文章编号:1000-6893(2003)06-0534-03

随机疲劳可靠度预测的状态分析方法研究

林文强, 谢里阳
(东北大学 机械工程与自动化学院 现代设计与分析研究所, 辽宁 沈阳 110004)

State Analysis Approach of Random Fatigue Reliability Prediction

LIN Wen-qiang, XIE Li-yang
(Modern Design and Analysis Institute, College of Mechanical Engineering and Automation School, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

摘 要: 两级载荷下的疲劳剩余寿命试验结果显示,在没有疲劳失效的情况下,若先施加低应力,则在后续的高应力下剩余寿命的标准差与该高应力下原始寿命的标准差相比变大;若先施加高应力,则在后续的低应力下剩余寿命的标准差与该低应力下原始寿命的标准差相比变小。根据两级循环载荷作用下剩余疲劳寿命分布规律的实验规律,以描述剩余寿命分布变化的数学模型为基础,提出了一个根据载荷历程作用下结构/零件状态变化预测随机载荷下疲劳可靠度的方法。使用该方法,可以根据已知的材料或零件的原始 P-S-N 曲线,借助剩余寿命分布和载荷循环数—疲劳寿命干涉分析计算随机载荷作用下的疲劳可靠度。

关键词: 疲劳; 可靠性; 剩余寿命; 随机载荷; 干涉模型
中图分类号: V215.5;O346.1 **文献标识码**: A

Abstract: Firstly, the residual life distribution is experimentally studied under two-level cyclic loading. It is shown that, in the situation of no fatigue failure, the residual life standard deviation under the high-level load becomes larger after low-level cyclic load acting, or vice versa. According to the two-level cyclic stress experiment result, equations are developed to simulate the residual fatigue life distribution parameters. Then, an approach is developed to calculate fatigue reliability by means of damage state analysis. With such an approach, the fatigue reliability under random loading can be calculated as long as the original P-S-N curve is available.

Key words: fatigue; reliability; residual life; interference model; random load

1 非恒幅载荷下的剩余疲劳寿命分布

应力—强度干涉模型或载荷循环数—疲劳寿命干涉模型一直广泛应用于恒幅载荷下的疲劳可靠性分析[1,2]。针对程序载荷下的疲劳可靠性问题提出的"寿命等效—条件可靠度模型"[3]也一直在被直接或间接地应用于各种复杂载荷下的疲劳可靠性问题。但"寿命等效—条件可靠度模型"只是一个简单的近似方法,只能应用于一些简单的疲劳可靠性问题[4]。

在随机载荷作用下,既使在没有失效发生的情况下,零件的剩余寿命分布参数(均值和标准差)也将发生明显变化,这是与恒幅载荷下的剩余寿命分布规律的不同之处。因此,为了建立复杂载荷下的疲劳可靠性模型,必须首先研究剩余寿命分布的变化规律。为此目的,本文就正火 45 号碳钢和热轧 16Mn 合金钢在旋弯疲劳试验机上采用大圆弧光滑试样,两级加载,进行了研究性试验。

正火 45 号碳钢的疲劳寿命与可靠性试验,选择了 σ_1 = 366MPa, σ_2 = 331MPa 和 σ_3 = 309MPa 3 个应力水平。首先进行恒幅循环载荷下的疲劳寿命分布规律试验,试验结果(寿命均值和标准差)列于表 1。为了分析非恒幅载荷下剩余寿命分布规律,还进行了低—高(σ_2-σ_1)、高—低(σ_2-σ_3)两级载荷下的疲劳试验。试验程序是在第 1 级载荷作用一定的循环次数之后开始施加第 2 级载荷,记录在第 2 级载荷下的剩余寿命。试验结果列于表 2。对热轧 16Mn 合金钢也进行了类似的试验。

表 1 恒幅载荷下的疲劳寿命分布参数(试验结果)

Table 1 Life distribution parameters tested under constant amplitude loading

应力	试样数/个	寿命均值/次	寿命标准差/次
σ_1	15	45027	9917
σ_2	18	151422	52286
σ_3	16	658944	209045

对于恒幅载荷下的剩余寿命分布,在没有疲劳失效的情况下(即施加的载荷循环数小于该载荷下母体寿命的最小值时),剩余寿命的标准差不变,发生变化的只有剩余寿命的均值。例如,在循

收稿日期:2002-07-12; **修订日期**:2003-05-06
基金项目:国家重点基础研究专项经费资助(G19990650)
文章网址:http://www.hkxb.net.cn/hkxb/2003/06/0534/

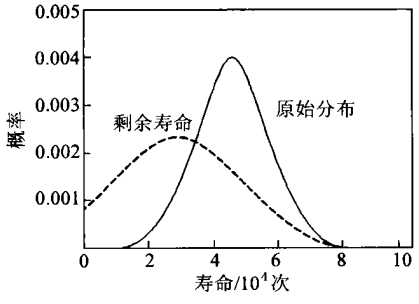
© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表 2　两级载荷下的剩余疲劳寿命分布参数试验结果

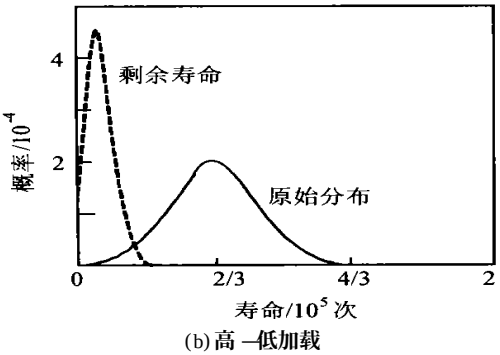
Table 2　Life distribution parameters tested under two-level loading

试样数	第 1 级载荷循环数	剩余寿命均值	剩余寿命标准差
14	40300(低—高)	34086	8820
14	80600(低—高)	25865	17144
16	120900(低—高)	16267	24130
14	40300(高—低)	133326	262886
13	80600(高—低)	110727	146239
13	120900(高—低)	94040	70773

环应力 σ_1 作用下,疲劳寿命分布的概率密度函数为 $f_1(N) \sim N(\overline{N_1}, s_1)$,当 σ_1 作用 n_1 次后,其剩余疲劳寿命分布的概率密度函数变为 $f_{1p}^1(N) \sim N(\overline{N_1} - n_1, s_1)$。$f_i(N) \sim N(\overline{N_i}, s_i)$ 表示寿命分布的概率密度函数 $f_i(N)$ 是均值为 $\overline{N_i}$,标准差为 s_i 的正态分布。与之不同的是,在非恒幅载荷作用下,不管施加的载荷循环次数多小,其剩余寿命分布的均值和标准差都将发生明显变化。对于两级载荷而言,可以看到如下的实验规律:若先施加低应力,则在后续的高应力下剩余寿命的标准差变得比该高应力下原始寿命的标准差更大;若先施加高应力,则在后续的低应力下剩余寿命的标准差变得比该低应力下原始寿命的标准差更小。且第 1 级应力作用的循环次数越多,剩余寿命标准差的变化也越大。再者,两级应力水平相差越大,剩余寿命标准差的变化也越显著。试验结果明显地显示了这样的规律,见图 1。



(a)　低—高加载



(b) 高—低加载

图 1　寿命/剩余寿命分布

Fig. 1　Fatigue life/residual life distributions

由此可见,先前施加的循环载荷将影响剩余寿命的分布参数(均值和标准差)。循环应力 σ_1 作用 n_1 次之后,在应力 σ_2 下剩余寿命的概率密度函数由 $f_2(N) \sim N(\overline{N_2}, s_2)$ 变为 $f_{2p}^1(N) \sim N(\overline{N_2} - n_{2d}, s_{2p}^1)$,这里 n_{2d} 是 σ_2 对 σ_2 的 n_1 次循环在均值意义上的等效循环数,可以由疲劳损伤累积法则确定。根据对试验数据的分析、拟合,可以建立如下的剩余寿命分布参数模型:

令 $\overline{N_i}$ 和 s_i 表示第 i 级应力下原始寿命的均值和标准差。当第 1 级应力 σ_1 作用 n_1 次后,在第 2 级应力 σ_2 下剩余寿命的分布参数 $(\overline{N_{2p}^1}, s_{2p}^1)$ 及其概率密度函数,以及对于任意复杂载荷历程中的第 i 级载荷,在前面 $i-1$ 级载荷作用之后,剩余寿命分布参数及概率密度函数,可由下面模型预测

$$\overline{N_{ip,12\ldots(i-1)}} = \overline{N_i}\left(1 - \sum_{j=1}^{i-1} n_j / \overline{N_j}\right) \tag{1}$$

$$s_{ip,12\ldots(i-1)} = s_i + \sum_{j=1}^{i-1}\left[(s_j - s_i)\left(1 - \sum_{k=1}^{j-1}\frac{n_k}{\overline{N_k}}\right)\frac{n_j}{\overline{N_j}}\right] \tag{2}$$

$$f_{ip,12\ldots(i-1)}(N) \sim N(\overline{N_{ip,12\ldots(i-1)}}, s_{ip,12\ldots(i-1)}) \tag{3}$$

在载荷循环数为随机变量的情况下,上面模型中的载荷循环数应理解为载荷循环数的均值。一般来说,载荷循环数的分散性较小,用其均值构造模型,对剩余寿命分布参数的影响不会很大。

在有疲劳失效的情况下,需对剩余寿命的概率密度函数(方程(3)、(6)、(9))截尾处理并进行如下的修正

$$f_{ipR,12\cdots(i-1)}(N) = f_{ip,12\cdots(i-1)} / (1 - F_i(t)) \tag{4}$$

$$F_i(t) = 1 - \int_{t}^{\infty} f_{ip,12\cdots(i-1)}(N)\,\mathrm{d}N \tag{5}$$

2　随机载荷下疲劳可靠性计算

上述疲劳剩余寿命分布参数方程虽然是根据两级载荷下的实验结果建立的,但可以解释为是以材料(原始材料或经历了一定的载荷循环之后)的当前状态为基础的递推模型。可以假设,把这样的根据两级循环载荷条件下的疲劳剩余寿命分布变化规律推广应用于多级载荷及随机载荷条件,分析、计算一般复杂载荷历程下的剩余疲劳寿命分布问题,能保证一定的精度。

令 $f_i(N)$ 为循环应力 σ_i 下的寿命分布概率密度函数,$f_i(n, t)$ 为应力循环数的概率密度函数(t 表示时间)。显然,当载荷循环数 n 大于相应

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

的疲劳寿命 N 时发生疲劳失效。根据载荷循环数—疲劳寿命干涉分析,可以推导出疲劳可靠性函数

$$R(t) = \int^{\infty} f(n,t)\left[\int^{\infty} f(N)\,\mathrm{d}N\right]\mathrm{d}n \quad (6)$$

以上面的剩余寿命分布模型为基础,应用载荷循环数—疲劳寿命干涉理论即可进行疲劳可靠性计算。设有一两级载荷历程,其中 σ_1 循环 n_1 次,σ_2 循环 n_2 次。令 A_i 表示在第 i 级应力下不发生疲劳失效的事件,$P(A_i)$ 表示其概率。当应力 σ_1 作用了 n_1 次时,可靠度等于

$$P(A_1) = \int_1^{\infty} f_1(N)\,\mathrm{d}N \quad (7)$$

σ_1 作用 n_1 次后应力变为 σ_2。由于前面 σ_1 的作用,σ_2 下剩余寿命的概率密度函数应由式(3)计算。若有疲劳失效发生,即在 $R_2(t) = \int^{\infty} f_{2p,12}(N)\,\mathrm{d}N < 1$ 的情况下,则需根据式(4)对式(3)进行修正。在第1级应力不产生失效的条件下,第2级应力下也没有失效发生的概率是 $P(A_2 \mid A_1)$,可以由下式计算

$$P(A_2 \mid A_1) = \int_2^{\infty} f_{2pR,1}(N)\,\mathrm{d}N \quad (8)$$

显然,σ_1 作用 n_1 次,σ_2 作用 n_2 次后的可靠度等于事件 A_1 和 A_2 同时发生的概率,即

$$P(A_1A_2) = P(A_1)\,P(A_2 \mid A_1) = \int_1^{\infty} f_1(N)\,\mathrm{d}N \int_2^{\infty} f_{2pR,1}(N)\,\mathrm{d}N \quad (9)$$

如果还有第3个应力水平,在第3级应力作用之后的可靠度为

$$P(A_1A_2A_3) = P(A_1)\,P(A_2 \mid A_1)\,P(A_3 \mid A_1A_2) \quad (10)$$

这里,

$$P(A_3 \mid A_1A_2) = \int_3^{\infty} f_{3pR,12}(N)\,\mathrm{d}N \quad (11)$$

式(11)中概率密度函数及其参数可由式(1)~式(3)确定,必要时参照式(4)进行修正。

对于任何复杂载荷历程,在载荷作用到任意时刻的可靠度可以同理分析、计算

$$P(A_1A_2\cdots A_i) = P(A_1)\,P(A_2 \mid A_1)\cdots P(A_i \mid A_1A_2\cdots A_{i-1}) \quad (12)$$

3 小结与讨论

本文对两级疲劳剩余寿命的分布规律进行了试验研究。由试验结果可见,在非恒幅载荷作用下,不管载荷循环次数多小,即无论是否已有疲劳失效出现,其剩余寿命分布参数的均值和标准差都将随循环载荷的作用发生明显变化。对于两级载荷而言,在没有疲劳失效的情况下,若先施加低应力,则在后续的高应力下剩余寿命的标准差与该高应力下原始寿命的标准差相比变大;若先施加高应力,则在后续的低应力下剩余寿命的标准差与该低应力下原始寿命的标准差相比变小。且第1级应力作用的循环次数越多,剩余寿命标准差的变化也越大。再者,两级应力水平相差越大,剩余寿命标准差的变化也越显著。总而言之,先前施加的循环载荷将影响剩余寿命的分布参数。对于恒幅载荷而言,在没有疲劳失效的情况下,只是剩余寿命的均值发生了变化;但对于非恒幅载荷下的剩余寿命来说,即使在没有发生疲劳失效的情况下,其标准差也有明显变化。根据试验数据分析,建立了剩余寿命分布参数模型,并以剩余寿命分布参数模型为基础讨论了随机载荷下的疲劳可靠性经验模型。

参 考 文 献

[1] Murty A S R, Gupta U C, Krishna A R. A new approach to fatigue strength distribution for fatigue reliability evaluation [J]. Int J Fatigue, 1995, 17(2): 91 - 100.

[2] Kam J P C, Birkinshaw M. Reliability-based fatigue and fracture mechanics assessment methodology for offshore structural components[J]. Int J Fatigue, 1994, 16(3): 183 - 199.

[3] Kececioglu D, Chester L B, Gardne E O. Sequential cumulative fatigue reliability[A]. In: Annals of Reliability and Maintainability Symposium[C]. 1974. 153 - 159.

[4] 谢里阳,胡俏,林文强. 程序载荷下疲劳可靠性分析的损伤等效递推方法[J]. 航空学报,1995,16(2):240 - 242. (Xie L Y, Hu Q, Lin W Q. Damage equivalence recursive approach of fatigue reliability[J]. Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica, 1995, 16(2):240 - 242.)

作者简介:

林文强(1961 -) 男(汉族),浙江人,东北大学机械工程与自动化学院副教授,硕士,主要从事机械强度方面的研究。联系电话:024 - 83685841(H)。

谢里阳(1962 -) 男(汉族),安徽人,东北大学机械工程与自动化学院教授,博士,主要从事机械强度及可靠性方面的研究。联系电话:024 - 83687219(O)。

(责任编辑:李铁柏)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net