

# 输入输出测量噪声干扰下连续 Hammerstein 模型参数直接辨识

贺尚红 赵天林 石芳  
长沙理工大学,长沙,410114

**摘要:**对输入输出测量噪声干扰下连续 Hammerstein 模型进行参数重组处理,得到线性微分方程。利用小波调制函数对该线性微分方程进行调制积分处理,得到等价的代数方程。在研究调制函数对输入输出测量噪声影响的基础上,提出用广义噪声模型来处理输入输出测量噪声并提出调制广义最小二乘算法来实现代数方程的无偏参数估计。最后利用奇异值分解(SVD)方法获得 Hammerstein 模型参数。数字仿真和工业应用实例验证了所提出方法的有效性和实用性。

**关键词:** Hammerstein 模型;调制函数;广义最小二乘;奇异值分解

**中图分类号:** TH137;TB53

**DOI:** 10.3969/j.issn.1004-132X.2012.04.017

## Direct Parameter Identification of Continuous-time Hammerstein Model with Input/Output Measurement Noises

He Shanghong Zhao Tianlin Shi Fang

Changsha University of Science and Technology, Changsha, 410114

**Abstract:** With input/output measurement noises, parameters of continuous-time Hammerstein model were restructured to gain its equivalent linear differential equation. Modulation integral of the linear differential equation was conducted by wavelet modulation function(WMF) which got equivalent algebraic equation. Modulation integral of input/output measurement noises were analyzed, then generalized noise model was put forward to deal with input/output measurement noises. The unbiased parameters of algebraic equation were obtained by modulation generalized least square algorithm. Finally, the parameter of Hammerstein model was achieved by singular value decomposition(SVD). The numerical simulation and industrial example were carried out to demonstrate the effectiveness and practical applicability of the algorithm.

**Key words:** Hammerstein model; modulation function; generalized least square; singular value decomposition

## 0 引言

离散非线性系统的辨识理论与算法不断出现,主要有最小二乘法、极大似然法、扩展卡尔曼滤波法、正交基函数法、支持向量机法等<sup>[1]</sup>。连续非线性系统的辨识具有其特有的复杂性,尤其是缺乏一种通用的数学模型,其理论与方法均远未成熟,仍是学者们致力于研究的一个难题。

连续系统辨识难以得到系统输入输出的各阶导数的样本,为此,学者们提出了各种间接和直接的辨识方法来估计连续系统模型参数<sup>[1-5]</sup>。调制函数法利用调制函数性质对微分方程中输入输出信号的微分进行调制积分处理,避免了对系统输入输出信号进行直接微分,同时也排除了初始条

件的影响,避免了求连续系统各阶导数的样本<sup>[1,4-5]</sup>,在连续线性系统模型辨识中取得了良好的效果<sup>[4-5]</sup>。

自 Narendra 等<sup>[6]</sup>提出结构简单又能有效地描述动态系统非线性特性的 Hammerstein 模型以来,该模型一直引起学者们的极大关注。文献<sup>[6-8]</sup>用迭代法研究 Hammerstein 模型,文献<sup>[8]</sup>将 Hammerstein 模型用于实际的伺服系统并用迭代最小二乘算法获取模型参数,但是迭代法有时不收敛,无法获得模型参数。文献<sup>[9]</sup>利用非迭代法研究 Hammerstein 模型,但是计算量比较大。文献<sup>[10-13]</sup>用调制函数法研究 Hammerstein 模型,但没有考虑噪声处理问题。

针对输入输出测量噪声问题,本文提出调制广义最小二乘算法来实现 Hammerstein 模型的

收稿日期:2011-01-14

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50875028)

参数无偏估计。首先对连续非线性 Hammerstein 模型参数进行重组,得到包含模型线性部分与非线性部分参数乘积项的微分方程,再利用调制函数法转化为代数方程,用最小二乘法估计组合参数。因输入输出测量噪声的影响,最小二乘估计为有偏估计,为此,采用广义噪声模型来处理模型噪声,并由此提出调制广义最小二乘算法以得到代数方程参数向量的渐近无偏估计。最后利用奇异值分解(SVD)方法对乘积项进行分解,获得了 Hammerstein 模型参数。

### 1 连续 Hammerstein 模型重组参数最小二乘估计

图 1 所示为一个静态非线性系统与一个线性动力学系统串联组成的单输入单输出非线性连续时间 Hammerstein 模型。

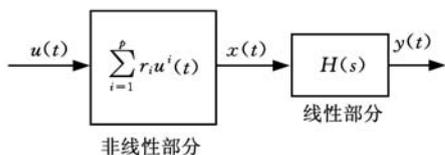


图 1 Hammerstein 模型

线性动力学部分的传递函数表示为

$$H(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + 1} \quad (1)$$

$m \geq n$

式中,  $x(s)$  为系统输入信号;  $y(s)$  为系统输出信号;  $m, n$  分别为输入、输出的系统阶数;  $b_j (j = 0, 1, \dots, n), a_i (i = 0, 1, \dots, m)$  分别为系统输出、输入的参数。

Hammerstein 模型参数重组后有

$$\sum_{i=1}^m a_i y^{(i)}(t) + y(t) = \sum_{j=0}^n b_j x^{(j)} = \sum_{j=0}^n b_j \left( \sum_{i=1}^p r_i u^i(t) \right)^{(j)} = \sum_{j=0}^n \sum_{i=1}^p b_j r_i (u^i(t))^{(j)} \quad (2)$$

式中,  $p$  为图 1 中非线性部分最高阶幂指数;  $r_i$  为第  $i$  阶幂指数对应的系数。

设连续函数  $\phi(t) \neq 0 (0 \leq t \leq T, T$  为调制函数特征时间参数), 且其  $i$  阶导数  $\frac{d^{(i)}\phi(t)}{dt^{(i)}} (i = 0, 1, \dots, n)$  存在, 并满足  $\phi^{(i)}(0) = \phi^{(i)}(T) = 0$ , 则连续函数  $\phi(t)$  称为调制函数。如 Jordan<sup>[12]</sup> 提出了 Hermite 调制函数, Patra 等<sup>[13]</sup> 提出了 Hartley 调制函数, 贺尚红等<sup>[5]</sup> 提出了高斯小波调制函数。

对式(2)两边同乘以调制函数  $\phi(t)$  并积分, 有

$$\sum_{i=1}^m a_i \int_{-\infty}^{\infty} y^{(i)}(t) \phi(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \phi(t) dt =$$

$$\sum_{j=0}^n \sum_{i=1}^p b_j r_i \int_{-\infty}^{\infty} (u^i(t))^{(j)}(t) \phi(t) dt \quad (3)$$

记  $W_\phi z^{(j)}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} z^{(j)}(t) \phi(t) dt$ , 由分步积分规则和调制函数性质, 有

$$W_\phi z^{(j)}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} z^{(j)}(t) \phi(t) dt = (-1)^j \int_{-\infty}^{+\infty} z(t) \phi^{(j)}(t) dt = (-1)^j \int_0^T z(t) \phi^{(j)}(t) dt \quad (4)$$

对式(4)运用数值积分梯形公式并不考虑数值积分引起的计算误差, 有

$$W_\phi z^{(j)}(t) = \sum_{i=0}^{n_\phi} f_i^{(j)} z(t - i \Delta t_s) \quad (5)$$

$n_\phi = T / \Delta t_s$

$$f_i^{(j)} = (-1)^j \Delta t_s p_i \phi^{(j)}(n_\phi - i)$$

$$p_0 = p_{n_\phi} = 1/2, p_i = 1 (i = 1, 2, \dots, n_\phi - 1)$$

式中,  $\Delta t_s$  为采样周期。

引入后移算子  $q^{-i} z(t) = z(t - i \Delta t_s)$ , 式(5)可表示为

$$W_\phi z^{(j)}(t) = F_i(q^{-1}) z(t) \quad (6)$$

$$F_i(q^{-1}) = \sum_{i=0}^{n_\phi} f_i^{(j)} q^{-i} \quad (7)$$

不考虑数字调制积分处理带来的近似误差, 由式(4) ~ 式(6)获得式(3)的等价形式:

$$F_0(q^{-1}) y(k) + \sum_{i=1}^m a_i F_i(q^{-1}) y(k) = \sum_{j=0}^n \sum_{i=1}^p b_j r_i F_j(q^{-1}) (u^i(k)) \quad (8)$$

将式(8)变为

$$F_0(q^{-1}) y(k) = \boldsymbol{\psi}_k^T \boldsymbol{\theta} \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\theta} = [a_1 \quad \dots \quad a_m \quad b_0 r_1 \quad \dots \quad b_0 r_p \quad b_1 r_1 \quad \dots \quad b_1 r_p \quad \dots \quad b_n r_1 \quad \dots \quad b_n r_p]^T$$

$$\boldsymbol{\psi}_k = [\boldsymbol{\psi}_y^T \quad \boldsymbol{\psi}_u^T]^T$$

$$\boldsymbol{\psi}_y = [-F_1(q^{-1}) y(k) \quad \dots \quad -F_m(q^{-1}) y(k)]^T$$

$$\boldsymbol{\psi}_u = [F_0(q^{-1}) u^1(k) \quad \dots \quad F_0(q^{-1}) u^p(k) \quad \dots \quad F_1(q^{-1}) u^1(k) \quad \dots \quad F_1(q^{-1}) u^p(k) \quad \dots \quad F_n(q^{-1}) u^1(k) \quad \dots \quad F_n(q^{-1}) u^p(k)]^T$$

如果第一采样点对应于第一个调制窗口起始点, 每进行一次调制积分处理, 调制窗口向后顺延一个采样周期, 则通过上述调制窗口过程得到包含  $l$  个方程的方程组。利用该方程组得到最小二乘参数估计为

$$\boldsymbol{\theta}_{LS}(l) = \left[ \sum_{k=1}^l \boldsymbol{\psi}_k \boldsymbol{\psi}_k^T \right]^{-1} \left( \sum_{k=1}^l \boldsymbol{\psi}_k F_0(q^{-1}) y(k) \right) \quad (10)$$

式(10)是测量信号未加噪声时系统的参数估计, 但在实际应用中, 测量信号都会受到噪声污染, 且对参数估计产生影响。下面研究噪声特性及相关估计算法。

## 2 输入输出测量噪声影响下最小二乘估计统计特性

设输入输出测量信号分别受白噪声  $w(k)$ 、 $v(k)$  污染, 则输入与输出实际测量值  $u_1(k)$ 、 $y_1(k)$  分别为

$$\left. \begin{aligned} u_1(k) &= u(k) + w(k) \\ y_1(k) &= y(k) + v(k) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

将式(11)代入式(8)得待辨识参数的模型为

$$F_0(q^{-1})y_1(k) = -\sum_{i=1}^m a_i F_i(q^{-1})y_1(k) + \sum_{j=0}^{n_\phi} \sum_{i=1}^p b_j r_i F_j(q^{-1})(u_1^i(k)) + W_{u_1 w}(k) + e(k) \quad (12)$$

$$W_{u_1 w}(k) = \sum_{j=0}^{n_\phi} \sum_{i=1}^p b_j r_i F_j(q^{-1}) \cdot ((-1)^{i-p} \sum_{\rho=0}^{i-1} c_i^\rho u_1^\rho(k) \omega^{i-p}(k)) \quad (13)$$

$$e(k) = F_0(q^{-1})v(k) + \sum_{i=1}^m a_i F_i(q^{-1})v(k) =$$

$$\sum_{j=0}^{n_\phi} [(f_j^{(0)} + \sum_{i=1}^m a_i f_j^{(i)})q^{-j}]v(k) = C(q^{-1})v(k) \quad (14)$$

$$C(q^{-1}) = \sum_{j=0}^m c_j q^{-j}$$

$$c_j = f_j^{(0)} + \sum_{i=1}^m a_i f_j^{(i)}$$

$v(k)$  为白噪声序列且服从正态分布, 其噪声均值和方差分别为  $E(v(k)) = 0, D(x(k)) = \delta^2$ , 即  $v(k) \sim N(0, \delta^2)$ 。则  $v(k)$  的自相关函数为

$$E(v(k)v(k+m)) = \begin{cases} \delta^2 & m = 0 \\ 0 & m \neq 0 \end{cases} \quad (15)$$

现对白噪声序列  $v(k)$  进行调制积分处理, 由式(5)有

$$V_j(k) = \sum_{i=0}^{n_\phi} f_i^{(j)} v(k - i\Delta t_s) = F_i(q^{-1})v(k) \quad (16)$$

则  $V_j(k)$  的自相关函数为

$$\begin{aligned} R_{V_j}(k, k+m) &= E(V_j(k)V_j(k+m)) = \\ &= E[F_i(q^{-1})v(k)F_i(q^{-1})v(k+m)] = \\ &= E\left[\sum_{i=0}^{n_\phi} f_i^{(j)} v(k-i) \sum_{r=0}^{n_\phi} f_r^{(j)} v(k+m-r)\right] = \\ &= \sum_{i=0}^{n_\phi} \sum_{r=0}^{n_\phi} f_i^{(j)} f_r^{(j)} E[v(k-i)v(k+m-r)] = \\ &= \sum_{\substack{i=0 \\ 0 \leq i+m \leq n_\phi}}^{n_\phi} f_i^{(j)} f_{i+m}^{(j)} \delta^2 \end{aligned} \quad (17)$$

由式(17)知, 当  $m \neq 0$  时,  $R_{V_j}(k, k+m) \neq 0$ , 故白噪声经过调制积分处理后是有色噪声。

由(14)式和式(16)得

$$e(k) = V_0(k) + \sum_{i=1}^m a_i V_i \quad (18)$$

由式(18)知,  $e(k)$  为调制白噪声线性, 故

$e(k)$  为有色噪声。

由式(13)得

$$W_{u_1 w}(k) = \sum_{j=0}^{n_\phi} \sum_{i=1}^p \sum_{\rho=0}^{i-1} (-1)^{i-p} b_j r_i c_i^\rho D_{u_1 w}(k) \\ D_{u_1 w}(k) = F_j(q^{-1})(u_1^\rho(k) \omega^{i-p}(k))$$

则  $D_{u_1 w}(k)$  的自相关函数为

$$\begin{aligned} R_{D_{u_1 w}}(k, k+m) &= E(D_{u_1 w}(k)D_{u_1 w}(k+m)) = \\ &= E\left[\sum_{i=0}^{n_\phi} f_i^{(j)} (u_1^\rho(k-i) \omega^{i-p}(k-i)) \sum_{i=0}^{n_\phi} f_i^{(j)} (u_1^\rho(k+m-i) \omega^{i-p}(k+m-i))\right] = \\ &= \sum_{i=0}^{n_\phi} \sum_{i=0}^{n_\phi} f_i^{(j)} f_i^{(j)} E[(u_1^\rho(k-i) \omega^{i-p}(k-i))(u_1^\rho(k+m-i) \omega^{i-p}(k+m-i))] = \\ &= \sum_{\substack{i=0 \\ 0 \leq i+m \leq n_\phi}}^{n_\phi} f_i^{(j)} f_{i+m}^{(j)} \delta_w^2 \delta_{u_1} \end{aligned} \quad (19)$$

由式(19)知  $W_{u_1 w}(k)$  是信号和噪声调制的有色干扰项, 该部分对系统参数一致性估计有复杂的影响。

由以上讨论知, 式(12)中的模型噪声  $W_{u_1 w}(k) + e(k)$  是一个极其复杂的有色噪声序列, 此时最小二乘参数估计不是无偏一致估计<sup>[5]</sup>。在离散模型的情况下, 常采用增广最小二乘法、广义最小二乘法等来获得参数的无偏一致估计, 因此本文对式(12)的噪声项用广义噪声模型来进行处理, 然后提出调制广义最小二乘法来辨识 Hammerstein 系统组合参数的无偏估计。

## 3 Hammerstein 模型组合参数调制广义最小二乘估计

由式(12) ~ 式(14), 令  $e_1(k) = W_{u_1 w}(k) + e(k)$ , 设

$$\epsilon(k) = \frac{\mu(k)}{D(q^{-1})} \quad (20)$$

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_d q^{-d}$$

式中,  $d_i (i = 0, 1, \dots, d)$  为滑动模型  $D(q^{-1})$  的参数;  $d$  为滑动模型阶数。

则可将式(20)化为

$$\begin{aligned} \epsilon(k) &= v(k) - d_1 q^{-1} \epsilon(k) - \dots - d_d q^{-d} \epsilon(k) = \\ &= v(k) - d_1 \hat{\epsilon}_1(k) - \dots - d_d \hat{\epsilon}_d(k) \quad (21) \\ \hat{\epsilon}_t(k) &= q^{-t} \epsilon(k) \quad t = 1, 2, \dots, d \end{aligned}$$

将式(21)代入式(12)有

$$F_0(q^{-1})y(k) = \Psi_k^T \theta + \mu(k) - \sum_{i=1}^d d_i \hat{\epsilon}_i(k) = \Psi_k^T \theta' + \mu(k) \quad (22)$$

$$\Psi_k^T = [\Psi_{y_1}^T \quad \Psi_{u_1}^T \quad \Psi_\epsilon^T]^T$$

$$\Psi_{y_1} = [-F_1(q^{-1})y_1(k) \quad \dots \quad -F_m(q^{-1})y_1(k)]^T$$

$$\Psi_{u_1} = [F_0(q^{-1})u_1^1(k) \quad \dots \quad F_0(q^{-1})u_1^p(k)$$

$$F_1(q^{-1})u_1^1(k) \quad \dots \quad F_1(q^{-1})u_1^p(k) \quad \dots$$

$$\begin{aligned}
 & F_n(q^{-1})u_1^1(k) \cdots F_n(q^{-1})u_1^p(k)]^T \\
 \boldsymbol{\psi}_\epsilon &= [-\hat{\epsilon}_1(k) \cdots -\hat{\epsilon}_d(k)]^T \\
 \boldsymbol{\theta}' &= [a_1 \cdots a_m \quad b_0 r_1 \cdots b_0 r_p \quad b_1 r_1 \cdots \\
 & b_1 r_p \cdots b_n r_1 \cdots b_n r_p \quad d_1 \cdots d_d]^T
 \end{aligned}$$

式(22)中的误差为白噪声,则容易得到含  $l$  个方程的方程组参数的直接估计:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{LS}(l) = \left[ \sum_{k=1}^l \boldsymbol{\psi}_k' \boldsymbol{\psi}_k'^T \right]^{-1} \left[ \sum_{k=1}^l \boldsymbol{\psi}_k' F_0(q^{-1}) y_1(k) \right]$$

式(22)中的  $\hat{\epsilon}_i(k)$  是未知的,只能通过计算得到,即  $\hat{\epsilon}_i(k) = F_0(q^{-1})y(k) - \boldsymbol{\psi}_k^T \hat{\boldsymbol{\theta}}_{LS}(k-1)$ 。利用  $y(k), u(k)$  先求出最小二乘估计  $\hat{a}_i, \hat{b}_j r_k$ ,再计算出残差  $\hat{\epsilon}_i(k)$  的估计值。将估计值代入数据矩阵,就可以求出模型参数的无偏估计。

类似于离散系统递推辨识算法的推导,推得调制广义最小二乘递推算算法:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}'_{LS}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}'_{LS}(k-1) + \mathbf{K}(k) \Delta(k)$$

$$\mathbf{K}(k) = \frac{\mathbf{P}(k-1) \boldsymbol{\psi}_k'(k)}{1 + \boldsymbol{\psi}_k'(k)^T \mathbf{P}(k-1) \boldsymbol{\psi}_k'(k)}$$

$$\mathbf{P}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \boldsymbol{\psi}_k'(k)^T] \mathbf{P}(k-1)$$

$$\Delta(k) = F_0(q^{-1})y_1(k) - \boldsymbol{\psi}_k^T \hat{\boldsymbol{\theta}}_{LS}(k-1)$$

$$\hat{\epsilon}_i(k) = F_0(q^{-1})y_1(k) + \sum_{i=1}^m \hat{a}_i F_i(q^{-1})y_1(k) -$$

$$\sum_{j=0}^n \sum_{i=1}^p \hat{b}_j r_i F_j(q^{-1})u_1^i(k)$$

$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{LS}(0), \mathbf{P}(0), \hat{\boldsymbol{\theta}}'_{LS}(0)$  按如下方式进行选择,即取前  $m$  组调制数据得到的最小二乘结果作为初值:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{LS}(0) = \left[ \sum_{k=1}^l \boldsymbol{\psi}_k \boldsymbol{\psi}_k^T \right]^{-1} \left[ \sum_{k=1}^l \boldsymbol{\psi}_k F_0(q^{-1}) y_1(k) \right]$$

$$\mathbf{P}(0) = \left[ \sum_{k=1}^l \boldsymbol{\psi}_k \boldsymbol{\psi}_k^T \right]^{-1}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}'_{LS}(0) = [\hat{\boldsymbol{\theta}}_{LS}(0) \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

#### 4 Hammerstein 模型非线性参数分离

首先要对参数  $b_j r_i$  进行分离,由于  $\frac{b_j}{\alpha}(ar_i) = b_j r_i (\alpha \neq 0)$ ,因此分离参数  $b_j r_i$  有多种结果,即  $\frac{b_j}{\alpha}$  与  $ar_i (\alpha \neq 0)$ ,当  $\alpha=1$  时分离结果才与 Hammerstein 模型中的参数一致。目前没有辨识方法直接将参数  $b_j r_i$  分离开,必须对增益  $r_i, b_j$  规范化,规范化方法有很多,其中之一是将  $r_i$  设置为 1<sup>[14]</sup>。

用奇异值分解方法对连续非线性系统 Hammerstein 模型的参数进行分离计算<sup>[15]</sup>。先正规化  $r_1=1$ ,将参数排成矩阵形式:

$$\boldsymbol{\theta}_{br} = \begin{bmatrix} b_1 r_1 & b_1 r_2 & \cdots & b_1 r_p \\ b_2 r_1 & b_2 r_2 & \cdots & b_2 r_p \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_n r_1 & b_n r_2 & \cdots & b_n r_p \end{bmatrix}$$

则  $\hat{b}_1 = r_1 b_1$ 。设矩阵的奇异值分解为

$$\boldsymbol{\theta}_{br} = \sum_{i=1}^{\min(n,p)} \mathbf{u}_i \boldsymbol{\lambda}_i \mathbf{v}_i^T$$

式中,  $\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i$  分别为  $n \times n$  矩阵  $\mathbf{u}, p \times p$  矩阵  $\mathbf{v}$  的第  $i$  列;  $\boldsymbol{\lambda}_i$  为  $n \times p$  对角阵  $\boldsymbol{\lambda}$  的第  $i$  列。

假设用  $s_u$  来标记向量  $\mathbf{u}_i$  中非零首元的正负性,当非零首元大于零时,  $s_u = 1$ ; 当非零首元小于零时,  $s_u = -1$ 。于是可以得出  $\mathbf{b}$  和  $\mathbf{r}$  的估计为  $\hat{\mathbf{b}} = s_u \mathbf{u}_i, \hat{\mathbf{r}} = s_u \mathbf{v}_i$ 。最后将参数向量  $\hat{\mathbf{b}}$  和  $\hat{\mathbf{r}}$  规范化,便可以实现组合参数的分离。

#### 5 仿真算例

Hammerstein 模型如下:

非线性部分函数为

$$x(t) = r_1 u(t) + r_2 u^2(t) + r_3 u^3(t)$$

线性部分传递函数为

$$H(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

用上述 Hammerstein 模型进行仿真,用向量  $\boldsymbol{\beta}$  来表示 Hammerstein 模型参数:

$$\boldsymbol{\beta} = (a_1, a_0, b_1, b_0, r_1, r_2, r_3) =$$

$$(2.1, 3.1, 2.1, 9.1, 1.0, 57, -0.0912)$$

用向量  $\boldsymbol{\theta}$  来表示组合模型参数:

$$\boldsymbol{\theta} = (a_1, a_0, b_0 r_1, b_0 r_2, b_0 r_3, b_1 r_1, b_1 r_2, b_1 r_3) =$$

$$(2.1, 3.1, 1.9, 1.083, -0.17328,$$

$$1.2, 0.684, -0.10944)$$

取高斯小波作为调制函数,即  $G(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} e^{-(t/a)^2/2}$ ,其调制尺度  $a=0.125$ ,调制窗口为 5,对微分方程进行调制积分。输入信号  $u(t) = 2\sin 0.5\pi t + \cos 0.5\pi t$ ,采样间隔  $\Delta t = 0.02\text{s}$ ,总采样时间长度  $T = 30\text{s}$ 。在模型输入输出信号中加入高斯白噪声来模拟实际测量情况并检验算法对噪声的抑制能力。为了排除计算中随机因素的干扰以验证本方法的有效性,在每一给定的噪声强度  $\delta_1$  下独立施加白噪声,取 50 次独立辨识结果的平均值为辨识结果。

噪声强度  $\delta_1$  (即噪信比 NSR) 定义为  $\delta_1 = \delta_v / \delta_u$ ,其中  $\delta_v$  为噪声方差,  $\delta_u$  为信号方差。定义参数估计偏差为

$$\|\Delta\boldsymbol{\theta}\| = \left\{ \frac{1}{n_\theta} \sum_{i=1}^{n_\theta} [(\hat{\theta}_i - \theta_i) / \theta_i]^2 \right\}^{1/2}$$

用  $\|\Delta\boldsymbol{\theta}\|$  来衡量参数估计的偏差值,其中  $\hat{\theta}_i$  和  $\theta_i$  分别表示参数估计值和系统的真实参数值,  $n_\theta$  表示待估计的参数数量。辨识结果见表 1 和表 2。

表 1 Hammerstein 模型组合参数辨识结果

	NSR(%)			
	0	5	10	20
$\hat{a}_1 = 2.1$	2.1005 ± 0.0005	2.1134 ± 0.0134	2.1195 ± 0.0195	2.2065 ± 0.1065
$\hat{a}_0 = 3$	3.0002 ± 0.0002	3.027 ± 0.027	3.0972 ± 0.0972	3.3623 ± 0.3623
$\hat{b}_0 r_1 = 1.9$	1.8997 ± 0.0003	1.8779 ± 0.0221	1.7441 ± 0.1559	2.0031 ± 0.1031
$\hat{b}_0 r_3 = 1.803$	1.083	1.0919 ± 0.0089	1.1194 ± 0.0364	1.2165 ± 0.1335
$\hat{b}_0 r_3 = -0.173$	-0.1732	-0.1668 ± 0.0064	-0.1411 ± 0.0322	-0.1638 ± 0.0095
$\hat{b}_1 r_1 = 1.2$	1.996 ± 0.0004	1.204 ± 0.004	1.1874 ± 0.0126	1.1938 ± 0.0062
$\hat{b}_1 r_2 = 0.684$	0.6838 ± 0.0002	0.6806 ± 0.0034	0.6797 ± 0.0043	0.6607 ± 0.0233
$\hat{b}_1 r_3 = -0.109$	-0.1094 ± 0.00004	-0.1106 ± 0.0012	-0.1084 ± 0.0011	-0.1134 ± 0.0039
估计偏差 $\ \Delta\theta\ $	3.46 × 10 <sup>-4</sup>	0.0152	0.0739	0.0714

表 2 Hammerstein 模型参数 SVD 分解结果

	NSR(%)			
	0	5	10	20
$\hat{b}_1 = 1.9$	1.8997 ± 0.0003	1.8779 ± 0.0221	1.7441 ± 0.1559	2.0031 ± 0.1031
$\hat{b}_0 = 1.2$	1.1996 ± 0.0004	1.204 ± 0.004	1.1874 ± 0.0126	1.1938 ± 0.0062
$\hat{r}_2 = 0.57$	0.5701 ± 0.0001	0.5734 ± 0.0034	0.6071 ± 0.0371	0.5804 ± 0.0104
$\hat{r}_3 = -0.0912$	-0.0912	-0.0904 ± 0.0008	-0.0861 ± 0.0051	-0.0884 ± 0.0028

6 工业应用实例

对液压 AGC 系统进行数学建模与仿真研究,对于液压 AGC 系统调整、改造以及故障诊断有非常重要的意义。利用在国内某企业大型平整机 CM04 正常轧制状态下获得的数据进行液压 AGC 系统辨识<sup>[5]</sup>。液压 AGC 系统以轧制力控制方式进行,通过控制轧制压力达到控制轧制厚度的目的。对该系统进行故障诊断及控制优化均需要该系统真实的动力学模型。文献[5]假定液压 AGC 子系统环节为线性环节,推导出该系统可简化为二阶线性系统来描述。本文考虑子系统环节为非线性以描述非线性元件的非线性特性,现采用二阶连续非线性 Hammerstein 模型对液压 AGC 系统进行描述并仿真。

采用逆重复伪随机信号作为输入激励,将其叠加在正常控制信号的输入端,在线采集输入输出信号。逆 M 序列参数如下:时钟周期  $\Delta t = 20\text{ms}$ ;信号长度  $N = 31$ ;信号幅值  $a = 2.5\text{mV}$ 。输入输出采样周期为  $0.002\text{s}$ ,每一个数据长度记录时间达  $2\text{s}$ 。

设 Hammerstein 模型非线性部分函数为

$$x(t) = r_1 u(t) + r_2 u^2(t) + r_3 u^3(t)$$

设 Hammerstein 模型线性部分传递函数为

$$H(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + 1}$$

需要辨识的参数为

$$\beta = (a_1, a_2, b_0, r_1, r_2, r_3)$$

采用相对均方根误差  $E_{\text{RRMS}} =$

$$\sqrt{\frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{y_i}}$$

来评价模型的性能,  $y_i$  为实际数据向量中的第  $i$  个数据,  $\hat{y}_i$  为预测所得数据向量中的第  $i$  个数据。取采集得到的一个数据文件用于参数辨识,用另一组数据文件作为模型验证。

选择的输入与输出数据分别见图 2、图 3。

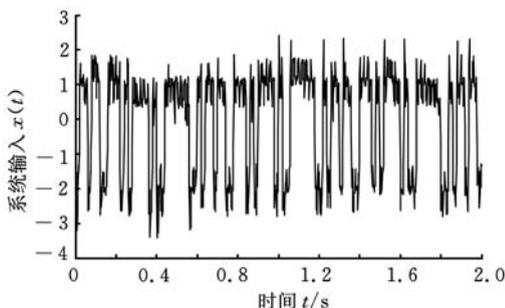


图 2 输入数据

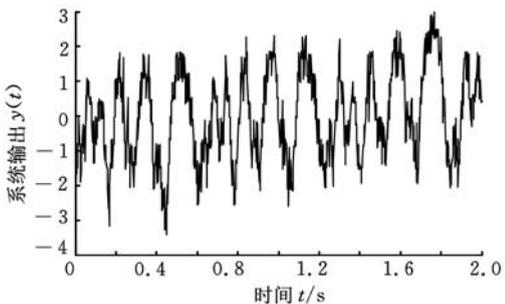


图 3 输出数据

由调制广义最小二乘算法估计的 Hammerstein 模型参数为

$$\beta = (a_1, a_2, b_0, r_1, r_2, r_3) = (0.018\ 07, 0.000\ 32, 1.226\ 87, 1, -1.764\ 76, -21\ 642.1)$$

(23)

其相对均方根误差  $E_{\text{RRMS}} = 97.61$ 。由  $E_{\text{RRMS}}$  知,其辨识结果精度足够高。辨识效果见图 4。

由式(23)知, Hammerstein 模型非线性部分函数为

$$x(t) = u(t) - 1.764\ 76u^2(t) - 21\ 642.1u^3(t)$$

Hammerstein 模型线性部分传递函数为

$$H(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{1.226\ 87}{0.000\ 32s^2 + 0.018\ 07s + 1}$$

为了说明辨识结果的有效性,现用另一组数据进行检验。由调制广义最小二乘算法得该组的

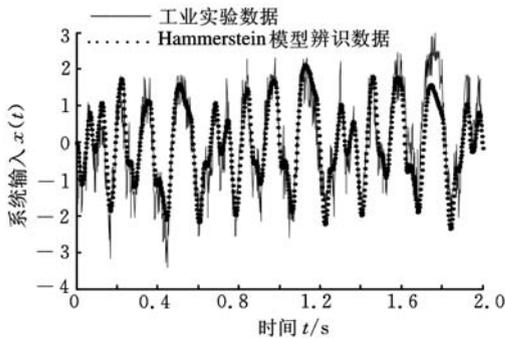


图 4 辨识效果图

相对均方根误差  $E_{RRMS} = 97.02$ , 由该组的  $E_{RRMS}$  知, 其辨识精度也比较高, 其效果图见图 5。

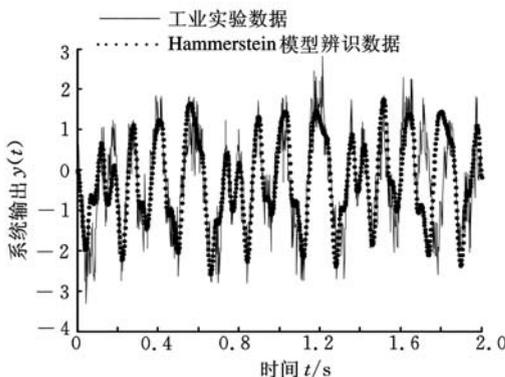


图 5 检验数据效果图

## 7 结论

用调制函数法可对 Hammerstein 模型的组合参数进行最小二乘估计。因输入输出端测量噪声的影响, 在组合参数的等价辨识模型中, 模型噪声是白噪声复杂数值关系的有色噪声, 最小二乘估计为有偏估计。利用广义噪声模型替代原等价辨识模型中的噪声项, 在此基础上提出调制广义最小二乘算法, 得到模型重组后参数的无偏估计。最后利用奇异值分解 (SVD) 方法得到 Hammerstein 模型的参数。

由仿真实例知, 本文方法辨识连续 Hammerstein 模型参数能够得到满意的辨识精度, 将该方法应用于某大型轧机液压 AGC 系统的参数辨识, 实测结果验证了本文方法的实用性, 从而为工业系统实验建模提供了有效途径。

## 参考文献:

[1] Billings S A. Identification of Nonlinear Systems—a Survey[J]. IEEE Proceedings, Control Theory and Applications, 1980, 6: 272-282.  
 [2] 潘立登, 潘仰东. 系统辨识与建模[M]. 北京: 化学工业出版社, 2004.  
 [3] Balestrino A, Landi A, Sani L. Parameter Identification of Continuous Systems with Multiple—input

Time Delays via Modulating Functions [J]. IEE Proc. D, Contr. Theory Appl., 2000, 147(1): 19-27.  
 [4] 贺尚红, 钟掘. 基于调制函数法的线性连续动力学系统参数模型估计[J]. 机械工程学报, 2003, 39(12): 129-134.  
 [5] He Shanghong, Zhong Jue. Modeling and Identification of HAGC System of a Temper Rolling Mill[J]. Journal of Central South University of Technology, 2005, 12(6): 699-704.  
 [6] Narendra K S, Gallman P G. An Iterative Method for the Identification of Nonlinear Systems Using a Hammerstein Model [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1966, 11(6): 546-550.  
 [7] 刘栋, 陶涛. 伺服系统 Hammerstein 非线性模型及参数辨识方法研究[J]. 西安交通大学学报, 2010, 44(3): 42-46.  
 [8] Stoica J P. On the Convergence of an Iterative Algorithm Used for Hammerstein System Identification [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1981, 26(4): 967-969.  
 [9] Chang F H I, Luus R. A Noniterative Method for Identification Using Hammerstein Model [J]. IEEE Trans. Automat. Control, 1971, 16(4): 464-468.  
 [10] Square D B, Heinz U. Identification of Nonlinear Continuous—time Hammerstein Model via HMF—method [C]//Proceedings of the 36th Conference on Decision & Control, San Diego, USA: IEEE, 1997: 2990-2995.  
 [11] Seo In—Yong. Identification of Nonlinear Continuous Hammerstein Model Using the Fourier Modulating Function Technique [C]//The 30th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Busan, Korea: IEEE, 2004: 1588-1593.  
 [12] Jordan J R. System Identification with Hermite Modulating Functions [J]. IEEE Proceedings, Control Theory and Applications, 1990, 137(2): 87-93.  
 [13] Patra A, Unbehauen H. Identification of a Class of Nonlinear Continuous—time Systems Using Hartley Modulating Functions [J]. Int. J. Control, 1995, 62(6): 1431-1451.  
 [14] Ding F, Chen T. Identification of Hammerstein Nonlinear ARMAX Systems [J]. Automatica, 2005, 41(9): 1479-1489.  
 [15] 范伟, 丁锋. Hammerstein 非线性系统参数估计分离的三种方法 [J]. 科学技术与工程, 2008, 8(6): 1586-1589. (编辑 苏卫国)

作者简介: 贺尚红, 男, 1965 年生。长沙理工大学汽车与机械工程学院教授、博士研究生导师。主要研究方向为系统建模与仿真、液压系统振动与噪声控制。赵天林, 男, 1984 年生。长沙理工大学汽车与机械工程学院硕士研究生。石 芳, 女, 1985 年生。长沙理工大学汽车与机械工程学院硕士研究生。