

文章编号: 1000-6893(2003)02-0163-04

# Kalman 滤波器在直升机盘旋飞行中的应用

金石, 张晓林

(北京航空航天大学 电子工程系, 北京 100083)

## Application of Kalman Filter to Circled Flight of Helicopter

JIN Shi, ZHANG Xiaolin

(Department of Electronic Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,  
Beijing 100083, China)

**摘要:** 介绍了一种针对无人驾驶直升机小半径稳速盘旋使用的 Kalman 滤波器, 并用其进行数据处理, 同时给出了无人驾驶直升机盘旋飞行的状态方程, 以及进入盘旋、退出盘旋和野值数据的自动判断和处理, 并且在分析过程中给出了误差分析。讨论了飞行模式检测方法的设计思路及关键技术, 并给出了本方法的虚警概率。本方法可用于导航控制、天线跟踪和遥测数据处理等系统中, 可以提高定位的准确性, 并进行飞行模式的自动判决。

**关键词:** Kalman 滤波器; 盘旋; 模式判决; 野值剔除

**中图分类号:** V243 **文献标识码:** A

**Abstract:** This paper discussed a kind of Kalman filter used in the pilotless helicopter hovering flight with small radius and stable velocity. The authors put forward state equations of this flight mode, the auto judging method at entrance or exit of the hovering flight mode, and the auto processing method on outlier data rejection. This paper gives the error analysis on data process and false alarm probability of flight mode judgment using the filter. This filter can be used in navigation, antenna tracking, and telemetry data processing systems to improve the locating accuracy and to realize the flight mode auto judgment.

**Key words:** Kalman filter; circle flight; mode judgment; outlier rejection

具有遥控和自主飞行功能的共轴式无人驾驶直升机(以下简称无人直升机)具有空中可悬停, 隐蔽性好, 垂直起落, 可在空中进行监视、侦察和收集电子情报等优点, 有着广泛的应用前景。针对减小无人直升机定位误差的问题, 主要有两种解决方法: 提高测量的精度; 使用滤波器对数据进行处理。对数据进行处理最常用的就是 Kalman 滤波器。Kalman 滤波器是对平稳的白噪声信号具有最优估计(即最小均方误差)的滤波器, 关于使用这种滤波方法对测量数据进行处理和对其中的问题进行研究的文章有不少<sup>[1, 2]</sup>。本文主要论述了针对无人直升机最常用的也是效率最高的一种飞行模式——小半径稳速盘旋, 提出了使用 Kalman 滤波器进行数据处理, 同时给出了盘旋飞行的状态方程, 以及进入盘旋、退出盘旋和野值数据的自动判断和处理, 在分析过程中给出了误差分析。本处理方法可用于导航控制、天线跟踪和遥测数据处理等系统中, 以减小定位误差带来的影响。

## 1 盘旋飞行模型的建立

假设飞机盘旋的圆心为坐标原点, 设第  $k$  个时刻状态向量  $x_k = [r \ \theta \ \dot{\theta}]^T$ , 其中:  $r$  是飞机现在位置离盘旋圆心的距离即盘旋半径;  $\theta$  是飞机现在位置的弧度;  $\dot{\theta}$  是飞机现在位置的弧度的增量即盘旋角速度。

人为规定导航设置的盘旋圆心为飞机盘旋飞行的圆心点坐标, 通过对飞机位置和速度的观测值计算出飞机现在位置离盘旋圆心的距离和飞机现在位置的弧度, 即第  $k$  个时刻观测向量  $Z_k = [r_c \ \theta_c]^T$ , 其中:  $r_c$  是通过测量值计算出的飞机现在位置离盘旋圆心的距离;  $\theta_c$  是通过测量值计算出的飞机现在位置的弧度。

假设飞机盘旋的时候, 盘旋半径和角速度存在一定的固有误差(主要是由于飞机导航控制的精度等因素决定的), 分别为  $u_{1k}$  和  $u_{2k}$ , 同时在观测半径和弧度的时候也存在一定的观测误差  $v_{1k}$ 、 $v_{2k}$ , 得到状态转移方程

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} r_{k+1} \\ \theta_{k+1} \\ \theta_{k+1} \end{bmatrix} = \Phi \mathbf{x}_k + \mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} u_{1k} \\ 0 \\ u_{2k} \end{bmatrix}$$

观测方程为

$$\mathbf{Z}_k = \begin{bmatrix} r_{kc} \\ \theta_{kc} \end{bmatrix} = \mathbf{H} \mathbf{x}_k + \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} v_{1k} \\ v_{2k} \end{bmatrix}$$

其中:  $\Phi$  为状态转移矩阵;  $\mathbf{H}$  为观测矩阵;  $u_{1k}, u_{2k}, v_{1k}, v_{2k}$  是均值为零, 方差为  $\sigma_{u1}^2, \sigma_{u2}^2, \sigma_{v1}^2, \sigma_{v2}^2$  的平稳高斯白噪声序列;  $T$  为第  $k$  个时刻和第  $k-1$  个时刻的采样时间间隔。

### 2 滤波算法及其应用

根据 Kalman 滤波递推的公式得到<sup>[3]</sup>

(1) 第  $k$  个时刻 Kalman 滤波器输出

$$\mathbf{x}_k = \Phi \mathbf{x}_{k-1} + K_k [\mathbf{Z}_k - \mathbf{H} \Phi \mathbf{x}_{k-1}]$$

式中:  $\mathbf{x}_k$  为第  $k$  个时刻状态的 Kalman 滤波输出;  $\mathbf{x}_{k-1}$  为第  $k-1$  个时刻状态 Kalman 滤波输出;  $K_k$  为第  $k$  个时刻的 Kalman 滤波系数;  $\mathbf{Z}_k$  为第  $k$  个时刻的观测向量。

(2) 第  $k$  个时刻的方差

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k|k-1} - K_k \mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1} \\ \mathbf{P}_{k+1|k} = \Phi \mathbf{P}_k \Phi^T + \mathbf{Q}$$

式中:  $\mathbf{P}_k$  为  $\mathbf{x}_k$  的方差, 即第  $k$  个时刻 Kalman 滤波输出的误差估计;  $\mathbf{P}_{k+1|k}$  为  $\mathbf{x}_{k+1|k}$  的方差, 即第  $k+1$  步 Kalman 预测数值的误差估计;  $\mathbf{Q}$  为策动噪声方差矩阵, 即状态估计中白噪声序列的方差,

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sigma_{u1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{u2}^2 \end{bmatrix}$$

(3) 第  $k$  步 Kalman 滤波系数

$$K_k = \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^T [\mathbf{H} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}]^{-1}$$

式中:  $\mathbf{R}$  为测量噪声的方差矩阵, 在本文中

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_{v1}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{v2}^2 \end{bmatrix}$$

(4) 第  $k$  步时刻测量与估计误差数值, 即新息

$$\mathbf{d}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{H} \Phi \mathbf{x}_{k-1}$$

(5) 此新息的方差

$$A_k = [\mathbf{I} - K_k \mathbf{H}] \Phi \mathbf{x}_{k-1}$$

带入到实际系统中, 得到初始值为: 使用测量值估计初始状态

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} r_{c1} \\ \theta_{c1} \\ \theta_{c1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_c(1) \\ \theta_c(1) \\ [\theta_c(1) - \theta_c(0)]/T \end{bmatrix}$$

误差为

$$\tilde{\mathbf{x}}_1 = \begin{bmatrix} v_1(1) + u_1(1) \\ v_2(1) \\ [v_2(1) - v_2(0) + u_2(1)]/T \end{bmatrix}$$

得到

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} \sigma_{n1}^2 + \sigma_{u1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{n2}^2 & \sigma_{n2}^2/T \\ 0 & \sigma_{n2}^2/T & (2\sigma_{n2}^2 + \sigma_{u2}^2)/T^2 \end{bmatrix}$$

然后通过递推公式可以得到的 Kalman 系数、误差的协方差矩阵等数值。

另外, 利用本算法计算过程中的新息和新息的方差数据, 还可以进行以下数据处理:

(1) 判断飞机是否进入盘旋。计算飞机的飞行是否近似满足上述的状态转移方程, 自动判断什么时候使用这种滤波方法对数据进行处理。在检测飞机是否进入盘旋状态的问题中, 当连续几个新息数据都在均方误差  $A_k$  的范围内, 则可以初步假设飞机基本上满足上述状态转移方程, 即飞机基本上处于盘旋状态。

(2) 判断飞机是否脱离盘旋。自动判断什么时候不使用这种滤波方法对数据进行处理, 避免因为飞机脱离盘旋飞行, 导致实际飞行与上述的状态转移方程不符合, 造成 Kalman 滤波发散的问题。考虑到预测数值与测量数值的误差, 即新息  $\mathbf{d}_k$ , 以及其方差  $A_k$ , 应满足  $P(|\mathbf{d}_{ki}| < 2\sqrt{A_{k(i,i)}}) = 95.5\%$ , 同时得到连续 2 个新息数据都超过了 2 倍的均方数值的概率  $P(|\mathbf{d}_{ki}| > 2\sqrt{A_{k(i,i)}}, |\mathbf{d}_{(k+1)i}| > 2\sqrt{A_{(k+1)(i,i)}}) = 0.2\%$ 。因此, 如果连续 2 个新息数据都超过了 2 倍的均方数值, 则可以在虚警概率小于 1% 的条件下认定, 飞机脱离盘旋状态。

(3) 观测数据的野值剔除, 避免因为个别异常数据导致数据误差增大。考虑到新息数据  $\mathbf{d}_k$  不超过 3 倍的均方数值  $A_k$  的概率  $P(|\mathbf{d}_{ki}| < 3\sqrt{A_{k(i,i)}}) = 99.75\%$ , 因此对于新息数据  $\mathbf{d}_k$  超

过 3 倍的均方数值  $A_k$ , 可以认为是野值, 从而加以剔除, 虚警概率小于 1%。

对于误差在 1 倍方差和 2 倍方差之间的数据, 可以看作是一种中间的模糊状态。

### 3 实例分析

飞行状态: 假设盘旋半径  $r_0 = 500\text{m}$ , 稳定速度  $50\text{km/h}$ , 观测值为 GPS 接收机定位数据。当 GPS 定位数据作为观测量, 在工程实现中, 考虑到  $r_0$  远远大于定位误差  $\Delta x, \Delta y$ , 得到盘旋半径误差  $\Delta r$  和飞机位置弧度的误差  $\Delta \theta$  为

$$\Delta r = r - r_0 = \sqrt{(r_0 - \Delta x)^2 + \Delta y^2} - r_0 = \frac{\Delta x^2 + \Delta y^2 - 2r_0\Delta x}{\sqrt{(r_0 - \Delta x)^2 + \Delta y^2} + r_0} \approx -\frac{2r_0\Delta x}{2r_0} = -\Delta x$$

$$\Delta \theta = \arctan\left(\frac{\Delta y}{r_0 - \Delta x}\right) \approx \frac{\Delta y}{r_0}$$

严格的来说, GPS 定位过程中,  $x, y$  方向定位误差的二次导数为零均值的平稳高斯白噪声序列, 但为了避免在状态量中出现加速分量, 简化高维的矩阵运算, 近似认为在 GPS 定位中,  $\Delta x, \Delta y$  是零均值的平稳高斯白噪声序列, 则根据上面计算的结果,  $\Delta r, \Delta \theta$  也是零均值的平稳高斯白噪声序列。

设  $\sigma_{r1} = 25\text{m}$ ,  $\sigma_{r2} = 0.0006\text{rad/s}$  (数据来自飞行数据统计<sup>[4]</sup>),  $\sigma_{\Delta r} = 15\text{m}$ ,  $\sigma_{\Delta \theta} = 0.03\text{rad}$  (GPS 定位误差的统计数据, 观测日期为 2001 年 8 月 1 日, 此时 GPS 已经取消 SA 干扰<sup>[5,6]</sup>), 可以递推得到 Kalman 滤波各次迭代的参数和方差。

盘旋半径的 Kalman 滤波系数  $K_k(1, 1)$  和盘旋半径的方差估计  $P(1, 1)$  见图 1。可见收敛后, 均方误差约为 13m。

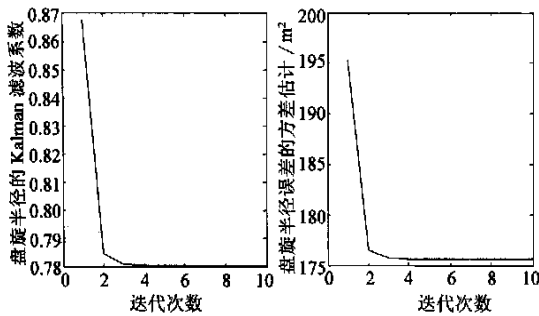


图 1 盘旋半径 Kalman 滤波系数和盘旋半径误差估计方差  
Fig. 1 Coefficients of the Kalman filter on radius and variances of the radius error estimation

飞机盘旋弧度的 Kalman 滤波系数  $K_k(2, 1)$  和弧度的方差估计  $P(2, 2)$  见图 2。可见收敛后, 均方误差约为 0.013rad。

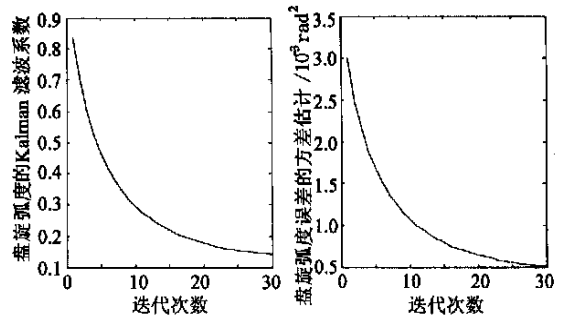


图 2 盘旋弧度 Kalman 滤波系数和盘旋弧度误差估计方差  
Fig. 2 Coefficients of the Kalman filter on radian and variances of the radian error estimation

对一次飞行数据进行处理。首先检测飞机是否进入稳定半径为 500m, 稳定速度为 0.032rad/s 的定点盘旋, 按照上述方法, 判断进入盘旋的点为第 465 点, 退出盘旋的点为第 477 点, 第 2 次判断进入盘旋的点为第 550 点, 退出盘旋的点为 1035 点, 中间有一部分为模糊段, 主要是速度测量值与估计值存在一定误差, 在 1 倍到 2 倍的均方值内, 对应图上的位置见图 3。

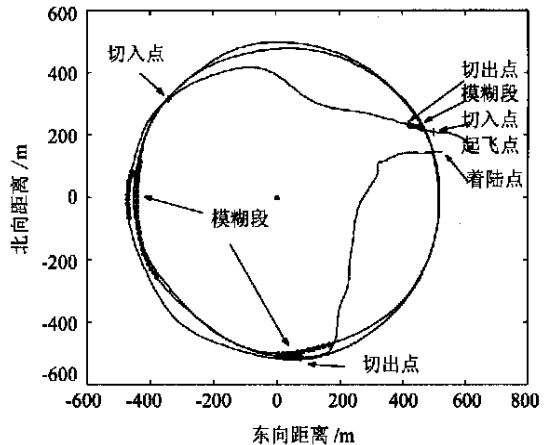


图 3 飞机飞行模式检测结果

Fig 3 The result of mode judgment on a flight

### 4 结论

本文方法仍存在以下几点有待完善:

(1) 本文中假设了观测量的误差, 以及导航控制的盘旋半径稳定的误差、速度稳定的误差等都是零均值的平稳高斯白噪声序列, 但在实际的应用中将引入一定的误差, 如何得到真实的噪声模型, 将它们进行白噪化, 以及作相应的误差分析, 是需要进行深入研究的。

(2) 针对减少 Kalman 滤波算法计算量的方法, 提高算法在实时处理过程中的应用, 可以使用常增益的 Kalman 滤波算法, 但因此引入的误差

也是应进行计算的。

从上述的实例中可以看出,本文中提到的方法可以用于判断无人直升机所处的飞行状态,同时能够给出处理后数据的统计误差。如果考虑到 GPS 的实际战场可用性问题的,改用雷达测距和测角的方法,则使用本算法将大大提高定位的准确性,将更加具有可用价值。

### 参 考 文 献

- [1] 许树声. 信号检测与估计[M]. 北京: 国防工业出版社, 1985. 165- 172.  
(Xu S S. Signal detection and estimation [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1985. 165- 172.)
- [2] 董绪荣, 张守信, 华仲春. GPS/INS 组合导航定位及其应用[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1998. 271- 275.  
(Dong X R, Zhang S X, Hua Z C. GPS/INS integrated navigation locating and its applications[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1985: 165- 172.)
- [3] 周宏仁, 敬忠良, 王培德. 机动目标跟踪[M]. 北京: 国防工业出版社, 1991. 33- 35.  
(Zhou H R, Jing Z L, Wang P D. Dynamic target tracking [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1991. 33 -

35.)

- [4] 某型无人直升机飞行试验报告[R]. 北京: 北京航空航天大学, 2001.  
(Flight experiments report on a kind of plotless helicopter [R]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2001.)
- [5] GN77 GPS 接收机技术资料[Z]. 日本古野公司, 1999.  
(Specification on GN77 GPS receiver[Z]. Furuno Inc Japan, 1999)
- [6] XR5 M6 GPS 接收机技术资料[Z]. Navsymm 公司, 1997.  
(Specification on XR5- M6 GPS receiver[Z]. Navsymm Inc. England. 1997.)

作者简介:



张晓林(1951- ) 男,北京航空航天大学电子工程系教授 博士生导师。

金石(1981- ) 男,北京航空航天大学电子工程系信息与通信工程专业博士研究生。

(责任编辑: 俞 敏)