的设计方法应用于导弹俯仰-偏航通道的自动驾驶仪设计。通过仿真计算, 验证了提出的控制系统设计方法在气动参数摄动  $\pm 30\%$  且时滞时间为 1 个采样周期时, 能够保证导弹自动驾驶仪快速稳定地跟踪参考输入, 具有良好的抗干扰特性, 并且能够解决由于不确定性和响应延迟引起的不稳定问题。

**关键词:** 自动驾驶仪; 鲁棒控制;  $H_\infty$  控制; 时滞不确定; 线性矩阵不等式

**中图分类号:** V249 **文献标识码:** A

现代导弹的飞行速度和飞行高度的变化越来越大, 这就使得导弹在飞行过程当中, 气动参数急剧地发生变化。此外, 导弹的控制系统存在响应延迟。因此, 弹体模型具有严重的非线性, 很难建立精确的数学模型。同时, 由于存在参数不确定性和干扰, 所以有必要设计一种鲁棒性很强的导弹控制系统, 使导弹自动驾驶仪在具有参数不确定性、干扰和响应延迟的情况下, 仍然能够快速稳定地跟踪目标。

设计具有抗干扰和参数不确定性的导弹控制系统的方法有很多<sup>[1-5]</sup>。文献[6]中将非线性无源方法用于导弹纵向机动飞行控制, 通过  $H_\infty$  控制器补偿系统的不确定性。文献[7]设计了一种基于线性矩阵不等式(LMI)的鲁棒  $H_\infty$  输出反馈姿态跟踪自动驾驶仪, 它具有良好的抗干扰能力。文献[8]针对倾斜转弯(BTT)导弹的非线性模型, 给出了其适用 backstepping 设计方法的块控模型, 充分利用系统的结构特点, 结合块控原理、

backstepping 设计方法、鲁棒控制和自适应控制方法, 提出了一种鲁棒自适应控制器的设计方法。

然而, 在理论上研究导弹控制系统响应延迟的论文很少, 并且大多数研究的是连续系统。本文根据导弹的实际情况, 以离散系统为研究对象, 在考虑参数不确定性、干扰和响应延迟的情况下, 提出了一种基于状态反馈的鲁棒  $H_\infty$  控制系统设计方法, 该方法能够使闭环控制系统在保证渐进稳定的同时满足  $H_\infty$  性能指标要求。

## 1 问题的描述

考虑如下含有干扰、时滞和不确定性的离散系统:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) = & (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}(k))\mathbf{x}(k) + (\mathbf{A}_d + \Delta\mathbf{A}_d(k))\mathbf{x}(k-d) + \\ & (\mathbf{B} + \Delta\mathbf{B}(k))\mathbf{u}(k) + (\mathbf{B}_1 + \Delta\mathbf{B}_1(k))\mathbf{u}(k-h) + \\ & (\mathbf{B}_2 + \Delta\mathbf{B}_2(k))\mathbf{w}(k) \end{aligned} \quad (1)$$

收稿日期: 2010-06-04; 退修日期: 2010-10-13; 录用日期: 2010-11-11; 网络出版时间: 2010-11-15 18:34

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20101115.1834.004.html

DOI: CNKI:11-1929/V.20101115.1834.004

基金项目: 国家自然科学基金(60874054)

\* 通讯作者. Tel.: 0451-86413411-8602 E-mail: Shen@hit.edu.cn

引用格式: 沈毅, 刘皓. 基于时滞不确定理论的导弹鲁棒控制系统设计[J]. 航空学报, 2011, 32(3): 473-479. Shen Yi, Liu Hao. Robust control system design for missiles based on theory of time-delay and uncertainty[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(3): 473-479.

$$z(k) = Cx(k) + D_1 u(k) + D_2 w(k) \quad (2)$$

式中:  $x(k) \in \mathbf{R}^n$  为状态向量;  $u(k) \in \mathbf{R}^m$  为控制输入;  $z(k) \in \mathbf{R}^q$  为被控输出;  $w(k) \in \mathbf{R}^r$  为外部扰动;  $A, A_d, B, B_1$  和  $B_2$  为具有适当维数的矩阵;  $\Delta A(k), \Delta A_d(k), \Delta B(k), \Delta B_1(k)$  和  $\Delta B_2(k)$  分别为模型中参数的不确定性;  $d$  和  $h$  为滞后时间常数, 已知并且假设为整数, 满足  $0 \leq d \leq \bar{d}$  和  $0 \leq h \leq \bar{h}$ .

假设参数不确定性满足范数有界条件, 即

$$[\Delta A \quad \Delta B] = E_1 \Sigma_1(k) [H_1 \quad H_2] \quad (3)$$

$$[\Delta A_d \quad \Delta B_1 \quad \Delta B_2] = E_2 \Sigma_2(k) [H_3 \quad H_4 \quad H_5] \quad (4)$$

式中:  $\Sigma_i(k)$  满足

$$\Sigma_i^T(k) \Sigma_i(k) \leq I \quad (i = 1, 2) \quad (5)$$

我们的目的是要设计一个状态反馈控制器  $u(k) = Kx(k)$ , 使得闭环系统渐进稳定并且满足  $H_\infty$  性能要求。

引入状态反馈后, 相应的闭环系统为

$$x(k+1) = (A(k) + B(k)K)x(k) + A_d(k)x(k-d) + B_1(k)x(k-h) + (B_2 + \Delta B_2(k))w(k) \quad (6)$$

$$z(k) = (C + D_1 K)x(k) + D_2 w(k) \quad (7)$$

式中:  $A(k) = A + \Delta A(k)$ ;  $A_d(k) = A_d + \Delta A_d(k)$ ;  $B(k) = B + \Delta B(k)$ ;  $B_1(k) = B_1 + \Delta B_1(k)$ ;  $B_2(k) = B_2 + \Delta B_2(k)$ .

为叙述简便, 令  $A_c = A(k) + B(k)K, C_c = C + D_1 K$ , 从而将系统简记为

$$x(k+1) = A_c x(k) + A_d(k)x(k-d) + B_1(k)x(k-h) + B_2(k)w(k) \quad (8)$$

$$z(k) = C_c x(k) + D_2 w(k) \quad (9)$$

## 2 状态反馈控制器的设计

为了证明后面给出的定理, 在设计状态反馈控制器之前需要引入两个引理。

**引理 1**<sup>[9]</sup> 设  $Y, M$  和  $N$  为具有适当维数的矩阵, 其中  $Y$  是对称矩阵, 则对任意满足  $\Gamma^T \Gamma \leq I$  的矩阵  $\Gamma$  有

$$Y + M\Gamma N + N^T \Gamma^T M^T < 0 \quad (10)$$

当且仅当存在一个常数  $\lambda > 0$ , 使得

$$Y + \lambda M M^T + \lambda^{-1} N^T N < 0 \quad (11)$$

**引理 2**<sup>[10]</sup> 对给定的对称矩阵  $S =$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}, \text{ 其中 } S_{11} \in \mathbf{R}^{r \times r}, \text{ 以下 3 个条件等价:}$$

$$(1) S < 0.$$

$$(2) S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0.$$

$$(3) S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0.$$

下面以定理的形式给出状态反馈控制器的设计方法, 并予以证明。

**定理 1** 对于给定的常数  $\gamma > 0$ , 系统式(6)和式(7)存在  $\gamma$  次优  $H_\infty$  控制律  $u(k) = Kx(k)$  的一个充分条件是存在正定对称矩阵  $P, S_1$  和  $S_2$ , 矩阵  $X > 0, T_1 > 0, T_2 > 0, W > 0$  和参数  $\epsilon > 0$  使得如式(12)所示的线性矩阵不等式成立。

$$\begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2^T \\ -\Pi_2 & \Pi_3 \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

式中:

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -T_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -T_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix}$$

$$\Pi_{11} = -X + T_1 + T_2$$

$$\Pi_2 = \begin{bmatrix} AX + BW & A_d X & B_1 W & B_2 \\ CX + D_1 W & 0 & 0 & D_2 \\ \bar{H}_c & \bar{H}_3 X & \bar{H}_4 W & \bar{H}_5 \end{bmatrix}$$

$$\Pi_3 = \begin{bmatrix} -X + \epsilon E E^T & 0 & 0 \\ 0 & -I & 0 \\ 0 & 0 & -\epsilon I \end{bmatrix}$$

$$\bar{H}_c = \begin{bmatrix} H_1 X + H_2 W \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{H}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ H_3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{H}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ H_4 K \end{bmatrix}, \bar{H}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ H_5 \end{bmatrix}$$

$$E = [E_1 \quad E_2]$$

**证明** 选取一个 Lyapunov 函数为

$$V(k) = x^T(k) P x(k) + \sum_{\theta=k-d}^{k-1} x^T(\theta) S_1 x(\theta) + \sum_{\theta=k-h}^{k-1} x^T(\theta) S_2 x(\theta) \quad (13)$$

则  $V(k)$  是正定的, 对于任意  $w(k) \in L_2[0, \infty)$  有

$$\begin{aligned} \Delta V(k) + z^T(k) z(k) - \gamma^2 w^T(k) w(k) = & x^T(k+1) P x(k+1) - x^T(k) P x(k) + \\ & x^T(k) S_1 x(k) - x^T(k-d) S_1 x(k-d) + \\ & x^T(k) S_2 x(k) - x^T(k-h) S_2 x(k-h) + \\ & (C_c x(k) + D_2 w(k))^T (C_c x(k) + D_2 w(k)) - \\ & \gamma^2 w^T(k) w(k) = \\ & \eta^T (\Xi_1 + \Xi_2 + \Xi_3) \eta = \\ & \eta^T (\Xi_1 + \Omega_1^T P \Omega_1 + \Omega_2^T \Omega_2) \eta \end{aligned}$$

式中:

$$\eta = [x^T(k) \quad x^T(k-d) \quad x^T(k-h) \quad w^T(k)]$$

$$\bar{E}_1 = \begin{bmatrix} -P + S_1 + S_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -S_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix}$$

$$\bar{E}_2 = \begin{bmatrix} A_c^T P A_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_d^T P A_d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_1^T(k) P B_1(k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_2^T(k) P B_2(k) \end{bmatrix}$$

$$\bar{E}_3 = \begin{bmatrix} C_c^T C_c & 0 & 0 & C_c^T D_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ D_2^T C_c & 0 & 0 & D_2^T D_2 \end{bmatrix}$$

$$\Omega_1 = [A_c \quad A_d \quad B_1(k) \quad B_2(k)]$$

$$\Omega_2 = [C_c \quad 0 \quad 0 \quad D_2]$$

根据  $H_\infty$  稳定性定理, 闭环系统渐进稳定且满足  $\|z\|_2 \leq \gamma \|w\|_2$ , 则有  $\Delta V(k) < 0$ 。根据引理 2, 有

$$\begin{bmatrix} P_s & 0 & 0 & 0 & A_c^T & C_c^T \\ 0 & -S_1 & 0 & 0 & A_d^T & 0 \\ 0 & 0 & -S_2 & 0 & B_1^T(k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I & B_2^T(k) & D_2^T \\ A_c & A_d & B_1(k)K & B_2(k) & -P^{-1} & 0 \\ C_c & 0 & 0 & D_2 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

式中:  $P_s = -P + S_1 + S_2$ 。

将式(3)和式(4)代入式(14), 并由引理 1 可以得到

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_1 & \bar{\Theta}_1^T \\ \bar{\Theta}_1 & \bar{\Theta}_2 \end{bmatrix} + \bar{E} \Sigma(k) \bar{H} + \bar{H}^T \Sigma^T(k) \bar{E}^T \leq$$

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_1 & \bar{\Theta}_1^T \\ \bar{\Theta}_1 & \bar{\Theta}_2 \end{bmatrix} + \epsilon \bar{E} \bar{E}^T + \epsilon^{-1} \bar{H}^T \bar{H} =$$

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_1 & \Lambda_1^T \\ \Lambda_1 & \Lambda_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

式中:

$$\bar{\Theta}_1 = \begin{bmatrix} A + BK & A_d & B_1 K & B_2 \\ C + D_1 K & 0 & 0 & D_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\Theta}_2 = \begin{bmatrix} -P^{-1} & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}$$

$$H_c = \begin{bmatrix} H_1 + H_2 K \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{H} = [\bar{H}_c \quad \bar{H}_3 \quad \bar{H}_4 \quad \bar{H}_5 \quad 0 \quad 0]$$

$$\Lambda_1 = \begin{bmatrix} A + BK & A_d & B_1 K & B_2 \\ C + D_1 K & 0 & 0 & D_2 \\ H_c & \bar{H}_3 & \bar{H}_4 & \bar{H}_5 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_2 = \begin{bmatrix} -P^{-1} + \epsilon \bar{E} \bar{E}^T & 0 & 0 \\ 0 & -I & 0 \\ 0 & 0 & -\epsilon I \end{bmatrix}$$

$$\bar{E} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad E^T \quad 0]^T$$

由于式(15)中同时含有  $P^{-1}$  和  $P$ , 在利用 LMI 工具箱求解时不方便, 所以进行如下处理: 在方程两边同时乘以矩阵

$$\begin{bmatrix} P^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

可以得到

$$\begin{bmatrix} P_{sp} & 0 & 0 & 0 & P^{-1}(A+BK)^T & P^{-1}(C+D_1K)^T & P^{-1} \begin{bmatrix} H_1 + H_2 K \\ 0 \end{bmatrix}^T \\ 0 & -P^{-1} S_1 P^{-1} & 0 & 0 & P^{-1} A_d^T & 0 & \bar{H}_3^T \\ 0 & 0 & -P^{-1} S_2 P^{-1} & 0 & P^{-1} K^T B_1^T & 0 & \bar{H}_4^T \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I & B_2^T & D_2^T & \bar{H}_5^T \\ AP^{-1} + BK P^{-1} & A_d P^{-1} & B_1 K P^{-1} & B_2 & -P^{-1} + \epsilon \bar{E} \bar{E}^T & 0 & 0 \\ CP^{-1} + D_1 K P^{-1} & 0 & 0 & D_2 & 0 & -I & 0 \\ \begin{bmatrix} H_1 P^{-1} + H_2 K P^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} & \bar{H}_3 P^{-1} & \bar{H}_4 P^{-1} & \bar{H}_5 & 0 & 0 & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

式中:  $P_{sp} = -P^{-1} + P^{-1} S_1 P^{-1} + P^{-1} S_2 P^{-1}$ 。

设  $W = KX$ ,  $T_1 = XS_1X$ ,  $T_2 = XS_2X$ , 代入式(16)则可以得到式(12), 证毕。

### 3 导弹俯仰-偏航通道控制系统设计

本节将第2节提出的设计方法运用到导弹俯仰-偏航通道的自动驾驶仪设计当中。

首先建立俯仰-偏航通道的自动驾驶仪数学模型:

$$\begin{aligned} x(k+1) = & (A + \Delta A(k))x(k) + (A_d + \Delta A_d(k))x(k-d) + \\ & (B + \Delta B(k))u(k) + (B_1 + \Delta B_1(k))u(k-h) + \\ & (B_2 + \Delta B_2(k))w(k) \end{aligned} \quad (17)$$

$$z(k) = Cx(k) + D_1u(k) + D_2w(k) \quad (18)$$

式中:  $x = [\omega_z \quad \alpha \quad \omega_y \quad \beta]^T$  为状态变量, 其中  $\alpha$  为迎角,  $\beta$  为侧滑角,  $\omega_y$  和  $\omega_z$  分别为偏航和俯仰角速度;  $u = [\delta_z \quad \delta_y]^T$  为控制输入, 其中  $\delta_y$  和  $\delta_z$  分别为方向舵偏角和升降舵偏角;  $z = [n_z \quad n_y]^T$  为控制输出, 其中  $n_y$  和  $n_z$  分别为俯仰和偏航方向的过载;  $A$ 、 $B$ 、 $C$  和  $D_1$  的表达式分别为

$$\begin{aligned} A = & \begin{bmatrix} -a_1 - e_1 & e_1 a_4 - a_2 & \frac{(I_x - I_y)\omega_x}{57.3 I_z} & \frac{e_1 \omega_x}{57.3} \\ 1 & -a_4 & 0 & -\frac{\omega_x}{57.3} \\ \frac{(I_z - I_x)\omega_y}{57.3 I_y} & -\frac{e_2 \omega_x}{57.3} & -b_1 - e_2 & e_2 b_4 - b_2 \\ 0 & \frac{\omega_x}{57.3} & 1 & -b_4 \end{bmatrix} \\ B = & \begin{bmatrix} -e_1 a_5 - a_3 & 0 \\ -a_5 & 0 \\ 0 & e_2 b_5 - b_3 \\ 0 & -b_5 \end{bmatrix} \\ C = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{b_4 V}{57.3 g} \\ 0 & \frac{a_4 V}{57.3 g} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ D_1 = & \begin{bmatrix} 0 & -\frac{b_5 V}{57.3 g} \\ \frac{a_5 V}{57.3 g} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

式中:  $a_1 \sim a_5$ ,  $b_1 \sim b_5$ ,  $e_1$  和  $e_2$  为气动参数;  $V$  为速度;  $g$  为重力加速度;  $I_i$  ( $i = x, y, z$ ) 为绕各轴的转动惯量; 式(17)和式(18)中的其他矩阵为相应

的参数矩阵, 且  $\Delta A$  和  $\Delta B$  满足式(3)和式(4)。

根据定理1, 得出如下控制律:

$$u(k) = WX^{-1}x(k) \quad (19)$$

导弹在飞行的过程中, 随着飞行高度和飞行速度的变化, 相应的气动参数也随之变化, 因此, 存在参数不确定性问题, 对应式(19)中的参数不确定性项  $\Delta A$  和  $\Delta B$ 。除此之外, 导弹的控制系统也存在着响应延迟现象, 采用本文提出的设计方法, 可以解决导弹控制系统的参数不确定性和由于响应延迟引起的稳定问题。

设计导弹自动驾驶仪的最基本要求是闭环系统稳定并且能够跟踪给定的参考输入, 因此这一问题可分为两部分, 即镇定控制器和跟踪控制器的设计。可采用第2节的理论设计镇定控制器, 跟踪控制器的设计可参考文献[11]采用模型参考控制。下面给出跟踪控制器的设计方法。

假设参考模型具有如下形式:

$$x_m(k+1) = A_m x_m(k) + B_m u_m(k) \quad (20)$$

$$z_m(k) = C_m x_m(k) + D_m u_m(k) \quad (21)$$

式中:  $A_m$ 、 $B_m$ 、 $C_m$  和  $D_m$  为具有适当维数的相应矩阵。

假设模型参考控制器具有如下结构:

$$u(k) = u_s(k) + u_c(k) \quad (22)$$

式中:  $u_s$  具有稳定系统的作用,  $u_c$  起到补偿的作用, 并且

$$\begin{cases} u_s(k) = Kx(k) \\ u_c(k) = (U - KH)x_m(k) - Qu_m(k) \end{cases}$$

式中:  $U$ 、 $H$  和  $Q$  满足

$$\begin{cases} \bar{A}H + \bar{B}U = HA_m \\ CH + D_1U = C_m \\ \bar{B}Q + HB_m = 0 \\ D_1Q + D_m = 0 \end{cases} \quad (23)$$

式中:  $\bar{A} = A + A_d + \Delta A + \Delta A_1$ ;  $\bar{B} = B + B_1 + \Delta B + \Delta B_1$ 。

通过设计控制律  $u$ , 可以使得系统输出稳定地跟踪参考输入, 即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (z(k) - z_m(k)) = 0 \quad (24)$$

假设参考模型为阶跃响应, 即  $A_m = C_m = I$ ,  $B_m = D_m = 0$ , 则式(23)可以化简为

$$\left. \begin{aligned} (\bar{A} - I)\mathbf{H} + \bar{B}\mathbf{U} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{C}\mathbf{H} + \mathbf{D}_1\mathbf{U} &= \mathbf{I} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

由式(25)可以解出  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{H}$ , 即

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} - I & \bar{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (26)$$

则有如下形式的控制律:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k) &= \mathbf{K}\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}\mathbf{x}_m(k) = \\ & \mathbf{K}\mathbf{x}(k) + (\mathbf{U} - \mathbf{K}\mathbf{H})\mathbf{x}_m(k) \end{aligned} \quad (27)$$

使得受控系统的输出为常值, 即  $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{z}(k) = \mathbf{z}_r$ 。

#### 4 仿真结果及分析

本节的目的是将所提出的理论应用到导弹的自动驾驶仪设计当中, 为解决自动驾驶仪设计时同时存在时滞、干扰和不确定性的问题提供一种新的方法, 通过仿真检验该理论应用在自动驾驶仪设计中是否正确。

采用系数冻结法, 对弹道上的某一特征点进行仿真分析。假设气动参数摄动  $\pm 30\%$ , 时滞时间为一个采样周期, 采样周期  $T=0.01$  s, 采用零阶保持器对系统进行离散化, 选择工作点上的标称参数为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.9686 & -0.2546 & -0.0101 & 0.0238 \\ 0.0098 & 0.9722 & -0.0001 & -0.0137 \\ 0.0102 & -0.0201 & 0.9787 & -0.3903 \\ 0.0001 & 0.0137 & 0.0099 & 0.9903 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0.015 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.01 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1.8266 & 0.0082 \\ -0.0121 & 0.0001 \\ -0.0095 & -1.5819 \\ -0.0001 & -0.0104 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1.3716 \\ 0 & 2.6792 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -0.4519 \\ 0.5301 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} 0.55 & 0 \\ 0 & -0.75 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_1 = [-0.015 \quad 0.01 \quad 0 \quad -0.02]^T$$

$$\mathbf{E}_2 = [0 \quad -0.2 \quad 0 \quad 0.01]^T$$

$$\mathbf{H}_1 = [0.01 \quad 0 \quad -0.01 \quad 0]$$

$$\mathbf{H}_2 = [0.1 \quad -0.02], \mathbf{H}_3 = [0 \quad -0.1 \quad 0 \quad 0.01]$$

$$\mathbf{H}_4 = [0.14 \quad -0.2], \mathbf{H}_5 = [0.2 \quad -0.1]$$

状态变量初始值  $\mathbf{x}_0 = [-3 \quad 0.2 \quad -2 \quad 0.1]^T$ , 参考输入  $\mathbf{y}_r = [n_{zc} \quad n_{yc}]^T = [0 \quad 5]^T$ 。

根据上面提出的时滞不确定性理论, 利用 MATLAB 中的 LMI 工具箱可以求出控制参数为

$$\mathbf{K} = \mathbf{W}\mathbf{X}^{-1} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.5577 & 11.3190 & -0.1438 & -1.8849 \\ 0.0005 & 0.1974 & 0.4589 & 3.4615 \end{bmatrix}$$

$H_\infty$  性能指标  $\gamma = 8.4841$ 。

采用上面的模型参考控制, 得到相应的控制律为  $\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}\mathbf{x}(k) + (\mathbf{U} - \mathbf{K}\mathbf{H})\mathbf{y}_r$ , 仿真结果为

$$\begin{cases} \mathbf{H} = \begin{bmatrix} -1.1088 & -0.0026 & -0.5561 & -0.7940 \\ 1.0027 & 0.3867 & -0.5387 & -0.0033 \end{bmatrix} \\ \mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0.0130 & -0.0682 \\ 0.1969 & 0.0100 \end{bmatrix} \end{cases}$$

本节设计了满足  $H_\infty$  性能指标的导弹俯仰-偏航自动驾驶仪。图 1 和图 2 分别给出了有无不确定性时导弹纵向和横向输出过载的对比曲线。图 3 是系统存在参数不确定性时舵偏角随时间的变化曲线。图 4 是当系统存在不确定性、干扰和时滞时状态变量随时间的变化曲线。从图 1 和图 2 中可以看出, 存在不确定性时, 导弹俯仰-偏航通道自动驾驶仪的输出也能够快速稳定地跟踪参考输入, 说明采用本文理论所设计的导弹自动驾驶仪能够有效抑制参数不确定性和干扰的影响, 并且在系统有响应滞后的情况下, 仍然能够保持闭环系统稳定。

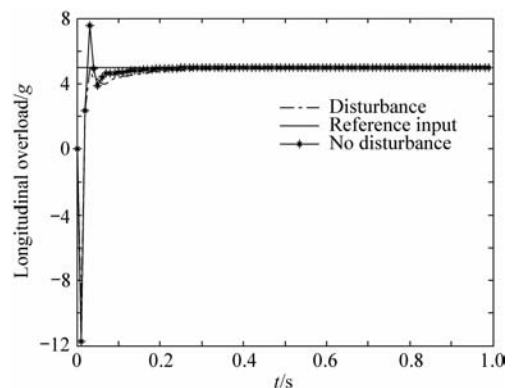


图 1 纵向过载跟踪曲线

Fig. 1 Longitudinal overload tracking curves

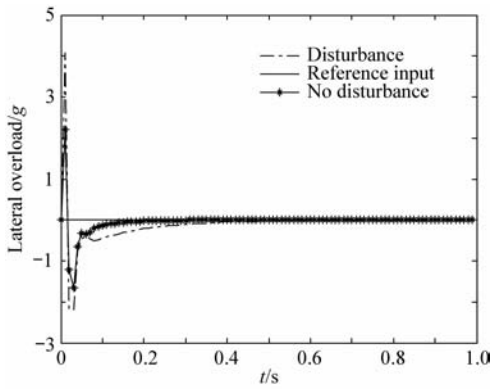


图2 横向过载跟踪曲线

Fig. 2 Lateral overload tracking curves

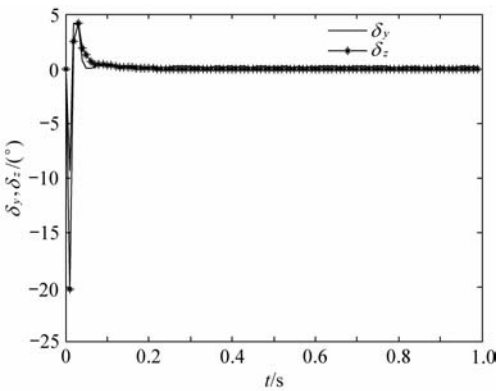


图3 控制输入轨迹

Fig. 3 Trajectories of control inputs

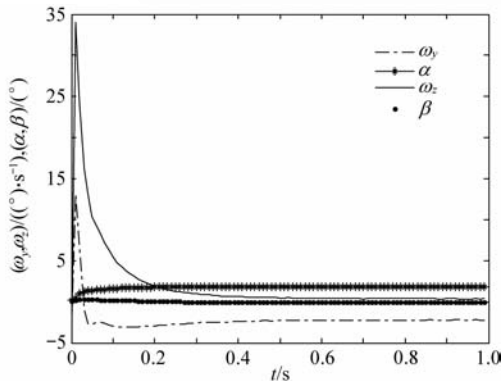


图4 状态变量轨迹

Fig. 4 Trajectories of state variables

## 5 结论

(1) 为解决导弹在飞行过程中由于存在较大的参数不确定性和干扰而引起的控制系统不稳定问题,以及由于控制器存在时间响应延迟而引起的不稳定问题,提供了一种新的方法。

(2) 所提定理是时滞无关的,在时滞时间已知的情况下,存在较大的保守性,除此之外,定理给出的镇定控制器设计方法是充分而非必要的,也带来了一定的保守性。因此,下一步的工作是设计时滞依赖的导弹姿态控制器,并且给出控制器设计的充分必要条件来进一步减少控制器设计的保守性。

## 参考文献

- [1] Trottemant E J, Weiss M, Vermeulen A. Synthesis of robust feedback missile control strategies by using LMI techniques[R]. AIAA-2009-5642, 2009.
- [2] 穆向禹, 周狄, 段广仁. BTT 导弹的抖动抑制多模型切换控制[J]. 航空学报, 2002, 23(2): 268-271.  
Mu Xiangyu, Zhou Di, Duan Guangren. Chattering attenuation multi-model switching control for BTT missile[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23(2): 268-271. (in Chinese)
- [3] Zhou D, Mu C D, Xu W L. Adaptive sliding-mode guidance of a homing missile[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1999, 22(4): 589-594.
- [4] 胡云安, 晋玉强, 崔平远. 有输入未建模动态的导弹鲁棒控制器设计[J]. 飞行力学, 2003, 21(4): 42-45.  
Hu Yun'an, Jin Yuqiang, Cui Pingyuan. Robust controller design for missile system with input unmodeled dynamics[J]. Flight Dynamics, 2003, 21(4): 42-45. (in Chinese)
- [5] Sonneveldt L, Chu Q P, Mulder J A. Nonlinear flight control design using constrained adaptive backstepping[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(2): 322-335.
- [6] 查旭, 崔平远, 刘永才. 导弹纵向机动飞行鲁棒控制[J]. 航天控制, 2003, 21(4): 42-46.  
Zha Xu, Cui Pingyuan, Liu Yongcai. Robust control of longitudinal maneuvering flight for missile[J]. Aerospace Control, 2003, 21(4): 42-46. (in Chinese)
- [7] 顾荃莹, 宋建梅. 导弹鲁棒  $H_\infty$  输出反馈姿态跟踪自动驾驶仪设计[J]. 兵工学报, 2007, 28(6): 682-685.  
Gu Quanying, Song Jianmei. Design of a missile's attitude tracking controller based on  $H_\infty$  robust output feedback[J]. Acta Armamentarii, 2007, 28(6): 682-685. (in Chinese)
- [8] 胡云安, 晋玉强, 查旭, 等. BTT 导弹块模型的鲁棒自适应设计[J]. 宇航学报, 2004, 25(3): 225-230.  
Hu Yun'an, Jin Yuqiang, Zha Xu, et al. Robust adaptive controller design for block BTT missile model[J]. Journal of Astronautics, 2004, 25(3): 225-230. (in Chinese)
- [9] Petersen I R. A stabilization algorithm for a class of uncertain linear system[J]. System and Control Letters.

1987, 8(4): 351-357.

- [10] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 8-9.

Yu Li. Robust control—LMI [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 8-9. (in Chinese)

- [11] Duan G R, Liu W Q, Liu G P. Robust model reference control for multivariable linear systems subject to parameter uncertainties[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2001, 215(6): 599-610.

#### 作者简介:

沈毅(1965—) 男,博士,教授,博士生导师。主要研究方向:故障诊断与检测。

Tel: 0451-86413411-8602

E-mail: Shen@hit.edu.cn

刘皓(1985—) 男,博士研究生。主要研究方向:飞行器制导与控制。

Tel: 0451-86413411-8602

E-mail: lh\_hit\_1985@163.com

## Robust Control System Design for Missiles Based on Theory of Time-delay and Uncertainty

SHEN Yi<sup>\*</sup>, LIU Hao

School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China

**Abstract:** A state feedback controller is designed for a closed-loop control system with parameter and input uncertainty and time-delay which can meet the requirements of closed-loop asymptotic stability and satisfy  $H_\infty$  performance at the same time. A linear discrete model for a missile control system is built and the method proposed is applied to the missile pitch-yaw channel autopilot design. The simulation results show that the proposed control system design method can ensure that the missile autopilot track the reference inputs quickly and demonstrate good performance of anti-jamming under the condition that the aerodynamic parameter perturbation is  $\pm 30\%$  and the delay time is a sampling period. In addition, the problem of instability caused by uncertainty and time-delay is solved.

**Key words:** autopilot; robust control;  $H_\infty$  control; time-delay and uncertainty; linear matrix inequality