第 38 卷　第 2 期　　计 算 机 工 程　　2012 年 1 月
Vol.38　No.2　　Computer Engineering　　January 2012

·人工智能及识别技术·　文章编号：1000—3428(2012)02—0204—03　文献标识码：A　中图分类号：TP18

人工鱼群算法的全局收敛性证明

黄光球，刘嘉飞，姚玉霞

(西安建筑科技大学管理学院，西安 710055)

摘　要：研究人工鱼群算法，按候选解分量所在的区间，将搜索空间转化为离散空间，该空间中每个点即为一个人工鱼的位置状态，其能量(食物浓度)即为该点的目标函数值。分别将离散空间集合、人工鱼集合划分为若干个非空子集。在人工鱼觅食、聚群和追尾移动过程中，计算其从一个位置状态转移到任意一个位置状态的转移概率。每个位置状态对应有限 Markov 链的一个状态，且满足可归约随机矩阵的稳定性条件，由此证明人工鱼群算法的全局收敛性。

关键词：先进计算；人工鱼群算法；全局收敛性；有限 Markov 链

Global Convergence Proof of Artificial Fish Swarm Algorithm

HUANG Guang-qiu, LIU Jia-fei, YAO Yu-xia

(School of Management, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an 710055, China)

【Abstract】This paper studies the Artificial Fish Swarm Algorithm(AFSA). The continuous search space is discretized based on the interval-value that each component of a feasible solution locates, each point in the discrete space is just a position state of an artificial fish, its energy(food density) is the objective function value at this point. The whole discrete space and the set of all artificial fishes are also divided into a series of non-empty subsets. During preying, swarming or following activities of artificial fishes, each artificial fish's transition probability from a position to another position can be simply calculated. Each position state corresponds to a state of a finite Markov chain, then the stability condition of a reducible stochastic matrix can be satisfied. In conclusion, the global convergence of AFSA is proved.

【Key words】advanced computing; Artificial Fish Swarm Algorithm(AFSA); global convergence; finite Markov chain

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2012.02.067

1　概述

人工鱼群算法[1-2](Artificial Fish Swarm Algorithm, AFSA)是一种新型的群智能随机全局优化技术，它在解决优化命题的过程中引入基于行为的人工智能思想，并通过动物自制体模式加以实现。人工鱼群算法模拟自然界中鱼的集群游弋觅食行为，通过鱼之间的集体协作使群体达到最优选择目的，算法实现的重点是人工鱼模型的建立和个体人工鱼的觅食行为、聚群行为和追尾行为的描述和实现。通过研究发现，人工鱼群算法具有以下特点[3-6]：

(1)算法只需要比较目标函数值，对目标函数的性质要求不高。

(2)算法对初值的要求不高，初值随机产生或设定为固定值均可以。

(3)算法对参数设定的要求不高，有较大的容许范围。

(4)算法具备并行处理的能力，寻优速度较快。

(5)算法具备全局寻优能力，能够快速跳出局部极值点。

人工鱼群算法作为一种新型的优化算法，其收敛性还没有从理论上予以证明[2-8]。同时，算法本身也还存在着一些问题，从理论上解决该算法的收敛性问题可为研究、改进该算法提供思路。基于这种思想，本文提出一种人工鱼群算法的全局收敛性证明。

2　人工鱼群算法的全局收敛性

人工鱼群算法在 2002 年由文献[1-2]首次提出。本文主要证明该鱼群算法的收敛性。需要说明：(1)由于该鱼群算法是针对连续空间变量提出的，因此搜索空间是一个连续的状态空间；(2)人工鱼群算法有觅食、聚群和追尾 3 种行为，其中，人工鱼的觅食行为奠定算法收敛的基础，聚群行为增强收敛的稳定性与全局性，追尾行为增强了算法收敛的快速性与全局性。(3)因为人工鱼群算法每一次迭代只执行 3 种行为中的一种，所以需要区别 3 种情况来说明收敛性。

2.1　人工鱼行为过程

对于优化问题，计算式如下：

$$\max f(\boldsymbol{a})$$
$$\text{s.t.}\quad g_i(\boldsymbol{a}) \leqslant 0 \quad i=1,2,\cdots,M \quad \boldsymbol{a}\in Z$$

其中，$f(\boldsymbol{a})$为目标函数；$g_i(\boldsymbol{a})$为第 i 个约束条件；M 为约束条件个数；$\boldsymbol{a}$ 为 n 维未知变量；Z 为搜索空间。人工鱼群中每个人工鱼的位置状态就相当于优化问题的一个候选解，它表示的向量如下：

$$\boldsymbol{a}=(a_1, a_2,\cdots, a_n)$$

当问题规模为 n 时，搜索空间 Z 如果是一个连续的状态空间，将分量所在的区间$[x_i^l, x_i^h]$量化为 v 个离散值，则精度可以表示为 $\varepsilon=(x_i^h-x_i^l)/v$。其中，$\varepsilon$ 为连续实数，为最优解的精度。设离散所需精度为 ε，搜索空间可理解为离散空间，状态数大小为：

$$|Z|=\prod_{i=1}^{n}(x_i^h-x_i^l)/\varepsilon$$

每个状态 $\boldsymbol{a}\in Z$ 即为一个人工鱼的位置状态，其能量(食物浓

基金项目：陕西省科学技术研究发展计划基金资助项目(2011K06-08)

作者简介：黄光球(1964－)，男，教授、博士，主研方向：智能计算；刘嘉飞，硕士研究生；姚玉霞，工程师、硕士

收稿日期：2011-07-20　**E-mail：**huangnan93@sohu.com

度)为：

$$F=\{f(\boldsymbol{a})|\boldsymbol{a}\in Z\}$$

则得$|F|<|Z|$，进一步令：

$$F=\{F_1,F_2,\cdots,F_{|F|}\},F_1>F_2>\cdots>F_{|F|}$$

根据能量不同将搜索空间集合Z分为若干非空子集$\{Z^i\}$，其中：

$$Z^i=\{\boldsymbol{a}|\boldsymbol{a}\in Z,f(\boldsymbol{a})=F_i\},i=1,2,\cdots,|F|$$

则$\sum_{i=1}^{|F|}|Z^i|=|Z|$；$\forall i\in\{1,2,\cdots,|F|\}$，$Z^i\neq\phi$，且$\forall i\neq j$，$Z^i\cap Z^j=\phi$；$\bigcup_{i=1}^{|F|}Z^i=Z$。

人工鱼的能量也就是其食物浓度定义为：

$Energy(\boldsymbol{a})=f(\boldsymbol{a})$

令X_S为所有人工鱼集合，$\boldsymbol{X}$为n维矢量变量，其结构与$\boldsymbol{a}$一样，$\forall\boldsymbol{X}\in X_s$有$F_{|F|}\leqslant Energy(\boldsymbol{X})\leqslant F_1$，将集合$X_S$为划分为非空子集为：

$$X_S^i=\{\boldsymbol{X}|\boldsymbol{X}\in X_S\text{且}Energy(\boldsymbol{X})=f(\boldsymbol{X})=F_i\},i=1,2,\cdots,|F|$$

$$\sum_{i=1}^{|F|}|X_S^i|=|X_S|$$

$$\forall i\in\{1,2,\cdots,|F|\},X_S^i\neq\phi$$

$$\forall i\neq j,X_S^i\cap X_S^j=\phi,\bigcup_{i=1}^{|F|}X_S^i=X_S$$

令$\boldsymbol{X}^{i,j}(i=1,2,\cdots,|F|,j=1,2,\cdots,|X_S^i|)$表示$X_S^i$中第$j$个人工鱼的位置状态。在人工鱼的觅食、聚群和追尾过程中，从一个状态转移到另外的状态可表示为$\boldsymbol{X}^{i,j}\to\boldsymbol{X}^{k,l}$，则从$\boldsymbol{X}^{i,j}\sim\boldsymbol{X}^{k,l}$的转移概率为$p_{ij,kl}$，从$\boldsymbol{X}^{i,j}\sim X_S^k$中任一人工鱼位置状态的转移概率为$p_{ij,k}$，从$X_S^i$中任一人工鱼位置状态到$X_S^k$中任一人工鱼位置状态的转移概率为$p_{i,k}$，则有：

$$p_{ij,k}=\sum_{l=1}^{|X_S^k|}p_{ij,kl}$$

$$\sum_{k=1}^{|F|}p_{ij,k}=1$$

$$p_{i,k}\geqslant p_{ij,k}$$

2.2　可归约随机矩阵的稳定性定理

定理1　设$\boldsymbol{P}'$是一n阶可归约随机矩阵，也就是通过相同的行变换和列变换后可以得到$\boldsymbol{P}'=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}&\cdots&\boldsymbol{0}\\\boldsymbol{R}&\cdots&\boldsymbol{T}\end{bmatrix}$，其中，$\boldsymbol{C}$是$m$阶本原随机矩阵，$\boldsymbol{R}$和$\boldsymbol{T}$为均$n$-$m$阶矩阵，并且$\boldsymbol{R}\neq\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{T}\neq\boldsymbol{0}$，则有：

$$\boldsymbol{P}'^{\infty}=\lim_{k\to\infty}\boldsymbol{P}'^{k}=\lim_{k\to\infty}\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}^k&\cdots&0\\\sum_{i=1}^{k-1}\boldsymbol{T}^i\boldsymbol{R}\boldsymbol{C}^{k-i}&\cdots&\boldsymbol{T}^k\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}^{\infty}&\cdots&0\\\boldsymbol{R}^{\infty}&\cdots&\boldsymbol{T}\end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{P}'^{\infty}$为一个稳定的随机矩阵，且$\boldsymbol{P}'^{\infty}=1'\boldsymbol{P}'^{\infty}$、$\boldsymbol{P}'^{\infty}=\boldsymbol{P}'^{0}\boldsymbol{P}'^{\infty}$唯一确定并且与初始分布无关，$\boldsymbol{P}'^{\infty}$满足如下条件：

$$\boldsymbol{P}'^{\infty}=[p_{ij}]_{n\times n}=\begin{cases}p_{ij}>0 & 1\leqslant i\leqslant n\quad 1\leqslant j\leqslant m\\ p_{ij}=0 & 1\leqslant i\leqslant n\quad m<j\leqslant n\end{cases}$$

该定理的证明过程可参见文献[9]。

2.3　全局收敛性证明

引理　在人工鱼群算法中，$\forall\boldsymbol{X}^{i,j}\in X_S^i$，$i=1,2,\cdots,|F|$，$j=1,2,\cdots,|X_S^i|$，满足：

$$\forall k>i,p_{i,k}=0\tag{1}$$

$$\exists k<i,p_{i,k}>0\tag{2}$$

式(1)式(2)的证明过程如下：

(1)式(1)的证明。设$\boldsymbol{X}^{i,j}$为第t次迭代后的人工鱼，记为$\boldsymbol{X}^t$，设在$\boldsymbol{X}^t$中能量最高的人工鱼为$\boldsymbol{Best}^t=\boldsymbol{X}^*$，其中，$\boldsymbol{Best}^t$为$n$维矢量，则有$Energy(\boldsymbol{Best}^t)=F_i$。在人工鱼群算法中，所设置的公告板在每次迭代过程中对当前人工鱼最优状态的更新可知：

$$Energy(\boldsymbol{X}^{t+1})\geqslant Energy(\boldsymbol{X}^t)\Rightarrow\forall k>i,p_{ij,kl}=0\Rightarrow$$
$$\forall k>i,p_{ij,k}=\sum_{l=1}^{|X_S^k|}p_{i,j,kl}=0\Rightarrow$$
$$\forall k>i,p_{i,k}=0$$

(2)式(2)的证明。由人工鱼群算法中对每个人工鱼探索其当前所处的环境状况，选择一种行为(觅食、聚群或者追尾)，设$\boldsymbol{Best}^{t+1}$为$\boldsymbol{X}^{t+1}$中最优人工鱼。根据如下3种情况分析：

情况1　设选择聚群行为的概率为$p_{\text{swarm}}\geqslant 0$，如果当前人工鱼选择聚群行为，此时$p_{\text{swarm}}>0$；如果中心位置食物浓度高不拥挤，当前人工鱼会向鱼群中心位置移动，那么此时移动后的位置食物浓度高于移动前的位置食物浓度，则有$Energy(\boldsymbol{Best}^{t+1})>Energy(\boldsymbol{Best}^t)$，则有$\exists k<i,p_{i,k}>0$，命题得证。

如果当前人工鱼伙伴中心位置食物浓度小于当前人工鱼位置食物浓度，则人工鱼进行觅食行为，有关觅食行为在下面将详细分析。

情况2　设选择追尾行为概率为$p_{\text{follow}}\geqslant 0$，如果当前人工鱼选择追尾行为，则$p_{\text{follow}}>0$，如果邻域内最有伙伴的食物浓度高于当前人工鱼位置的食物浓度，那么当前人工鱼会向其邻域内最优人工鱼的位置移动，在这种情况下，则有$Energy(\boldsymbol{Best}^{t+1})>Energy(\boldsymbol{Best}^t)$，则$\exists k<i,p_{i,k}>0$，命题得证。

情况3　如果当前人工鱼选择觅食行为，说明此时当前人工鱼在邻域内为最优，则此时人工鱼选择此种行为的概率$p_{\text{prey}}=1-p_{\text{swarm}}-p_{\text{follow}}$，此时人工鱼探索感知范围随机选择状态，有2种情况：

(1)选择的状态位置食物浓度高于当前食物浓度，设此种情况的概率为p_{py}，命题得证。

(2)选择状态位置食物浓度低于当前人工鱼位置食物浓度，设此种情况的概率为$p_{pn}=1-p_{py}$，此时重新选择，反复尝试t_number次，则其概率为$(p^{pn})^{t_\text{number}}$；如果仍不满足，则随机移动，设随机移动的概率为$p_{\text{random}}$，随机移动后状态位置浓度高于当前人工鱼位置食物浓度的概率为$P_{\text{better}}=(1/2)(1-(p^{pn})^{t_\text{number}}\times p_{\text{random}})\geqslant 0$；如果$P_{\text{better}}>0$，命题得证；如果$P_{\text{better}}=0$，说明此时人工鱼已经到达局部极值。此时通过设置较小的t_number可以使其随机移动，跳出局部极值。

由基本人工鱼群算法可知，人工鱼选择一种行为的总概率为1，即$p_{\text{prey}}+p_{\text{follow}}+p_{\text{swarn}}=1$，综合上述3种情况可得$\exists k<i,p_{i,k}>0$，证毕。

定理2　人工鱼群算法具有全局收敛性。

证明：对于每个$X_S^i,i=1,2,\cdots,|F|$可看为是有限Markov链上的一个状态，根据引理中式(1)的结论可得，该Markov链的转移矩阵为：

$$\boldsymbol{P}'=\begin{bmatrix}p_{1,1}&0&\cdots&0\\p_{2,1}&p_{2,2}&\cdots&0\\\vdots&\vdots&&\vdots\\p_{|F|,1}&p_{|F|,2}&\cdots&p_{|F|,|F|}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}&0\\\boldsymbol{R}&\boldsymbol{T}\end{bmatrix}$$

根据引理中式(2)结论得：

$$p_{2,1}>0,\boldsymbol{R}=(p_{2,1},p_{3,1},\cdots,p_{|F|,1})^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} p_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ p_{|F|,2} & \cdots & p_{|F|,|F|} \end{bmatrix} \neq 0$$

$$\boldsymbol{C}=(p_{1,1})=(1)\neq 0$$

由以上可知，转移矩阵 $\boldsymbol{P}'$ 是 n 阶可归约随机矩阵，满足上述定理 2 中条件，所以，下式成立：

$$\boldsymbol{P}'^{\infty}=\lim_{k\to\infty}\begin{bmatrix} \boldsymbol{C}^k & \cdots & 0 \\ \sum_{i=1}^{k-1}\boldsymbol{T}^i\boldsymbol{R}\boldsymbol{C}^{k-i} & \cdots & \boldsymbol{T}^k \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{C}^{\infty} & \cdots & 0 \\ \boldsymbol{R}^{\infty} & \cdots & \boldsymbol{T} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}^{\infty}=(1)$$

$$\boldsymbol{R}^{\infty}=(1,1,\cdots,1)^{\mathrm{T}}$$

因此，有：

$$\boldsymbol{P}'^{\infty}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

该矩阵是稳定的随机矩阵，那么可得：

$$\lim_{t\to\infty} p\{Energy(\boldsymbol{X}^t)=F_{\mathrm{best}}\}=1$$

其中，F_{best} 为最优目标函数值，即 $F_{\mathrm{best}}=f(\boldsymbol{X}^t)$。因此，人工鱼群算法具有全局收敛性，证毕。

3 结束语

本文提出人工鱼群算法的全局收敛性证明。在证明过程中发现，当搜索接近最优解时，由于严格递增搜索有时无法满足，因此会导致搜索在最优解附件摆动。该特点表明当搜索接近最优解时，建议将多次搜索得到最优解的平均值作为最终最优解。本文仅是关于求解一般优化模型人工鱼群算法的全局收敛性证明，今后将研究求解组合优化模型的人工鱼群算法全局收敛性证明。

参考文献

[1] 李晓磊. 一种新型的智能优化方法——人工鱼群算法[D]. 杭州: 浙江大学, 2003.

[2] 李晓磊, 邵之江, 钱积新. 一种基于动物自治体的寻优模式: 鱼群算法[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(11): 32-38.

[3] 曲良东, 何登旭. 基于自适应高斯变异的人工鱼群算法[J]. 计算机工程, 2009, 35(15): 182-184.

[4] 王联国, 施秋红. 人工鱼群算法的参数分析[J]. 计算机工程, 2010, 36(24): 169-171.

[5] 李晓磊, 钱积新. 基于分解协调的人工鱼群优化算法研究[J]. 电路与系统学报, 2003, 8(1): 1-6.

[6] 李晓磊, 薛云灿, 路 飞. 基于人工鱼群算法的参数估计方法[J]. 山东大学学报: 工学版, 2004, 34(3): 84-87.

[7] 唐剑东, 熊信银, 吴耀武. 基于人工鱼群算法的电力系统无功优化[J]. 继电器, 2004, 32(19): 9-12.

[8] 李晓磊, 路 飞, 田国会, 等. 组合优化问题的人工鱼群算法应用[J]. 山东大学学报: 工学版, 2004, 34(5): 64-67.

[9] Iisufescu M. Finite Markov Processes and Their Applications[M]. Chichester, UK: Wiley Press, 1980.

编辑 刘 冰

(上接第 203 页)

设计了如下实验：数据采用从网上下载的约 25 MB 的 C 语言程序设计领域文本，只针对上位关系与非上位关系的 2 类分类实验，其他关系的获取采取同样的方法。按 5 重交叉检验的方法进行分类检验，经人工标注，得到 349 个上位关系，1 523 个非上位关系[4]。

比较本文提出的 HC+Apriori 方法与单纯的混合分类方法(HC)、隐马尔科夫模型(Hidden Markov Model, HMM)和贝叶斯分类算法(Naïve Bayes, NB)，以此验证本文提出的自动获取知识点关联关系方法的正确性。表 5 给出比较结果。相关定义如下：

$$\text{准确率}(P)=\frac{\text{系统正确识别的未知术语关系数量}}{\text{系统识别的未知术语关系数量}}\times 100\% \tag{4}$$

$$\text{召回率}(R)=\frac{\text{系统正确识别的未知术语关系数量}}{\text{文本中存在的未知关系语的数量}}\times 100\% \tag{5}$$

表 5 分类方法的比较结果 (%)

方法	知识点关系提取准确率	知识点关系提取召回率
HC+Apriori	86.59	82.36
HC	83.63	79.68
NB	76.45	69.42
HMM	80.57	78.85

由表 5 可以看出，本文提出的 HC+Apriori 知识点关系提取方法在准确率方面和单纯的 HC 方法接近，召回率有了显著提高。由此可以看出，本文提出的方法在中文知识点关系的提取中具有良好的性能。但在时间复杂度方面，本文提出的方法劣于 HC 方法。

5 结束语

本文提出了面向教学的知识点的定义，并在基于切分单元最大匹配算法的基础上，增加了优化规则，提高了术语获取精度。在知识点关系的提取中，结合关联规则和混合分类的方法，提高了知识点关系提取的正确率。利用从领域文本中获得的知识点及其关系，在建立的面向教学的知识点库中，使教学内容形成一个有向的知识结构图，对教师的教学和学生学习起到了很大的辅助作用。

参考文献

[1] 孙 霞, 王小凤. 术语关系自动抽取方法研究[J]. 计算机科学, 2010, 37(2): 189-191.

[2] 刘遥峰, 王志良, 王传经, 等. 中文分词和词性标注模型[J]. 计算机工程, 2010, 36(4): 17-19.

[3] 孙 霞, 郑庆华. 一种面向非平衡数据的邻居词特征选择方法[J]. 小型微型计算机系统, 2007, 28(1): 1-3.

[4] Manning C D, Hinrich S. Foundations of Statistical Natural Language Processing[M]. [S. l.]: MIT Press, 1999: 197-202.

编辑 顾逸斐