# 非理想阶跃信号性质研究

# 王奕博,岳瑞华,陈连华

(第二炮兵工程学院 302 教研室,西安 710025)

**摘要:**为减小阶跃信号激励下由于斜坡影响所产生的系统响应误差,对非理想阶跃信号的性质进行了探索研究。分别讨论了斜坡对阶跃信号自身携带频谱的影响,以及非理想阶跃激励信号上升时间对二阶系统参数辨识的影响,给出了阶跃信号时域辨识的一般方法。通过仿真,直观展现了非理想阶跃信号的性质。

关键词:非理想阶跃信号;斜坡;频谱;二阶系统参数辨识 中图分类号:TP206<sup>+</sup>.1 文献标识码:A

在分析系统动态性能时,常采用阶跃响应法,即对系统 施加阶跃信号激励,从而对系统响应进行分析。这是因为阶 跃信号含有丰富的频率成分,能够在足够宽的频率范围内获 取系统的频响特性。然而,实际作用在系统上的信号不可能 为理想的阶跃信号,在阶跃的上升沿(正阶跃)或下降沿(负 阶跃)往往有一个过渡过程,他们的存在将给求得的系统动 态性能带来不可避免的方法误差。

# 1 非理想阶跃信号

数学上,阶跃信号的上升时间为零,为了和实际具有一定上升时间的阶跃信号相区别,将数学上定义的阶跃信号称 为理想阶跃信号,后者称为带斜坡的阶跃信号。其波形如图 1 所示。



图1 理想阶跃信号与非理想阶跃信号

若令理想阶跃信号为 u(t),则带有斜坡的阶跃信号可用 下式表示

$$u^{*}(t) = u(t - \tau) + \frac{t}{\tau} [u(t) - u(t - \tau)]$$
(1)

式中: 7 为斜坡上升时间。

 $u^*(t)$ 的拉普拉斯(Laplace)变换为

$$U^*(s) = \frac{1 - e^{-\tau s}}{\tau s^2}$$
(2)

将 $e^{-\infty}$ 在 $\tau = 0$ 处作泰勒展开并进行线性化处理,由于 $\tau$ 在实际中很小,故忽略含有 $\tau$ 的二次项可得

文章编号:1006-0707(2011)05-0108-03

$$e^{-\tau s} = 1 - \tau s \tag{3}$$

$$U^*(s) = \frac{1}{2} \tag{4}$$

而理想阶跃信号的拉普拉斯变换为

将式(3)带入式(2)可得

$$U(s) = \frac{1}{s}$$

以上推导说明,在 r 非常小时,带有斜坡的非理想阶跃 信号可以近似看做理想阶跃信号。

# 2 斜坡对阶跃信号频谱的影响

理想阶跃信号的频谱函数为

$$X(j\omega) = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$
(5)

其幅频响应为

$$\left|X(j\omega)\right| = \sqrt{\left[\pi\delta(\omega)\right]^2 + \frac{1}{\omega^2}} \tag{6}$$

幅频响应曲线如图2所示。



图 2 理想阶跃信号幅频响应

由式(2)可得,带斜坡阶跃信号的幅频响应函数为

$$\left| U^*(j\omega) \right| = \frac{2}{\tau \omega^2} \left| \sin \frac{\tau \omega}{2} \right| \tag{7}$$

#### **收稿日期:**2011-02-24 **作者简介:**王奕博(1986—),硕士研究生,主要从事自动控制与故障诊断研究。

由式(7)可得不同 $\tau$ 值对应的幅频曲线,以及由 $\tau$ 值影 响产生的误差曲线,如图3所示。



图 3 带斜坡阶跃信号的幅频特性

由图3可知,上升时间 τ 越大,非理想阶跃信号的频谱 衰减越快,能够激励的模态就越低。因此,在对系统进行阶 跃响应分析时,需要考虑信号能否激发出系统的主要模态。

# 3 斜坡上升时间 τ 对系统参数辨识的影响

对于理想的二阶系统,其传递函数表达式为

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$
(8)

式中:K为系统增益; $\xi$ 为阻尼比, $0 < \xi < 1$ 为欠阻尼系统; $\omega_n$ 为自然频率。

在利用阶跃信号进行系统辨识的过程中,由于非理想阶 跃信号斜坡的存在,势必会对辨识参数产生不可避免的方法 误差。将带有斜坡的非理想阶跃信号 $u^*(t)$ 通过式(8)表示 的系统,可得到一系列响应数值( $t_i$ , $y(t_i)$ ),把这些响应数值 作为理想阶跃信号激励下系统的响应,可得出斜坡上升沿时 间 $\tau$ 对系统参数的影响曲线,如图4所示。



图4 非理想阶跃信号激励下二阶系统响应曲线

由图 4 可以清晰地看到:对于上升时间较短的非理想阶 跃信号,其响应波形与理想阶跃信号的响应波形基本保持一 致,随着斜坡上升时间的变长,系统的响应曲线出现了明显 变化。

将非理想阶跃信号激励下二阶系统的响应作为输出,将 理想阶跃信号当作输入,利用阶跃信号时域辨识法,对系统 阻尼比和自然频率进行辨识。辨识步骤如图5所示。



图5 阶跃信号时域辨识法

取上升时间  $\tau$  为 0.05 ~ 1 s 共 20 个值,分别画出阻尼比  $\xi$  和自然频率  $\omega_n$  随上升时间  $\tau$  变化的辨识值,如图 6 所示。



图6 阻尼比、自然频率辨识值与上升时间关系

计算结果表明,斜坡上升时间 $\tau$ 越大,辨识出的 $\xi = \hat{\omega}_n$ 估计值越不准确,且 $\xi$ 的估计值 $\xi$ 随上升时间 $\tau$ 的增大成上

升趋势;同时, $\omega_n$ 的估计值 $\hat{\omega}_n$ 成下降趋势。

### 4 结束语

本文在介绍非理想阶跃信号的基础上,讨论了实际阶跃 激励信号的上升时间对激励信号自身频谱以及测试系统参 数估计的影响,作出了理论分析,进行了数值验算。验算表 明:如果将激励信号视为理想的阶跃信号,则随着上升时间 $\tau$ 的增大,得到的 $\xi$ 有增大趋势, $\hat{o}_n$ 有减小的趋势;同时,阶跃 激励信号自身携带的频谱会随着上升时间 $\tau$ 的增大而加速 衰减,故在使用带斜坡的阶跃信号进行系统激励时,必须要 考虑其频谱能否覆盖系统主要工作频率的问题。上述工作, 为阶跃信号时域动态测试理论的研究打下了基础。

#### (上接第79页)

图 6 为纯惯导解算结果与改进 SITAN 算法对潜艇位置 解算结果,由仿真可见,定位经度优于 500m,GAINS 能较好 抑制惯导误差。

## 5 结束语

从重力数据误差分析、重力场模型优化、高精度惯导解 算以及滤波算法等方面,系统论证了潜艇应用 GAINS 的可行 性。仿真结果表明,采用并行卡尔曼滤波的 GAINS 系统能较 好地实现潜艇自主导航。在现有惯性器件及重力测量精度 条件下,海洋固体潮、海潮、海面地形以及厄特弗斯改正都是 影响水下重力测量精度的重要因素,要提高 GAINS 导航精度 必须建立更加精确的全球重力场模型、潮汐模型。

# 参考文献:

 Hugh Rice, Louis Mendelsohn, Robert Aarons, et al. Next Generation Marine Precision Navigation System [C]// IEEE 2000 Position Location and Navigation Symposium.

(上接第102页)

#### 4 结束语

本文首先对 JPEG 压缩系统的原理进行了分析,然后采 用 Matlab R2008a 对压缩过程一一实现,最后通过一个实例 分析了压缩的结果。基于离散余弦变换的压缩技术还有很 多可探讨研究的地方,例如其中的亮度矩阵就是根据人眼的 视觉特性测定出来的。但同时它已相对成熟,因此在图像压 缩领域仍占据着非常重要的位置。

# 参考文献:

[1] 赵子江. 多媒体技术应用教程. [M]. 6版. 北京:机械

# 参考文献:

- [1] 胡寿松.自动控制原理[M].4 版.北京:国防工业出版,2001.
- [2] 朱明武. 动态测量原理[M]. 北京:科学出版社,1993.
- [3] 黄俊钦.静、动态数学模型的实用建模方法[M].北京: 机械工业出版社,1988.
- [4] 赵呈恺. 通用测试台模拟信号源的设计[D]. 太原:中 北大学,2009.

(责任编辑 周江川)

[S. l.]; [s. n.],2000;200 - 205.

- [2] Gleason D. Critical Role of Gravity Compensation in a Stand-Alone Precision INS [C]//DARPA PINS Meeting. Arlington: Virginia, 2003.
- [3] 郭春喜,马林波,张骥,等. 西安 80 坐标系与 WGS-84
  坐标系转换模型的确定[J].东北测绘,2002,25(4):34
  -36.
- [4] 翟国君.卫星测高数据处理中海面地形与大地水准面的可行性研究[J].海洋测绘,1995,1:3-9.
- [5] 吴太旗,王克平,金际航,等.水下实测重力数据归算
  [J].中国惯性技术学报,2009,17(3):324-327.
- [6] 许厚泽.精密重力测量的潮汐改正[J].测绘学报, 1984,13(2):88-93.
- [7] 王勇,张为民,王虎彪,等.绝对重力观测的潮汐改正
  [J].大地测量与地球动力学,2003,23(2):65-68.
- [8] 王勇,许厚泽,张为民,等.1996年中国中西部地区高 精度绝对重力观测结果[J].地球物理学报,1998,41
   (6):818-825.

#### (责任编辑 陈 松)

工业出版社,2008.

- [2] 阮秋琦.数字图像处理(Matlab 版) [M].北京:电子工 业出版社,2005.
- [3] 郭万军,李辉编.图像处理[M].北京:人民邮电出版 社,2006.
- [4] 董长虹. Matlab 图像处理与应用[M]. 北京:国防工业 出版社,2004.
- [5] 常巍. Matlab R2007a 基础与提高[M]. 北京:电子工业 出版社,2006.
- [6] 齐首青, 葛利嘉, 何小海. 基于 JPEG2000 标准感兴趣区 域的编码算法[J]. 四川兵工学报, 2005(4):47-50.

(责任编辑 周江川)