

# 基于普通分离原理的制导/估计综合设计方法

叶继坤<sup>1</sup>, 雷虎民<sup>1,\*</sup>, 肖增博<sup>1</sup>, 李炯<sup>1</sup>, 陈治湘<sup>2</sup>

1. 空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800

2. 空军 93671 部队, 北京 101400

**摘要:** 现有的先进制导律研究常常分离设计最优估计器和最优制导律,但是这种分离设计没有被证明是有效和最优的设计方法。本文基于普通分离原理(GST),提出一种制导/估计综合设计方法。首先,将拦截器反导作战模型考虑为一类非线性、非高斯追逃拦截问题,建立了噪声环境中追逐-逃逸对策模型;其次,引入追逃未达集概念,利用几何方法将估计器设计方法结合到制导律的设计中,通过理论推导综合设计了估计器和制导律,给出了未达集中心调整制导律(MSC);最后,通过数值仿真验证了未达集中心调整制导律的制导性能和有效性,并与传统的扩展比例导引律(APN)进行了对比,显示了其优越的制导性能。

**关键词:** 普通分离原理; 制导; 最优; 粒子滤波; 未达集

**中图分类号:** V488.2 **文献标识码:** A

第二次世界大战以来,制导律的研究一直是学者关注的热门课题,传统的比例导引及其改进形式因使用简单而被广泛应用<sup>[1]</sup>。随着科学技术的发展,目标机动性日益增强,采用传统的导引律去拦截高速大机动的目标,显然不能满足未来防空反导作战要求。因此,研究、开发及应用新的制导律已成为当前迫切需要进行的一项重要工作。现有许多先进的制导律,如最优制导律<sup>[2]</sup>、微分对策制导律<sup>[3]</sup>、鲁棒几何制导律<sup>[4]</sup>等都需要获取目标的加速度信息。然而,由于目标加速度不能直接获得,必须通过由传感器获取的噪声环境中的测量数据估计得到,在这种非完全信息下,传统研究方法基于假设已知目标动力学模型信息和目标状态测量信息的条件概率密度函数,分离设计估计器,为拦截器提供目标的状态信息。从分离原理来看,将估计器和制导律分开设计有一定的可行

性<sup>[5]</sup>,但是按照普通分离原理(GST),这种分离设计思想缺少必要的理论支撑<sup>[6]</sup>,只是一种工程化的手段,在设计过程中,难免会带来信息的丢失。

在传统拦截器估计、制导系统的设计过程中,假设分离定理成立,认为目标运动和拦截情况都是确定的<sup>[7-8]</sup>,即确定等价原则成立,从而把估计器和制导律分开设计。然而,实际的拦截问题是以饱和状态变量和非高斯随机干扰为特征的,它并不满足分离定理和确定性等价原则<sup>[9-11]</sup>。文献<sup>[12]</sup>指出:基于分离原理,分别设计估计器和制导律仅对离散、线性高斯噪声环境中的问题有效。然而,对非线性、非高斯噪声问题,该方法却没有被证明是有效的,因此,对于所有的制导系统,分离设计估计器和制导律都是次优的。由文献<sup>[9]~文献[12]</sup>可知:以现有的制导和估计技术,针对弹道导弹类目标,分离设计制导律和估计器

收稿日期:2010-04-12; 退修日期:2010-05-05; 录用日期:2010-08-05; 网络出版时间:2010-11-11 09:09

网络出版地址:www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20101111.0909.008.html

DOI:CNKI:11-1929/V.20101111.0909.008

基金项目:航空科学基金(20090196005)

\* 通讯作者。Tel.: 029-32829723 E-mail:hmlei@163.com

引用格式:叶继坤,雷虎民,肖增博,等. 基于普通分离原理的制导/估计综合设计方法[J]. 航空学报,2011,32(1): 137-144. Ye Jikun, Lei Humin, Xiao Zengbo, et al. Integration design method of estimation and guidance based on general separation theorem [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(1): 137-144.

还不能达到所需的制导精度,因此综合考虑制导和估计问题是必须的。

由于在拦截机动目标时,影响脱靶量的最大因素是对目标状态估计的延迟<sup>[13-14]</sup>,因此,有学者通过把拦截随机机动目标问题转化为信息延迟的追逐-逃逸对策,从而考虑估计延迟,设计了一种新的制导律<sup>[15]</sup>。该制导律使拦截器制导精度有了很大的提高,然而,由于估计延迟只是得到了部分补偿,而且剩余估计误差致使直接碰撞杀伤的精度仍然无法保证,因此将估计的设计融入到制导律设计中是亟待解决的问题。

目前,从公开发表的文献来看,基于普通分离原理的研究相对较少。普通分离原理是基于信息模型集理论提出的一种解决非线性、非高斯问题的理论,该理论将随机离散系统(可能是非线性,也可能是非高斯)变换为经典信息集进行处理<sup>[7]</sup>。根据分离理论,将估计器和制导律分开设计有一定的可行性,但是按照普通分离原理,分开设计不能达到最优的效果,而将估计器的设计融入到制导律的设计中,进行综合考虑将会达到更好的效果。基于普通分离原理的一体化设计思想已经在制导控制<sup>[6]</sup>综合设计中进行了探索性的尝试,也为制导/估计的综合设计提供了可能的解决方案。

鉴于此,将普通分离原理应用到制导/估计的综合设计中,将拦截器反导作战模型考虑为一类非线性、非高斯追逐拦截问题,引入追逐未达集概念,将估计器设计方法结合到制导律的设计中,通过理论推导综合设计估计器和制导律,给出未达集中心调整制导律(MSC),并得出拦截器捕获目标的充分必要条件,最后通过与扩展比例导引律(APN)对比,分析该制导律的拦截性能。

## 1 追逐-逃逸对策模型

将拦截器拦截弹道目标问题考虑为一类非线性、非高斯追逐拦截问题,则双边运动方程可以描述为

$$\mathbf{x}_{k+1}^p = f^p(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{u}_k^p), \mathbf{u}_k^p \in \mathbf{U}_k^p \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_{k+1}^e = f^e(\mathbf{x}_k^e, \mathbf{u}_k^e, \boldsymbol{\omega}_k^e), \mathbf{u}_k^e \in \mathbf{U}_k^e \quad (2)$$

式中: $\mathbf{x}_k^p$ 、 $\mathbf{u}_k^p$ 和 $\mathbf{U}_k^p$ 分别为追击方(拦截器)在时刻 $k$ 的状态、控制和容许控制集; $\mathbf{x}_k^e$ 、 $\mathbf{u}_k^e$ 和 $\mathbf{U}_k^e$ 分别为逃逸方(弹道目标)在时刻 $k$ 的状态、控制和容许控制集; $\boldsymbol{\omega}_k^e$ 为概率密度函数已知的白噪声序

列,且假设其初始状态的分布已知; $\mathbf{x}_{k+1}^p$ 和 $\mathbf{x}_{k+1}^e$ 分别为追击方和逃逸方在时刻 $k+1$ 的状态控制集。

追击方通过式(3)局部获取逃逸方状态的噪声测量:

$$\mathbf{z}_k^p = h^p(\mathbf{x}_k^p, \mathbf{x}_k^e, k) + \mathbf{v}_k^p \quad (3)$$

式中: $\mathbf{v}_k^p$ 为概率密度函数已知的可测噪声。

利用粒子滤波方法构建一个估计器,它能产生逃逸者当前状态条件下的概率密度函数:

$$P_{\mathbf{x}_k^e | \mathbf{x}_k^p} = \epsilon(\ell_k^p) \quad (4)$$

式中: $\ell_k^p$ 为追击方考虑初始条件的观测历史; $\epsilon(\cdot)$ 为估计算子。拦截终端时间指标 $t_i$ 定义为

$$t_i \triangleq \arg \inf r(\mathbf{x}_i^p, \mathbf{x}_i^e) \quad (5)$$

式中: $i$ 表示时刻; $r(\mathbf{x}_i^p, \mathbf{x}_i^e)$ 为双方距离,描述为

$$r(\mathbf{x}_i^p, \mathbf{x}_i^e) = \|\mathbf{L}(\mathbf{x}_i^p) - \mathbf{L}(\mathbf{x}_i^e)\|_2 \quad (6)$$

式中: $\mathbf{L}(\mathbf{x}_i^p)$ 和 $\mathbf{L}(\mathbf{x}_i^e)$ 分别为追逃双方的位置。

接下来要设计一种反馈控制律,满足普通分离原理的形式:

$$\mathbf{u}_k^p = C(\mathbf{x}_k^p, P_{\mathbf{x}_k^e | \mathbf{x}_k^p}) \quad (7)$$

对追击方来说,要求拦截效果为最优。拦截问题的最优结果是零距离截获成功,即

$$r(\mathbf{x}_{t_i}^p, \mathbf{x}_{t_i}^e) = 0$$

## 2 制导/估计综合设计理论推导

### 2.1 定义

(1) 追逃双方可达集

对于追击方,定义

$$\mathbf{R}_p(k) \triangleq \{(\mathbf{L}(\mathbf{x}_s^p), s) \mid \mathbf{x}_s^p = \boldsymbol{\Phi}_{k \rightarrow s}^p(\mathbf{x}_k^p, \{\mathbf{u}_i^p\}_{i=k}^s)\} \subset \mathbf{R}^3 \times N(k) \quad (8)$$

式中: $N(k) \triangleq \{k, k+1, k+2, \dots\}$ ;  $\boldsymbol{\Phi}_{k \rightarrow s}^p$ 为从 $k$ 时刻到 $s$ 时刻的非线性状态转换矩阵。因此,对于控制集 $\{\mathbf{u}_i^p\}_{i=k}^s$ ,  $\mathbf{R}_p(k)$ 为追击方的一族可达点,是针对所有可能的控制输入,通过给定追击者当前时刻状态,外推将来某时刻追击者状态。

与 $\mathbf{R}_p(k)$ 定义类似,根据式(1),对于逃逸方有

$$\mathbf{R}_e(k) \triangleq \{(\mathbf{L}(\mathbf{x}_s^e), s) \mid \mathbf{x}_s^e = \boldsymbol{\Phi}_{k \rightarrow s}^e(\mathbf{x}_k^e, \{\mathbf{u}_i^e\}_{i=k}^s, \{\boldsymbol{\omega}_i^e\}_{i=k}^s)\} \subset \mathbf{R}^3 \times N(k) \quad (9)$$

式中: $\{\boldsymbol{\omega}_i^e\}_{i=k}^s$ 为噪声实现。

(2) 追逃双方未达集

为了便于描述问题,引入未达集概念,定义给

定时刻  $k$  的集合:

$$\mathbf{M}(k) \triangleq \left\{ \left( \mathbf{L}(\mathbf{x}_x^p), \mathbf{L}(\mathbf{x}_s^E), s \right) \left| \begin{array}{l} \mathbf{L}(\mathbf{x}_s^p, s) \in \mathbf{R}_p(k) \\ \mathbf{L}(\mathbf{x}_s^E, s) \in \mathbf{R}_E(k) \\ \text{s. t. } (\mathbf{x}_s^p, \mathbf{x}_s^E, s) \in \Gamma \end{array} \right. \right\} \subset \mathbf{R}^3 \times \mathbf{R}^3 \times N(k) \quad (10)$$

式中:  $\Gamma$  为式(5)约束的终端集。将式(10)称为追逃双方未达集。

令  $\mathbf{M}_{P,E}(k)$  为不考虑到达时间限制的情况下从时刻  $k$  开始的所有可能未达的集合, 则有

$$\mathbf{M}_{P,E}(k) \triangleq \{ (\mathbf{L}(\mathbf{x}_x^p), \mathbf{L}(\mathbf{x}_s^E)) \mid \exists s \geq k: (\mathbf{L}(\mathbf{x}_s^p), \mathbf{L}(\mathbf{x}_s^E), s) \in \mathbf{M}(k) \} \quad (11)$$

(3) 追逃双方未达位置集

分别定义追逃双方未达位置集为

$$\mathbf{M}_{P,T}(k) \triangleq \{ \mathbf{L}(\mathbf{x}_s^p) \mid \exists \mathbf{x}_s^E: (\mathbf{L}(\mathbf{x}_s^p), \mathbf{L}(\mathbf{x}_s^E), s) \in \mathbf{M}(k) \} \quad (12)$$

$$\mathbf{M}_{E,T}(k) \triangleq \{ \mathbf{L}(\mathbf{x}_s^E) \mid \exists \mathbf{x}_s^p: (\mathbf{L}(\mathbf{x}_s^p), \mathbf{L}(\mathbf{x}_s^E), s) \in \mathbf{M}(k) \} \quad (13)$$

这些集合都是  $\mathbf{M}(k)$  在空间  $\mathbf{R}^3 \times N(k)$  上的投影。

## 2.2 制导/估计综合设计理论证明

### 引理 1

$$\mathbf{M}_{P,T}(k) \subset \mathbf{R}_p(k), \forall k < t_f \quad (14)$$

$$\mathbf{M}_{E,T}(k) \subset \mathbf{R}_E(k), \forall k < t_f \quad (15)$$

根据  $\mathbf{M}_{P,T}(k)$ 、 $\mathbf{M}_{E,T}(k)$ 、 $\mathbf{R}_p(k)$  和  $\mathbf{R}_E(k)$  的定义, 可以直接推导出引理 1, 从物理意义上讲, 即逃逸方和追击方的未达位置集必须满足它们各自的可达集要求。

### 引理 2

追逃双方可达集和终端未达位置集分别满足

$$\mathbf{R}_p(k+1) \subset \mathbf{R}_p(k), \forall k < t_f \quad (16)$$

$$\mathbf{R}_E(k+1) \subset \mathbf{R}_E(k), \forall k < t_f \quad (17)$$

$$\mathbf{M}_{P,T}(k+1) \subset \mathbf{M}_{P,T}(k), \forall k < t_f \quad (18)$$

$$\mathbf{M}_{E,T}(k+1) \subset \mathbf{M}_{E,T}(k), \forall k < t_f \quad (19)$$

引理 2 也称为包含特性, 可以通过追逃双方可达集和未达位置集的定义得到。在  $\mathbf{R}_E(k+1)$  的构建中仅用到输入集  $\{\mathbf{u}_i^E\}_{i=k+1}^{t_f}$  和  $\{\boldsymbol{\omega}_i^E\}_{i=k+1}^{t_f}$ , 相反, 在  $\mathbf{R}_E(k)$  的构建中除了用到输入集  $\{\mathbf{u}_i^E\}_{i=k+1}^{t_f}$  和  $\{\boldsymbol{\omega}_i^E\}_{i=k+1}^{t_f}$  以外, 还可能要利用  $\mathbf{u}_k^E$  和  $\boldsymbol{\omega}_k^E$ 。追击

方的可达集可利用输入  $\{\mathbf{u}_i^p\}_{i=k}^{t_f}$ , 并用上述相同的方法获取。与之不同的是, 在  $\mathbf{M}_{E,T}(k)$  和  $\mathbf{M}_{P,T}(k)$  的创建过程中, 需要追逃两者的输入, 从而得到终端未达位置集的包含关系。

**定理 1** 如满足式(20), 则可保证追击方截获目标。

$$\mathbf{M}_{E,T}(k) \subset \mathbf{R}_p(k), \forall k \quad (20)$$

根据定义, 可知式(20)为保证截获的充分条件, 即追击方能到达逃逸方的未达位置, 因此, 对任何逃逸方未达位置, 存在追击方的控制函数, 形成一个追击轨迹(弹道)。

**定理 2** 截获的充分必要条件可描述为: 当且仅当式(21)满足时, 可保证截获。

$$\mathbf{M}_{E,T}(k) \subset \mathbf{M}_{P,T}(k), \forall k \quad (21)$$

### 证明

(1) 充分性证明

令  $k=t_f$ , 则集合  $\mathbf{M}_{P,T}(t_f)$  为单元素集合(即在所有截获条件下开始的状态, 在终端条件满足后就立即结束), 类似地,  $\mathbf{M}_{E,T}(t_f)$  也有相同的性质。式(21)给定  $\mathbf{M}_{E,T}(t_f) \subset \mathbf{M}_{P,T}(t_f)$ , 由于两个集合均为单元素集合, 它们必须相同, 因此,  $\mathbf{M}_{E,T}(t_f) = \mathbf{M}_{P,T}(t_f)$ , 满足截获条件。

(2) 必要性证明

令  $\zeta \in \mathbf{R}^3$  为任意截获位置。根据定义可知, 存在时间  $T \geq k$  满足  $(\zeta, T) \in \mathbf{M}_{E,T}(k)$  和  $(\zeta, T) \in \mathbf{R}_p(T)$ , 由引理 2 可知  $(\zeta, T) \in \mathbf{R}_p(k)$ , 利用式(10)和式(12)可得  $(\zeta, T) \in \mathbf{M}_{P,T}(k)$ 。又因为  $\zeta$  为任意一个截获位置, 因此, 定理 2 得证。

构造  $\mathbf{R}_p^r(k)$ 、 $\mathbf{M}^r(k)$  和  $\mathbf{M}_{P,E}^r(k)$  分别与  $\mathbf{R}_p(k)$ 、 $\mathbf{M}(k)$  和  $\mathbf{M}_{P,T}(k)$  的形式类似, 但所有集合  $\{\mathbf{u}_i^p\}_{i=k}^{\infty}$  中初始控制值选定为  $\boldsymbol{\gamma}$ , 也就是  $\mathbf{u}_k^p = \boldsymbol{\gamma}$ , 于是利用定理 2, 则可推导出保证截获的一个条件(即推论 1)。

**推论 1** 任意选择的控制函数  $\dot{\mathbf{u}}_k^p$ , 若对任意  $k$  满足  $\mathbf{M}_{P,T}^{\dot{\mathbf{u}}_k^p}(k) \supset \mathbf{M}_{E,T}(k)$ , 则保证截获。

**证明** 由引理 2, 如果控制函数  $\mathbf{u}_k^p$  可以转换到  $\dot{\mathbf{u}}_k^p$ , 那么式(22)成立。

$$\mathbf{M}_{E,T}(k+1) \subset \mathbf{M}_{E,T}(k) \subset \mathbf{M}_{P,T}^{\dot{\mathbf{u}}_k^p}(k) \quad (22)$$

由引理 1, 可得

$$\mathbf{M}_{P,T}^{\dot{\mathbf{u}}_k^p}(k) \subset \mathbf{R}_p^{\dot{\mathbf{u}}_k^p}(k) \quad (23)$$

由引理 2, 可知  $\mathbf{R}_p^i(k) = \mathbf{R}_p(k+1)$ , 则利用式 (22) 和式 (23), 得

$$\mathbf{M}_{E,T}(k+1) \subset \mathbf{R}_p(k+1) \quad (24)$$

如果在所有时间步长中,  $\dot{\mathbf{u}}_k^p$  均满足  $\mathbf{M}_{P,T}^{\dot{\mathbf{u}}_k^p}(k) \supset \mathbf{M}_{E,T}(k)$ , 则式 (24) 对所有的  $k$  均成立, 结合定理 1 可知能够保证拦截器截获目标。

证毕。

要实现推论 1, 需要估计可达集和未达集。因为追击方对其自身当前状态  $\mathbf{R}_p(k)$  完全可知, 而对逃逸方的状态  $\mathbf{x}_k^E$  却不知, 但能在一定精度上进行估计。因此, 逃逸方的可达集能用  $\tilde{\mathbf{x}}_k^E$  代替式 (9) 中的  $\mathbf{x}_k^E$  进行估计。因此, 逃逸方可达集可描述为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_E(k) \triangleq & \{ \mathbf{L}(\tilde{\mathbf{x}}_T^E) \mid \exists \tilde{\mathbf{x}}_k^p \sim P_{\mathbf{x}_k^E | \mathbf{p}_k^p}, \tilde{\mathbf{x}}_T^E = \\ & \Phi_{k \rightarrow T}^E(\tilde{\mathbf{x}}_k^E, \{\tilde{\mathbf{u}}_i^E\}_{i=k}^T, \{\omega_i^E\}_{i=k}^T) \} \end{aligned} \quad (25)$$

式中: 控制序列  $\{\tilde{\mathbf{u}}_i^E\}_{i=k}^T$  通过追击方对逃逸方的先验知识进行定义, 其形式可能为加速度有界模型或加速度随机模型。

与式 (10) 类似, 经过估计后的未达集定义为

$$\tilde{\mathbf{M}}(k) \triangleq \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{L}(\mathbf{x}_s^p) \in \mathbf{R}_p(k) \\ \mathbf{L}(\tilde{\mathbf{x}}_s^E, s) \in \tilde{\mathbf{R}}_E(k) \\ \text{s. t. } (\mathbf{x}_s^p, \tilde{\mathbf{x}}_s^E, s) \in \Gamma \end{array} \right\} \quad (26)$$

同理,  $\tilde{\mathbf{M}}_{E,T}(k)$ ,  $\tilde{\mathbf{M}}_{P,T}(k)$  和  $\tilde{\mathbf{M}}_{P,E}(k)$  表示经过估计后的未达集, 其表达式分别为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{M}}_{E,T}(k) &= \{ \mathbf{L}(\tilde{\mathbf{x}}_s^E, s) \mid \exists \mathbf{x}_s^p: (\mathbf{L}(\mathbf{x}_s^p), \\ & \mathbf{L}(\tilde{\mathbf{x}}_s^E), s) \in \mathbf{M}(k) \} \\ \tilde{\mathbf{M}}_{P,T}(k) &= \{ \mathbf{L}(\mathbf{x}_s^p, s) \mid \exists \tilde{\mathbf{x}}_s^E: (\mathbf{L}(\mathbf{x}_s^p), \\ & \mathbf{L}(\tilde{\mathbf{x}}_s^E), s) \in \mathbf{M}(k) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{M}}_{P,E}(k) &= \{ (\mathbf{L}(\mathbf{x}_s^p), \mathbf{L}(\tilde{\mathbf{x}}_s^E)) \mid \exists s \geq k: \\ & (\mathbf{L}(\mathbf{x}_s^p), \mathbf{L}(\tilde{\mathbf{x}}_s^E), s) \in \mathbf{M}(k) \} \end{aligned}$$

其形式与式 (11)~式 (13) 类似。

**推论 2** 在测量噪声存在的情况下, 不能保证追击方截获目标。

**证明** 由  $\mathbf{M}_{E,T}(k) \subset \tilde{\mathbf{M}}_{E,T}(k)$ , 如定理 2 所述, 只有保证式 (27) 成立才能保证截获。

$$\tilde{\mathbf{M}}_{E,T}(k) \subset \tilde{\mathbf{M}}_{P,T}(k), \forall k \quad (27)$$

但是, 与定理 2 不同的是, 保证式 (27) 成立是不可能的。因为  $\mathbf{R}_p(t_1)$  是一个单元素集合 (在对

策末端, 追击方可以获得自身的位置信息), 但是, 由于  $\tilde{\mathbf{x}}_k^E$  的不确定性,  $\tilde{\mathbf{R}}_E(t_1)$  不是单元素集合。也就是说, 由于测量的不确定性, 追击方不知道逃逸者的确切位置。因此, 在某个时间段内, 可以保证式 (27) 成立, 即满足  $\tilde{\mathbf{M}}_{E,T}(k) \subset \tilde{\mathbf{M}}_{P,T}(k)$  ( $\forall k \leq t_1 < t_f$ ), 其中  $t_1$  为该时间段的起始时刻。

证毕。

### 3 制导律设计

定理 2 说明了分离原理能被应用的情况下确保截获的条件是在非线性、非高斯过程噪声存在时, 所有目标信息均是可知的。相反, 在只知道部分信息的情况下, 推论 2 认为不能保证截获。推论 1 和推论 2 针对的是信息部分可知的情况, 这两个推论是非线性、非高斯追逃对策问题设计追击方制导律的基础。

制导律设计由以下步骤组成:

- ① 应用粒子滤波器重构后验概率密度函数  $P(\mathbf{x}_k^E | \mathbf{x}_k^p)$ 。
- ② 利用蒙特卡罗方法<sup>[16-17]</sup>估计集合  $\tilde{\mathbf{M}}^r(k)$ 。
- ③ 依据推论 1 计算控制值, 用  $\tilde{\mathbf{M}}^r(k)$  代替  $\mathbf{M}(k)$ 。

给定两个关于  $\tilde{\mathbf{M}}_{E,T}(k)$  和  $\tilde{\mathbf{M}}_{P,T}(k)$  的粒子滤波表达形式, 其中  $\tilde{\mathbf{M}}_{P,T}(k)$  为控制量为  $\mathbf{u}$  的估计未达集, 很难判断未达集条件是否能满足, 为了解决这个问题, 考虑对这两个集合进行中心调整。如图 1 所示, 如果  $\tilde{\mathbf{M}}_{P,T}(k)$  大于  $\tilde{\mathbf{M}}_{E,T}(k)$ , 很明显, 通过调整两个集合的中心位置可以使  $\tilde{\mathbf{M}}_{E,T}(k) \subset \tilde{\mathbf{M}}_{P,T}(k)$ , 则两个集合的中心调整可以通过距离测量实现, 即

$$d(\mathbf{A}, \mathbf{B}) \triangleq \max_t \max_{\substack{(\mathbf{a}, t) \in \mathbf{A} \\ (\mathbf{b}, t) \in \mathbf{B}}} \|\mathbf{a} - \mathbf{b}\| \quad (28)$$

式中:  $\mathbf{a}$  为集合  $\mathbf{A}$  中元素位置信息;  $\mathbf{b}$  为集合  $\mathbf{B}$  中元素位置信息;  $t$  为时间。

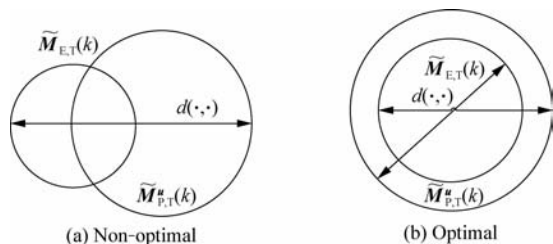


图 1 集合  $\tilde{\mathbf{M}}_{P,T}(k)$  和  $\tilde{\mathbf{M}}_{E,T}(k)$  的关系示意图

Fig. 1 Schematic diagram for sets  $\tilde{\mathbf{M}}_{P,T}(k)$  and  $\tilde{\mathbf{M}}_{E,T}(k)$

MSC可通过下列最优程序和算法实现:每个时间步长里执行

$$\mathbf{u}_k^p = \arg \min_{\|\mathbf{u}\| \leq a_{\max}^c} G(\mathbf{u}) \quad (29)$$

式中: $G(\mathbf{u}) \triangleq d(\widehat{\mathbf{M}}_{E,T}(k), \widehat{\mathbf{M}}_{P,T}^u(k))$ ;  $a_{\max}^c$ 为控制量的最大值。

#### 4 仿真分析

为了检验设计的制导律的性能和有效性,进行了仿真研究,并与APN<sup>[18]</sup>的制导性能进行了对比。APN采用粒子滤波器先进行估计滤波,然后将估计值应用到制导指令解算中。其中,粒子滤波算法步骤详见文献<sup>[19]</sup>,在此不再赘述。

在非线性二维垂直平面拦截中,追逃双方都是一阶动力学模型,时间常数设为0.2 s,目标在空间位置为(50,50) km时,拦截器空间位置为(0,0) km,追逃双方均为常速,目标速度为(2.5, 2.5) km/s,初始速度方向为0°,目标按照 $a_t = ng$ 的恒定加速度进行机动,其中 $0 < n \leq 8$ ,拦截器速度为(2.0, 2.0) km/s,初始速度为45°, $g$ 为重力加速度。拦截器和目标的加速度垂直于当前速度。仿真时间为15 s,仿真步长为0.01 s,APN的比例常数设为3.5。

为简化分析,追踪模型表示为

$$\mathbf{X}_{k+1} = \Phi \mathbf{X}_k + \tau \omega_k \quad (30)$$

$$\mathbf{Z}_{k+1} = \arctan(\mathbf{Y}_k | \mathbf{X}_k) + \mathbf{v}_k \quad (31)$$

式中:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{X}_{k+1} = [x_k \quad \dot{x}_k \quad y_k \quad \dot{y}_k]^T \\ \omega_k = [\omega_{x,k} \quad \omega_{y,k}]^T \\ \Phi = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \tau = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 & \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & T & 0 & T \end{bmatrix}^T \end{array} \right.$$

$\omega_k$ 和 $\mathbf{v}_k$ 为零均值的高斯白噪声和协方差分别为

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{Q}: E(\omega_k \omega_j^T) = \mathbf{Q} \delta_{j,k} \\ r: E(\mathbf{v}_k \mathbf{v}_j^T) = r \delta_{k,j} \end{array} \right\} \quad (32)$$

式中: $\mathbf{Q} = q \mathbf{I}_2$ ,  $\mathbf{I}_2$ 为二阶单位矩阵,  $\sqrt{q} = 0.001$ ;  $\sqrt{r} = 0.005$ 。假设状态变量的初始值 $\mathbf{X}_0 = [0.05 \quad 0.001 \quad 0.7 \quad -0.055]^T$ ,同时初始状态变量是一个已知均值和方差的高斯分布,均值和方差分别为

$$\bar{\mathbf{X}}_0 = [0 \quad 0 \quad 0.4 \quad -0.05]^T \quad (33)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_4^2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

式中: $\sigma_1^2 = 0.5$ ,  $\sigma_2^2 = 0.005$ ,  $\sigma_3^2 = 0.3$ ,  $\sigma_4^2 = 0.01$ 。

通过以上条件进行粒子滤波,得到目标位置信息,进而获取视线角速率用于APN解算制导指令。

为比较拦截器拦截目标中的能量消耗,采用控制能量<sup>[20]</sup>(TCE)作为比较参数:

$$\text{TCE} = \int_{t_0}^{t_f} a_p^2 dt \quad (35)$$

式中: $a_p$ 为拦截器加速度。

仿真结果如图2~图4所示。图2和图3分别表示了MSC和APN的脱靶量、控制能量与目标机动加速度值之间的关系,其中统计脱靶量是在目标一定机动加速度形势下,蒙特卡罗<sup>[16-17]</sup>仿真100次后的统计量。图4表示在目标加速机动中, $n=5$ 的情况下拦截器的过载时间历程。

由图2可知,当目标以0~8g的加速度进行机动时,MSC的平均脱靶量小于APN,即相对于

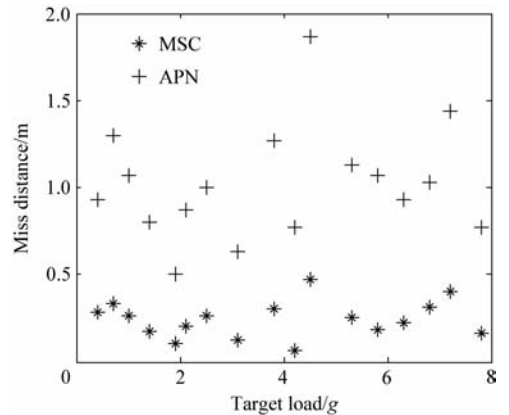


图2 统计脱靶量分布图

Fig. 2 Distribution of statistical miss distance

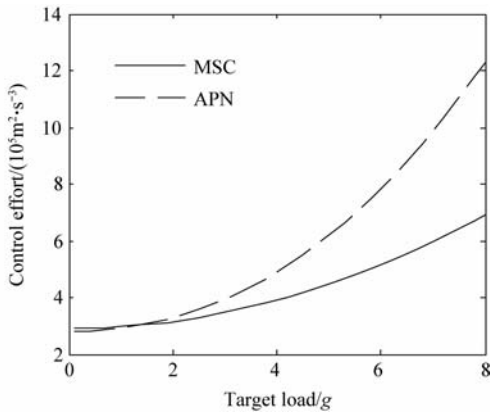


图3 MSC和APN控制能量仿真曲线

Fig. 3 Simulation of total control effort for MSC and APN

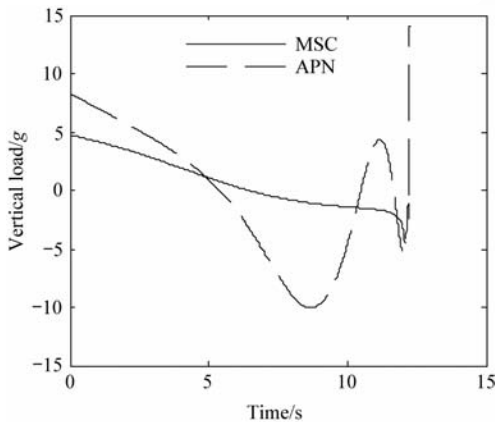


图4  $a_1=5g$ 时过载历程仿真曲线

Fig. 4 Time history of pursuer vertical load for  $a_1=5g$

APN, MSC 具有更高的制导精度。图3表明在攻击恒定加速度机动的目标时, MSC 控制能量明显小于 APN, 而且随着目标机动能力的加强, 要实施精确拦截目标, APN 消耗的控制能量更大, 而 MSC 消耗能量变化相对较小, 这在一定程度上降低了拦截器的能量消耗。图4表明在目标以一定的过载进行机动时, 相对于 APN, MSC 的过载幅值变化较小, 曲线振荡较小, 克服了 APN 带来的末端过载发散问题, 降低了对拦截器执行机构的要求, 因此, 可以说 MSC 在拦截开始阶段补偿了目标机动, 且在命中点附近需用过载明显小于 APN, 从而避免了在拦截末端发生过载饱和的可能。

仿真结果表明, 基于普通分离原理设计的 MSC 可以应用于现代防空反导武器试验中, 相对

于传统的 APN, 该制导律具有更高的制导精度, 过载变化更加平稳, 控制能量变化较小。

## 5 结论

基于普通分离原理对制导/估计进行了综合考虑, 设计了一种未达集中心调整制导律。该制导律通过粒子滤波方法对未达集进行估计, 利用几何理论对未达集中心调整, 将估计器设计方法结合到制导律的设计中, 给出了制导/估计综合设计时的制导指令, 在一定程度上减弱了因估计延迟、剩余估计误差、系统延迟等因素对制导性能的影响, 提高了武器系统的制导能力。数值仿真研究表明, 设计的制导律较传统导引律具有更高的制导精度和更低的过载要求, 对未来防空反导的饱和攻击具有重要的意义。

本文制导律的设计是针对拦截器过载不受限制的情况, 并且没有过多考虑动力学环节, 这在实际弹目交战中受到很大限制, 因此, 在考虑拦截器实际过载承受能力和动力学环节的情况下, 将控制融合到制导/估计一体化的设计中将是下一步研究的重点。

## 参考文献

- [1] Ghose D. True proportional navigation with maneuvering target[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1994, 30(1): 229-237.
- [2] Morgan R W. A new paradigm in optimal missile guidance [D]. Tucson: The University of Arizona, 2007.
- [3] 汤善同. 微分对策制导规律与改进的比例导引制导规律性能比较[J]. 宇航学报, 2002, 23(6): 38-42.  
Tang Shantong. Performance comparison proportional of differential game navigation guidance and improvement laws[J]. Journal of Astronautics, 2002, 23(6): 38-42. (in Chinese)
- [4] 张友安, 胡云安, 苏身榜. 三维制导的几何方法和鲁棒几何方法[J]. 航空学报, 2002, 23(1): 88-90.  
Zhang Youan, Hu Yun'an, Su Shenbang. Geometric approach and robust control approach to three-dimensional missile guidance [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23(1): 88-90. (in Chinese)
- [5] Friendland B. Control system design[M]. Dover: Dover Publications, 2005.
- [6] Witsenhausen H S. Separation of estimation and control for discrete time systems[J]. Proceedings of the IEEE, 1971, 59(11): 1557-1566.

- [7] Wonham W M. On the separation theorem of stochastic control[J]. SIAM Journal on Control, 1986, 6(2): 312-326.
- [8] Shinar J, Shima T. Non-orthodox guidance law development approach for the interception of maneuvering anti-surface missiles[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, 25(4): 658-666.
- [9] Shinar J, Oshman Y, Turetsky V. On the need for integrated estimation/guidance design for hit-to-kill accuracy [C]// Proceedings of the American Control Conference, 2003: 402-407.
- [10] Shinar J, Shim T, Kebke A. On the validity of linearized analysis in the interception of reentry vehicles[R]. AIAA-1998-4303, 1998.
- [11] Chen R H, Speyer J L. Homing missile guidance and estimation for three-dimensional intercept [R]. AIAA-2008-7457, 2008.
- [12] Shinar J, Turetsky V. What happens when certainty equivalence is not valid? Is there an optimal estimator for terminal guidance? [J]. Annual Reviews in Control, 2003, 27(2): 119-130.
- [13] Shima T, Shinar J, Weiss H. New interceptor guidance law integrating time-varying and estimation-delay models [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(2): 295-303.
- [14] 刘庆鸿, 陈德源, 王子才. 延迟对拦截弹制导精度的影响 [J]. 宇航学报, 2003, 24(6): 642-645.  
Liu Qinghong, Chen Deyuan, Wang Zicai. Effect of system delay on guidance accuracy of interceptor[J]. Journal of Astronautics, 2003, 24(6): 642-645. (in Chinese)
- [15] Shinar J, Glizer V Y. Solution of a delayed information linear pursuit-evasion game with bounded controls[J]. International Game Theory Review, 1999, 1(3): 197-217.
- [16] Doucet A, de Freitas N, Gordon N. Sequential Monte Carlo methods in practice[M]. New York: Springer-Verlag, 2001.
- [17] Tetlow M R, Evans M E, Schneider G M. Monte Carlo analysis for a booster flyback guidance system[R]. AIAA-2005-819, 2005.
- [18] Imado F, Kuroda T, Ichikawa A. A trade-off study between conventional and augmented proportional navigation [R]. AIAA-1996-3882, 1996.
- [19] 韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜. 多源信息融合[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 49-50.  
Han Chongzhao, Zhu Hongyan, Duan Zhansheng. Multi-source information fusion[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006: 49-50. (in Chinese)
- [20] Srivastava R, Prabhakar N, Sarkar A K, et al. Three-dimensional nonlinear inverse dynamics guidance law for parallel navigation[R]. AIAA-2004-4904, 2004.

#### 作者简介:

**叶继坤**(1984—) 男, 博士研究生。主要研究方向: 飞行器制导与控制。

E-mail: jikunbo@sina.com

**雷虎民**(1960—) 男, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 飞行器导航、制导与控制。

E-mail: hml@163.com

**肖增博**(1984—) 男, 博士研究生。主要研究方向: 飞行器制导与控制。

**李炯**(1979—) 男, 博士, 讲师。主要研究方向: 飞行器导航、制导与控制。

**陈治湘**(1979—) 男, 博士。主要研究方向: 飞行器导航、制导与控制。

# Integration Design Method of Estimation and Guidance Based on General Separation Theorem

YE Jikun<sup>1</sup>, LEI Humin<sup>1\*</sup>, XIAO Zengbo<sup>1</sup>, LI Jiong<sup>1</sup>, CHEN Zhixiang<sup>2</sup>

1. Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China

2. Air Force Unit 93671, Beijing 101400, China

**Abstract:** Present interceptor guidance research is frequently based on separating the design of the estimator and that of the guidance law, but the theorem is not proven valid and optimal. This article proposes a new way of integrating the guidance and estimation using the general separation theorem (GST). First, based on the consideration that the model for anti-missiles is a nonlinear and non-Gaussian problem, a model is built of guiding a missile towards an evading agile target in noisy environments. Second, the concept of a miss-set is introduced, and a geometric approach is utilized to incorporate the design of a guidance law into that of the optimal estimator under the guidelines of the general separation theorem. After an integrated guidance and estimation is derived, a miss-set centering guidance law (MSC) is proposed. Finally, a numerical study is provided which demonstrates the performance and viability of the proposed method in a realistic engagement scenario. A comparison between the proposed method and the augmented proportional guidance law (APN) is carried out to demonstrate a significant improvement of the former over the latter.

**Key words:** general separation theorem; guidance; optimal; particle filtering; miss-set

**Received:** 2010-04-12; **Revised:** 2010-05-05; **Accepted:** 2010-08-05; **Published online:** 2010-11-11 09:09

**URL:** www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20101111.0909.008.html **DOI:** CNKI:11-1929/V.20101111.0909.008

**Foundation item:** Aeronautical Science Foundation of China(20090196005)

\* **Corresponding author.** Tel.: 029-32829723 E-mail: hmlei@163.com

征 文

## 第三届中国信息融合大会征文通知

由中国航空学会信息融合分会主办、西北工业大学承办的第三届中国信息融合大会定于2011年8月4—7日在陕西省西安市召开。本届大会将在8月4—5日举办“国际信息融合研讨会”正式会议定于8月6—7日举行。

### 一、征稿范围(包括但不限于)

信息融合基础理论、信息融合方法与技术、信息融合应用、与信息融合相关的其它方面

### 二、重要日期

1. 论文提交截止日期:2011年3月31日 2. 专题组申请截止日期:2011年3月31日 3. 论文录用及专题组确定日期:2011年5月15日 4. 论文最终版提交截止日期:2011年5月30日 5. 会议日期:2011年8月4日至8月7日

### 三、投稿地址

1. 通过在线投稿系统 <http://cific2011.nwpu.edu.cn> 投稿,仅接收电子版,格式\*.doc

2. 保密审查证明邮寄至 陕西省西北工业大学自动化学院,赵春晖,邮编 710072

### 四、联系方式

会议邮箱:cific2011@nwpu.edu.cn 传真号码:029-88431306

联系人:西北工业大学自动化学院

赵春晖 电话:029-88431306 杨 峰 电话:029-88431307