

文章编号: 1000-6893(2002)04-0356-04

# 飞行器机动飞行时发动机转子等变速运动的动力学特性研究

林富生<sup>1</sup>, 孟光<sup>1,2</sup>

(1. 上海交通大学 振动、冲击、噪声国家重点实验室, 上海 200030)

(2. 佛山大学 思源机电一体化研究所, 广东 佛山 528000)

## DYNAMICS OF A MANEUVERING ROTOR IN CONSTANT ACCELERATION AND DECELERATION

L N Fu-sheng<sup>1</sup>, M EN G Guang<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Vibration, Shock and Noise, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

(2. Siyuan Mechatronics Institute, Foshan University, Foshan 528000, China)

**摘要:** 建立了位于机动飞行器内单盘 Jeffcott 转子系统的动力学模型, 研究了飞行器飞行速度和加速度变化对飞行器内等加速、等减速两种等变速运行转子振幅响应曲线的影响, 模拟了飞行器在垂直平面作正弦曲线轨迹运动时相应的响应曲线。结论表明飞行器的速度和加速度变化会改变飞行器内等变速转子的振幅大小和响应曲线趋势, 飞行器在垂直平面作正弦曲线轨迹的机动飞行时, 飞行器动作的幅度和周期的影响都很明显。对重力参数和不平衡参数的影响也作了研究。

**关键词:** 机动飞行; 转子动力学; 瞬态响应

**中图分类号:** TH113; O322 **文献标识码:** A

**Abstract:** The mathematical model of a maneuvering rotor is derived. The dynamical characteristics of a rotor during acceleration and deceleration are studied. The influences of the gravity and balance parameters are also considered. The conclusions show that: (1) if the velocity and acceleration of the aircraft are changed, the amplitude response of the rotor is varied too; (2) the velocity and acceleration of the aircraft in the vertical direction affect the response of the rotor obviously; (3) when the aircraft runs in the way of a sine curve in the vertical plane the response curve is also periodic after one or two periods; (4) in most cases studied in this paper, the response curve, mainly the amplitude value, is influenced by the gravity and unbalance parameters; (5) the response is influenced largely by the amplitude and period of the sine curve when the aircraft maneuvers in the vertical plane. The curve trend may be much different when the initial rotating speed is lower before acceleration or higher before deceleration. The change of gravity affects the trends of the response obviously. The unbalance parameter has little influence. The conclusion can be used to diagnose the faults of the aircraft rotor on-line.

**Key words:** maneuvering rotor; unbalance; aircraft; fault diagnosis; rotor dynamics

以往在研究转子的动力学特性时, 都假设转子支承在静止基础上, 无论是弹性支承还是刚性支承<sup>[1-3]</sup>。在研究等变速转子的特性时也是假设转子两支承基础是静止不动的<sup>[1,3]</sup>。但实际上置于飞行器内部的转子轴的支承位置将发生变化, 这种变化必然使转子系统的动能受飞行器飞行速度和加速度的影响, 而转子系统的势能则因支承变化引起的转子轴位置变化而变化<sup>[4,5]</sup>。在现有的文献中还很少见类似的研究文章。研究飞行器在不

同飞行规律下转子系统的不平衡响应, 将有助于进一步了解动态转子的动力学特性, 较真实地模拟飞行时转子的实际响应特性, 为转子的设计和在线故障诊断提供更准确的依据。

### 1 数学模型

采用简支刚性 Jeffcott 转子模型。建立坐标系如图 1 及图 2。只考虑飞行器在  $O_X Z$  平面内运动时的转子圆盘盘心的运动, 不考虑陀螺力矩的影响。在动系  $O_1 X_1 Y_1 Z_1$  中建立另一动系  $O_1 \xi \eta \zeta$ ,  $O_1 \zeta$  与  $O_1 Z_1$  重合, 如图 2 所示。  $O_1 \xi \eta \zeta$  绕  $O_1 \zeta$  以转子转动角速度  $\beta$  旋转。选取  $O_3 \eta$  与  $O_3 Y_3$  的夹角

收稿日期: 2001-10-29; 修订日期: 2002-03-11

基金项目: 国家自然科学基金(19972054)及国家科技部“十五”重点攻关项目(2001BA204B05-KHKZ0009)资助项目

文章网址: <http://www.hkxb.net.cn/hkxb/2002/04/0356/>



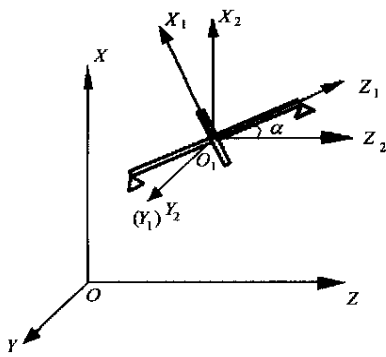


图 1 转子系统在惯性坐标系中的示意图

Fig 1 The sketch of a rotor system located in aircraft and the stationary coordinates

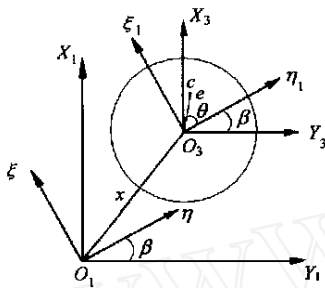


图 2 圆盘在 \$O\_1 X\_1 Y\_1 Z\_1\$ 中的相对坐标系

Fig 2 The reference frame

\$\beta, \theta\$ 在 \$O\_1 \xi\_1 \eta\_1 \zeta\_1\$ 中的坐标 \$(\xi, \eta)\$ 为广义坐标。设转子作等变速运行, 则 \$\beta = C, \dot{\beta} = 1 + C\tau\$, 其中 \$C\$ 为常数。等加速运行时 \$C > 0\$, 等减速运行时 \$C < 0\$, 用 Lagrange 第 2 类方程建立圆盘盘心运动的微分方程, 再与 \$\beta, \dot{\beta}\$ 的关系式组成微分方程组。无量纲后方程组为

$$\begin{aligned} & \xi_d + \beta (\eta_d + U \cos \theta) + \frac{2(\epsilon + \epsilon_i)}{\Omega} \xi_d + \\ & \left[ \frac{1}{\Omega^2} - \beta^2 - \frac{1}{2} \alpha^2 (1 + \cos 2\beta) \right] \xi_d + 2\beta \eta_d + \\ & \left[ \frac{2\epsilon}{\Omega} \beta - \frac{1}{2} \alpha^2 \sin 2\beta \right] \eta_d - U \beta^2 \sin \theta + \\ & \left[ \frac{G_e}{\Omega^2} \cos \alpha - U \alpha^2 \sin(\beta + \theta) \right] \cos \tau + \\ & \left[ \frac{2\epsilon}{\Omega} (x_d \cos \alpha - z_d \sin \alpha) + \right. \\ & \left. x_d \cos \alpha - z_d \sin \alpha \right] \cos \tau = 0 \\ & \eta_d - \beta (\xi_d + U \sin \theta) + \frac{2(\epsilon + \epsilon_i)}{\Omega} \eta_d + \\ & \left[ \frac{1}{\Omega^2} - \beta^2 - \frac{1}{2} \alpha^2 (1 - \cos 2\beta) \right] \eta_d - 2\beta \xi_d - \\ & \left[ \frac{2\epsilon}{\Omega} \beta + \frac{1}{2} \alpha^2 \sin 2\beta \right] \xi_d - U \beta^2 \cos \theta + \\ & \left[ \frac{G_e}{\Omega^2} \cos \alpha - U \alpha^2 \sin(\beta + \theta) \right] \sin \tau + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{2\epsilon}{\Omega} (x_d \cos \alpha - z_d \sin \alpha) + \right. \\ & \left. x_d \cos \alpha - z_d \sin \alpha \right] \sin \tau = 0 \\ & \beta = 1 + C\tau \\ & \dot{\beta} = C \end{aligned}$$

在无量纲化推导中假设圆盘为均质圆盘, 则 \$J\_p = mR^2/2\$, 其中: \$R\$ 为圆盘的半径; \$m\$ 为圆盘质量。设 \$e\_R = 2(e\_0/R)^2\$。\$x\_d = x/e\_0; z\_d = z/e\_0\$ 表示飞行器的运动位移; 其余参数分别为

\$\xi\_d = \xi/e\_0, \eta\_d = \eta/e\_0, \omega = \sqrt{k/m}, \epsilon = c/(2m\omega), \epsilon\_i = c\_i/(2m\omega), \Omega = \omega/\omega\_0, G\_e = g/(\omega\_0^2 e\_0), U = e/e\_0, \tau = \omega t\$, 其中: \$c\$ 为圆盘受到的粘性外阻尼系数; \$c\_i\$ 为弹性轴的内阻尼系数; \$k\$ 为轴的弯曲刚度。由假设已知 \$\zeta = 0, G\_e\$ 为无量纲重力参数。

## 2 数值计算及结果分析

以下所提及的振幅是每转最大振幅, 并且是指无量纲振幅, 即实际盘心振幅与偏心距的比值。各图中的振幅值是无量纲振幅的对数值。在计算中假设飞行器速度或加速度的变化是突加的或是瞬时达到的。

(1) 飞行器飞行速度对转子动力特性的影响  
转子作等加速运转 (\$\beta = 0.00025\$) 时: 如 \$x\_d > 0, z\_d\$ 或 \$x\_d\$ 的不同均会造成转子的振幅响应曲线在转子加速初期明显不同。随着转速的增加, 对应于不同 \$z\_d\$ 或 \$x\_d\$ 的曲线渐进重合, 且稳定振幅曲线基本重合。如 \$x\_d = 0\$, 不同 \$z\_d\$ 对应的转子振幅响应曲线完全重合。这说明飞行器水平匀速飞行时速度的变化对转子等加速振幅响应没有影响。当分别改变重力参数 \$G\_e\$、不平衡大小 \$U\$、转子初始转速 \$\Omega\_{30}\$ 时, 振幅会不同, 而振幅响应趋势几乎没有变化。

转子作等减速运转 (\$\beta = -0.00025\$) 时: 如 \$x\_d > 0, z\_d\$ 或 \$x\_d\$ 的不同均会造成转子的振幅响应曲线在减速初期有区别, 在转速达到临界之前不同 \$z\_d\$ 或 \$x\_d\$ 对应的振幅响应曲线就已重合, 并且转速继续增大, 响应曲线仍然重合。\$z\_d\$ 越大, 减速初期的振幅值相对越大, \$U, G\_e\$ 越大, 这种区别越明显。\$x\_d\$ 越大, 对应的振幅值越小。当 \$x\_d = 0\$ 时, 不同 \$z\_d\$ 对应的转子振幅响应曲线完全重合。说明飞行器水平匀速飞行时速度的变化对转子等减速振幅响应也没有影响。如初始转速不同, 则转子等减速振幅响应不同。与 \$\Omega\_{30} = 1.5\$ 的振幅响应相比, 在减速初期, \$\Omega\_{30} = 2.2\$ 时对应的振幅波动幅度较

大。

(2) 飞行器飞行加速度对转子动力特性的影响 由  $z_d = z_{d0} + z_d \tau$  及  $x_d = x_{d0} + x_d \tau$  消去  $\tau$ , 给定  $z_{d0}, x_{d0}, z_d, x_d$  以不同的值, 则可以组合出各种飞行规律, 借助模型计算, 分析其对转子不平衡响应的影响。

转子作等加速运转 ( $\beta = 0.00025$ ): 当垂直方向的速度分量大于 0 时, 飞行器突然在垂直正方向或水平方向加速将使加速初期的转子振幅突然增加, 然后振荡降低, 振荡幅度先小后大又减小, 后振幅快速到达临界速度对应的振幅。不同  $x_d$  或  $z_d$  对应的振幅曲线只在临界前差别很大, 接近临界时不同  $x_d$  或  $z_d$  对应的曲线完全重合, 转速继续增加, 曲线一直保持重合, 如图 3 所示; 临界转速前后不同  $x_d$  或  $z_d$  对应曲线完全重合。  $x_d$  越大, 加速初期振幅越大, 甚至会接近或超过临界转速对应的振幅。  $G_e$  影响不明显。  $U$  越大, 临界转速对应的振幅越大。

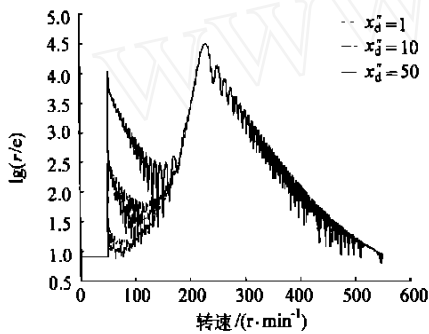


图3 飞行器垂直方向加速度变化对等加速运行转子振幅响应的影响 ( $\Omega_{30} = 0.8$ ;  $x_d = 0, 10, 50$ )

Fig. 3 The influence of aircraft acceleration in vertical direction on the response of accelerating rotor ( $\Omega_{30} = 0.8$ )

飞行器水平原有加速, 垂直等速后突然加速情形和飞行器在垂直方向原有加速, 水平等速后突然加速情形以及飞行器在水平、垂直两方向同时突加加速度情形所对应的转子振幅响应与单方向突然加速的响应不同 (参见本文网址)。转子等加速之前的初始转速的不同只影响振幅大小, 不影响振幅曲线的走势。如飞行器只是在水平方向变化加速度, 振幅响应曲线不变。

转子作等减速运转 ( $\beta = -0.00025$ ): 当飞行器有加速度后, 如果  $x_d = 0$ , 振幅曲线在转子减速之前就有明显的波动并且下降, 转子减速之后曲线仍保持原降低趋势, 但波动幅度增加。较短时间之后振幅曲线波动上升, 波动幅度越来越小, 临界转速前振幅快速上升。临界后稍有波动, 然后振幅快速直线下降。当  $x_d > 0$  时, 飞行器垂直加速之初

盘心振幅大幅上升, 如图 4。  $G_e$  影响不明显。  $U$  越大, 临界转速处不同  $x_d$  对应的振幅差别越小。飞行器的其它动作也会使振幅曲线发生变化。只有当飞行器在水平方向变化加速度时转子振幅响应不变。等减速之前的转子初始转速的不同不影响振幅响应曲线的走势。

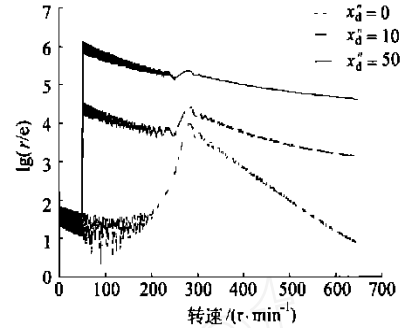


图4 飞行器垂直方向加速度变化对等减速运行转子振幅响应的影响 ( $\Omega_{30} = 1.5$ ;  $x_d = 0, 10, 50$ )

Fig. 4 The influence of aircraft acceleration in vertical direction on the response of decelerating rotor ( $\Omega_{30} = 1.5$ )

(3) 飞行器在垂直平面 ( $Oxz$  平面) 作有规律机动飞行时转子系统的响应 设飞行器在空中垂直平面的运动轨迹为:  $x_d = x_{d0} + \Gamma \sin(\lambda z_d \tau)$ , 飞行器在水平方向作等速运动, 即  $z_d = 0, z_d = z_{d0}$  为恒值。  $\lambda z_d$  反映了飞行器运动周期的变化,  $\Gamma$  反映了飞行器在垂直方向的机动范围。分两种情形计算: 固定  $\lambda, z_d$  计算不同对应的曲线; 固定  $\Gamma, \lambda$  改变  $z_d$  的值。  $\Gamma = 0$  意味着飞行器作水平飞行, 垂直方向无运动。

转子作等加速运转 ( $\Omega_{30} = 0.8, \beta = 0.00025$ ): 如果飞行器按正弦规律飞行, 转子加速初期振幅会振荡下降, 振荡幅度逐渐减小, 临界前后曲线与飞行器不运动时的曲线完全重合, 临界后振幅缓慢变化时曲线走势明显受到飞行器机动飞行的影响, 发生波动。如单独变化  $\Gamma$ ,  $\Gamma$  越大则上述远离临界的区域内的差别越明显, 如图 5 所示。随着加速时间的延长, 振荡幅度逐渐减小, 曲线最终与  $\Gamma = 0$  的曲线重合。  $U$  增大或  $G_e$  减小, 转子加速初期的振荡与临界后的波动随着  $G_e$  减小。如单独改变  $z_d$ , 则飞行器的运动周期将发生变化, 转子振幅响应曲线的变化仍然是在加速初期和远离临界的高转速区。临界转速附近的响应曲线完全重合。较大的  $z_d$  对应于较大的振幅和较小的波动周期, 而  $U, G_e$  的影响同单独变化  $\Gamma$  的情形。

当转子初始转速  $\Omega_{30} = 0.3$  时, 临界前振幅曲线出现明显的波动而不是快速振荡。单独改变  $z_d$

时, 由于加速到达临界的时间延长了, 临界前加速过程中振幅响应曲线也因飞行器周期性机动飞行而发生波动, 而且波动的快慢与  $z_d$  的大小有关。

转子作等减速运转 ( $\Omega_{20} = 1.5$ ,  $\beta = -0.00025$ ): 当飞行器按指定规律飞行时, 如单独变化  $\Gamma$  时, 转子开始减速之后振幅明显下降并出现快速振荡, 振荡幅度随减速时间的延长而逐渐减小。在临界转速及附近范围, 不同  $\Gamma$  对应的响应曲线完全重合, 说明飞行器的机动飞行不影响临界附近的振幅响应。在临界后的低转速区因  $\Gamma$  不同振幅大小不同,  $\Gamma$  越大, 振幅越大。  $U$  增大或  $G_e$  减小, 转子等减速响应曲线的波动幅度将减小, 不同  $\Gamma$  所对应振幅曲线的差别也将减小。

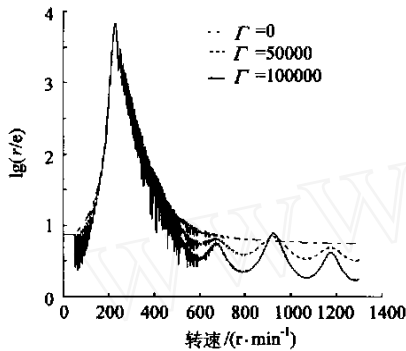


图5 飞行器正弦变化动作幅度对等加速运行转子振幅响应的影响 ( $\Omega_{20} = 0.8$ ;  $\Gamma = 0, 50000, 100000$ )

Fig. 5 The influence of amplitude of sine curve on the response of accelerating rotor when the aircraft moves in sine curve ( $\Omega_{20} = 0.8$ )

当  $\Omega_{20} = 2.2$  时, 单独变化  $\Gamma$  且  $\Gamma$  越大, 局部峰值越大。  $G_e$  越小, 大  $\Gamma$  对应的局部峰值越大, 曲线振荡幅度越小。  $U$  越大, 则振幅越大, 振幅波动幅度越小, 振荡幅度越小, 曲线间差别越小。当单独变化  $z_d$  时, 响应曲线出现多个波峰。  $z_d$  越大, 波峰越多, 波峰值越大。

### 3 结论

(1) 飞行器飞行速度的变化不同, 则等变速转子的振幅响应曲线在转子变速初期振幅不同。

(2) 飞行器突加加速度, 等变速转子的振幅响应因飞行器加速情形的不同, 一般都会在加速之时极快地上升, 之后振幅振荡下降又振荡上升, 到达临界转速对应的振幅极大值之后, 曲线振荡下降。在不同的加速情形, 重力参数影响不明显。

不平衡参数越大, 临界振幅越大。转子变速之前的初始转速的不同不影响振幅响应曲线趋势的变化。

(3) 飞行器在垂直平面运动轨迹为正弦曲线时, 等变速转子的振幅响应也会受飞行器在空间动作的幅度和周期的影响。转子等变速之前的初始转速不同, 振幅响应曲线还会出现明显的差异。重力参数影响很大, 会影响曲线走势。不平衡参数影响小, 只是影响振幅及差别大小。

### 参考文献

- [1] 顾家柳, 丁奎元, 刘启洲, 等 转子动力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1985. 18- 58  
(Gu J N, Ding K Y, Liu Q Z, et al Rotor dynamics[M]. Beijing: National Defence Press, 1985. 18- 58)
- [2] 钟一谔, 何衍宗, 王正, 等 转子动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1987. 3- 8  
(Zhong Y E, He Y Z, Wang Z, et al Rotor dynamic[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1987. 3- 8)
- [3] Lee A C, Kang Y, Tsai K L, et al Transient analysis of an asymmetric rotor-bearing system during acceleration[J]. J of Eng for Industry, Transactions of the ASME, 1992, 114(4): 465- 475
- [4] 吕学富, 陆毓峰, 霍秀芳, 等 飞行器飞行力学[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1995. 46- 70  
(Lu X F, Lu L F, Huo X F, et al Flying dynamics of aircraft [M]. Xi an: Northwestern Polytechnic University Press, 1995, 46- 70).
- [5] 顾家柳, 任兴民 航空发动机转子- 支承系统的瞬态响应[J]. 航空学报, 1991, 12(7): 373- 380  
(Gu J L, Ren X M. Transient response of a rotor-support system of airoen gin[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1991, 12(7): 373- 380)

作者简介:



林富生(1965- ) 男, 江苏东台人, 高级工程师, 工学硕士, 现在上海交通大学振动、冲击、噪声国家重点实验室攻读博士学位。

孟光(1961- ) 男, 陕西西安人, 上海交通大学振动、冲击、噪声国家重点实验室教授、博士生导师, 工学博士, 主要从事转子动力学的研究。

(责任编辑: 李铁柏)