

文章编号: 1000-6893(2003)06-0551-04

小波插值在机载超宽带合成孔径雷达成像中的应用

郭汉伟, 王 岩, 梁甸农, 黄晓涛

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

Application of Wavelet Interpolation in Ultra-Wide Band Airborne SAR Imaging

GUO Han-wei, WANG Yan, LIANG Dian-nong, HUANG Xiao-tao

(College of Electronics, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

摘要: 通过解方程构造一组 4-4 整数小波, 利用整数小波的尺度函数作为插值基函数, 进行波数域算法的 Stolt 插值, 整个插值过程中只有加法和移位运算, 便于硬件实现。仿真计算验证了快速算法的有效性。

关键词: 超宽带合成孔径雷达; 波数域算法; Stolt 插值; 小波变换

中图分类号: V243 **文献标识码:** A

Abstract: Wave number Domain Imaging algorithm can deal with ultra-wide band synthesis aperture radar imaging. Stolt interpolation is a key role in wave number domain imaging algorithm and is an unevenly interpolation problem. There is no fast computation algorithm. 4-4 tap of biorthnormal integer wavelet filters are constructed by solving the equation. The wavelets are used as the interpolation base function in Stolt interpolation step. There are only plus and shift operations and no multiplication in interpolation by wavelets. The wave number domain imaging algorithm due to wavelet interpolation becomes easy to realize in hardware. The simulation results demonstrate the efficiency of this new interpolation algorithm.

Key words: UWB-SAR; wave number imaging algorithm; Stolt interpolation; wavelet transform

叶簇穿透超宽带合成孔径雷达 (FOPEN UWB-SAR) 具有重要的军事应用价值。而 UWB-SAR 成像处理面临着诸如大距离迁移, 大数据量, 强距离向与方位向耦合性等许多困难, R-D 等成像算法不再适用。波数域 ($-k$) 算法可以很好地解决 UWB-SAR 成像问题^[1]。图 1 展现了波束域算法的流程图。数据预处理通过 FFT 实现距

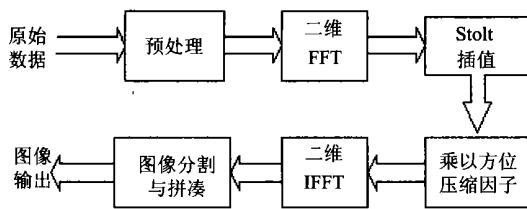


图 1 波数域算法流程框图

Fig. 1 Block diagram of wave number algorithm

离向脉冲压缩。其中, Stolt 插值是 $-k$ 算法的关键步骤, 直接影响算法计算效率图像的质量。通过 Stolt 插值, 可将距离向压缩以后原始数据从 $(k_x,)$ 域转换到 (k_x, k_y) 域, 从而进行方位向压缩。为电磁波角频率, k_x 和 k_y 是电磁波沿着 x 和 y 方向传播的波数。Stolt 插值是不等间距插值, 没有快速算法, 必须逐点处理。变换公式为

$$k_y = \frac{c}{2} \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \quad (1)$$

通常可以利用 SINC 函数, 多项式, 或者样条函数作为基函数进行 Stolt 插值。其中以 SINC 插值的效果最好^[2]。但是以上插值存在一些不足: 基函数为全域基, 插值运算过程中需要强制截断; 运算量大, 插值一点需要多个浮点乘法操作, 限制了算法的实时处理性能。如果用小波作为插值基函数可以弥补以上两点不足, 因为小波具有以下特点: 紧支撑特性; 基函数可以优化选择; 效率高; 本位操作; 便于并行处理。由此可见, 通过优化选择插值小波基, 可能使超宽带合成孔径雷达 $-k$ 算法中 Stolt 插值效率获得改善, 为成像算法的实时处理提供可选的途径。

1 解方程的方法构造一组整数小波

为了减少 UWB-SAR 成像的计算量, 以低成本的硬件代价实现算法, 以求达到实时处理效果, 尽量选择支撑区间小的基函数。构造一组 4-4 的双正交小波用于插值运算。令分解小波滤波器 $g_1 = \{a_1, b_1, c_1, d_1\}$ 具有二阶消失矩, 本文中滤波器采用归一化系数的形式。根据小波消失矩的性质^[3], 可以得到消失矩方程 (2)

收稿日期: 2002-10-09; 修订日期: 2003-05-20
基金项目: 雷达信号处理国防科技重点实验室基金项目
(51431020101 KG01) 支持
文章网址: <http://www.hkxb.net.cn/hkxb/2003/06/0551/>

$$\left. \begin{aligned} a_1 - b_1 + c_1 - d_1 &= 1 \\ a_1 + b_1 + c_1 + d_1 &= 0 \\ -a_1 + 0 + c_1 + 2d_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

求解方程组(2)得到一组通解

$$\left\{ \begin{aligned} a_1 &= a_1, c_1 = -a_1 + 1/2, \\ b_1 &= -a_1 - 1/4, d_1 = a_1 - 1/4 \end{aligned} \right\}.$$

重构滤波器 $g_2 = \{a_2, b_2, c_2, d_2\}$ 具有一阶消失矩,通过解消失矩方程,得到滤波器组 g_2 系数。

$$\left\{ \begin{aligned} a_2 &= a_2, c_2 = -a_2 + 1/2, \\ b_2 &= b_2, d_2 = -b_2 - 1/2 \end{aligned} \right\}$$

根据 MALLAT 算法有如下的矩阵方程(3)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ c_1 & d_1 & 0 & 0 & a_1 & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ a_2 \\ b_2 \\ c_2 \\ d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

解方程(3)得到

$$\left\{ \begin{aligned} a_2 &= 8a_1^2 - a_1 - 1/4, b_2 = 8a_1^2 - 3a_1 - 1/2 \\ & \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

那么小波滤波器 g_1 和 g_2 系数如下

$$\left\{ \begin{aligned} g_1 &= \{a_1, -a_1 - 1/4, -a_1 + 1/2, a_1 - 1/4\} \\ g_2 &= \{8a_1^2 - a_1 - 1/4, 8a_1^2 - 3a_1 - 1/2, \\ & -8a_1^2 + a_1 + 3/4, -8a_1^2 + 3a_1\} \end{aligned} \right\}$$

取小波的正则形^[4],得到尺度滤波器

$$\left\{ \begin{aligned} h_1 &= \{-d_2, c_2, -b_2, a_2\}, \\ h_2 &= \{-d_1, c_1, -b_1, a_1\} \end{aligned} \right\}$$

取 $a_1 = -3/32$,得到如下一组 4-4 滤波器:分解滤波器

$$\left\{ \begin{aligned} h_1 &= \{45/128, 75/128, 19/128, -11/128\} \\ g_1 &= \{-3/32, -5/32, 19/32, -11/32\} \end{aligned} \right\}$$

重构滤波器

$$\left\{ \begin{aligned} h_2 &= \{11/32, 19/32, 5/32, -3/32\} \\ g_2 &= \{-11/128, -19/128, 75/128, -45/128\} \end{aligned} \right\}$$

波形与 2 阶消失矩的 Daubechies 正交小波类似。

2 小波作为基函数插值

连续信号经过 A/D 变换为离散信号序列,实质上就是连续信号 $x(t)$ 在采样函数 $p(t)$ 下的加权积分,得到离散序列 $x(n)$ 。

$$\left. \begin{aligned} p(t) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) \\ x(n) &= \int_{nT}^{(n+1)T} x(t) p(t - nT) dt \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

受到由于 A/D 转换器反应时间,有限采样速率等因素影响,采样只能在某一分辨空间 $V_j(j$ 分辨水平)之下进行。 $p(t)$ 可以看作小波分析中的尺度函数 ϕ 。而不同分辨水平下的采样基函数有如下关系

$$\left\{ \begin{aligned} \phi(x) &= \sum_{k=a}^b h_k \phi(2x - k), \phi(x - k) \quad V_j \\ \phi(2x - k) & \quad V_{j+1}, V_j \subset V_{j+1}. \end{aligned} \right.$$

通过对偶关系式 $\tilde{\phi}(x) = \sum_{k=a}^b \tilde{h}_k \tilde{\phi}(2x - k)$ 可从低分辨空间 V_j 恢复高分辨水平空间 V_{j+1} 部分信息。这一采样与恢复过程类似 MALLAT 算法的分解与重构过程^[4]。

采样过程

$$x_j(n) = \sum_k h_{k-2n} x_{j+1}(k) \quad (6)$$

综合(插值)过程^[4]

$$\tilde{x}_{j+1}(n) = \sum_k \tilde{h}_{k-2n} \tilde{x}(k) \quad (7)$$


3 局部 Stolt 插值

-k 算法的辐射模型中,记 $s(x, y, t)$ 的傅立叶变换为 $s(k_x, k_y, \omega)$, 则

$$s(x, y, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \int \int s(k_x, k_y, \omega) \exp(jk_x x + jk_y y + j\omega t) dk_x dk_y d\omega \quad (8)$$

尽管在近场条件下, $s(x, y, t)$ 无法用平面波近似,但上式表明 $s(x, y, t)$ 可分解为不同方向、不同频率的平面波的叠加。从波束形成的观点看,当频率为 ω 的平面波以传播速度 $c/2$ (c 为光速),入射角 θ 入射线性阵列时,其波数-频率域 (k_x, k_y, ω) 各分量之间存在关系^[2]

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sin \theta; k_y = \frac{\omega}{c} \cos \theta \quad (9)$$

距离压缩数据频域支撑区在 (k_x, ω) 平面呈梯形, SAR 图像的频域支撑区在 (k_x, k_y) 平面是圆环的一部分,呈“”状(UWB-SAR 图像中的非正交旁瓣正是由于支撑区的这种非矩形特性引起的),二者均是由雷达信号带宽与波束张角决定的有限区间。因而在 Stolt 插值时,无论是已知值还是待插值都不是分布在整个波数-频率域。

$$k_y: \omega = \frac{2}{c} \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$$

令 $k_r = \frac{\omega}{c}$, 及 $k_r, k_y: k_r = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ (10)

要得到的关于 k_y 的均匀序列 $\{k_y(m)\}$, 即是要得到关于 k_r 的非均匀 $\{k_r(m)\}$ 。而本身我们知道关于 k_r 的均匀采样序列。小波实现 Stolt 插

值整个流程如下:

(1) 确定插值基函数, 插值区间, 序列 $\{k_r(m), m \in Z\}$ 。

(2) 对于点 $k_r(m)$, 取定插值所用数据序列

$$k_r(n), n = \begin{cases} \frac{a-1}{2} + n_1, \dots, n_2 - \frac{a-1}{2}, \\ (a = 2i + 1, i \in Z) \\ \frac{a}{2} - 1 + n_1, \dots, n_2 - \frac{a}{2} + 1, \\ (a = 2i, i \in Z) \end{cases} \quad (11)$$

$k_r(n_1), k_r(n_2)$ 为均匀序列 k_r 中小于 $k_r(m)$ 的最大点, 大于 $k_r(m)$ 的最小点。

(3) 按照插值公式(7)运算。

(4) 重复(2)(3)步骤直到满足一定的精度, 或者达到一定的迭代次数。

(5) 运用最后通过 $k_r(n_1), k_r(n_2)$ 确定 $k_r(m)$ 的值。

(6) 重复(1) ~ (4)步4次, 对 $k_r(m)$ 序列逐点插值就可以满足精度要求了。

4 小波基函数的选取及插值具体实现

插值的基函数应该具有低通函数的性质。本文选择具有紧支称的双正交小波综合尺度函数作为插值基函数。首先选择 MATLAB 小波工具箱中双正交样条小波 bior6.8 重构尺度函数作为插值基函数。其滤波器系数如下: $h(n) = \{0.01442628250562, 0.01446750489679, -0.078722001, -0.0403679790, 0.41784910915, 0.758907729453, 0.417849109157, -0.04036797903, 0, -0.078722001062, 0.014467504896, 0.014426282\}$, 通常做法是对数据隔一个添一个零, 再进行卷积。实际上这种做法的效率并不高, 因为中间添零加大了计算量。

用滤波器为 $h_1 = \{45/128, 75/128, 19/128, -11/128\}$ 进行插值。在插值过程中只有加法和移位运算; 支撑区间很短是这组滤波器的另一个优势。偶数次插值, 偶数次乘 $\sqrt{2}$ 可以按照移位运算处理。

$$h_1(0) = \frac{45}{128} = \frac{32+8+4+1}{128} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128}$$

$$h_1(1) = \frac{75}{128} = \frac{64+8+2+1}{128} = \frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}$$

$$h_1(2) = \frac{19}{128} = \frac{16+2+1}{128} = \frac{1}{8} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}$$

$$h_1(3) = \frac{-11}{128} = \frac{-8-2-1}{128} = -\left(\frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right)$$

滤波器 h_1 系数可以分解为 2 的整数次幂的线性组合, 它的插值算法也具有一定的特殊性。下面加以讨论: 令输入序列为 $\{x(i), i = 0, 1, 2, \dots\}$, 采样速率为 f 。输出序列形式如下

$$y(2i) = x(i)h_1(2) + x(i+1)h_1(0) = \frac{1}{128}(x(i) + x(i+1)) + \frac{x(i)}{64} + \frac{x(i)}{8} + \frac{x(i+1)}{32} + \frac{x(i+1)}{16} + \frac{x(i+1)}{4}$$

$$y(2i+1) = x(i)h_1(3) + x(i+1)h_1(1) = \frac{1}{128}(x(i+1) - x(i)) + \frac{1}{64}(x(i+1) - x(i)) + \frac{1}{16}(x(i+1) - x(i)) + \frac{1}{2}x(i+1)$$

经过一次插值输出 $\{y_m\}$, m 为非负整数, $m = 0, 1, 2, \dots, \{y_m\}$ 采样速率为 $2f$ 。快速算法的流程图见图 2。图 2 中, $\gg n$ 表示右移 n 位操作; \oplus 表示加法, \ominus 表示减法。从图 2 可以看出, h_1 进行一次插值运算需要 10 次移位操作, 4 次加法操作。算法适合并行处理, 本位操作, 硬件实现代价很低。 h_2 也有类似的插值算法。完成一次插值计算需要 6 次移位操作, 4 次加法运算。

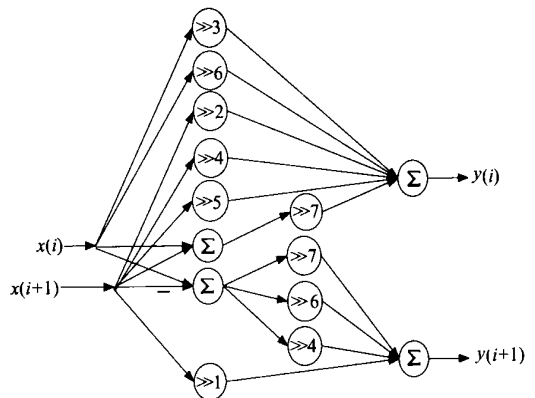


图 2 滤波器 h_1 的插值算法流程图

Fig. 2 The flow diagram of h_1 interpolation

5 应用小波 w-k Stolt 插值算法的仿真

表 1 表示仿真成像结果对比。仿真参数为, 成像区域: 方位向: $[-10, 10]m$; 距离向: $[90, 110]m$; 发射信号是载频 600MHz, 带宽为 150MHz 线性调频信号, 信号脉宽 $3 \times 10^{-7}s$, 脉冲

重复频率 1000Hz, 载机速度 100m/s; SINC 函数是公认最好的插值基函数。表 1 给出了几种基函数性能的对比, 表 1 中, $160 \times$ 表示需要 160 次浮点乘法, $303 +$ 表示需要 303 次加法, $\gg 21$ 表示需要 21 次移位操作。为了硬件实现, SINC 函数要用 18 阶多项式代替, 截断区间为 $[-8, 8]$ 。本文 4-4 小波插值在计算量比 SINC 插值和双正交 6.8 小波插值少得多, 而成像结果的评价指标^[5] 相差无几。基于 SINC 函数插值成像 (见图 3) 和基于 h_1 滤波器成像图像结果 (见图 4) 相差无几。从仿真结果看, 基于本文 4-4 小波插值超宽带 SAR 成像结果与基于 SINC 函数相差无几, 而运算量大大减少, 便于工程实现。

表 1 不同基函数插值算法的性能比较表

插值基	复杂度	PSLR	SSLR	ISLR
SINC	$160 \times, 303 +$	13.0738	24.0208	6.7885
6.8 小波	$61 \times, 6 +$	13.1717	24.8102	6.9598
4-4 h_1	$\gg 21, 8 +$	13.2173	25.4276	7.0565
4-4 h_2	$\gg 13, 8 +$	13.2266	25.4715	7.0653

PSLR: 峰值旁瓣比; SSLR: 虚假旁瓣比; ISLR: 积分旁瓣比

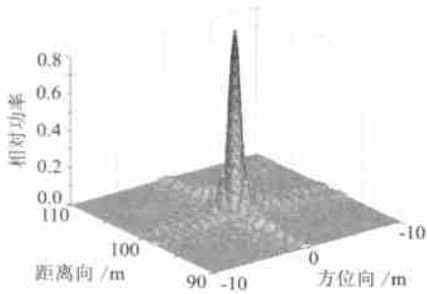


图 3 SINC 基函数成像结果

Fig. 3 Imaging result based on SINC function

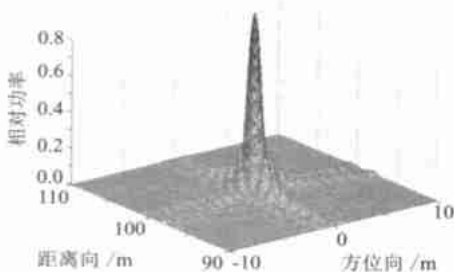


图 4 h_1 成像结果

Fig. 4 Imaging result based on h_1 filter

6 结论

本文利用自己构造的 4-4 小波的尺度函数作为插值基函数, 进行 $-k$ 算法的 Stolt 插值, 通过仿真计算取得较好的结果。通过构造整数小波, 并将其应用于插值算法中, 整个插值过程中只有加法和移位运算, 便于硬件实现, 提高了计算效率。这为超宽带合成孔径雷达 $-k$ 成像算法实时处理提供了一个可选的途径。

参考文献

- [1] 王顺华. 机载大处理角 UWB-SAR 成像理论及算法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 1996.
(Wang S H. Research on theory and algorithm airborne UWB-SAR imaging[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 1996.)
- [2] 董臻. UWB-SAR 信息处理中若干问题的研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2001.
(Dong Z. Research on some problems on information process of UWB-SAR[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2001.)
- [3] 郭汉伟, 梁甸农. 镜像滤波器的构造及其收敛到小波条件研究[J]. 信号处理, 2001, 14(1): 5-10.
(Guo H W, Liang D N. Research on mirror filters construction and condition of convergence to wavelet [J]. Signal Processing, 2001, 14(1): 5-10.)
- [4] Wang G Q. Multiresolution sampling and its application[J]. Optical Engineering, 1998, 12, 1075-1079.
- [5] 刘永坦. 雷达成像技术[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2000.
(Liu Y T. Radar imaging technology[M]. Harbin: University of Harbin Institute Press, 2000.)

作者简介:

郭汉伟(1975-) 男, 吉林四平人, 分别于 1997 年和 2000 年获得国防科技大学电磁场与微波技术专业学士和硕士学位。于 2000 年开始攻读国防科技大学信号处理专业博士学位。主要研究 SAR 信号处理, 小波分析等 (Email: guohanwei@sina.com, 网址: http://guohanwei.51.net)。

王岩(1975-) 男, 河南驻马店人, 于 1998 年和 2000 年获得国防科技大学信号处理专业学士, 于 1998 年开始攻读国防科技大学专业信号处理专业博士学位。主要研究 SAR 信号处理, 目标识别等 (Email: kingrock@sina.com)。

梁甸农(1936-) 男, 湖南湘潭人, 现为国防科技大学电子科学与工程学院教授, 博士生导师, 中国电子学会会员, 主要从事超宽带合成孔径雷达系统理论, 及自适应信号处理等研究工作。

(责任编辑: 俞敏)