

文章编号:1000-6893(2003)02-0124-05

制造误差对气体静压轴承涡流力矩影响分析方法研究

姚英学¹, 杜建军¹, 刘 瞰², 谢大纲¹

(1. 哈尔滨工业大学 机电工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

(2. 哈尔滨工业大学 航天工程与力学系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

Numerical Analysis of Manufacturing Error Influence on Vortex Torque of Externally Pressurized Gas Bearings

YAO Ying-xue¹, DU Jian-jun¹, LIU Dun², XIE Da-gang¹

(1. School of Mechatronics Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

(2. Astronautical School, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

摘 要: 采用有限元方法研究了制造误差对狭缝节流气体静压轴颈—止推轴承的涡流力矩的影响。对于轴颈—止推相连结构的气体轴承,通过相容变换进行统一编程计算,在离散化过程中,利用加权余量法将二阶偏微分方程降低一阶,放松了对插值函数连续度的要求,便于借助有限元技术分析狭缝节流气体静压轴承的流场参数。分析了狭缝气膜宽度误差和轴颈圆度误差对涡流力矩的影响,以及轴颈的不同安装角度、偏心等因素对涡流力矩的影响。经对比验证,有限元计算结果与实测结果基本一致,研究结果对于气体静压轴颈—止推轴承的设计、装配优化和性能预测有重要指导意义。

关键词: 涡流力矩; 气体静压轴颈—止推轴承; 狭缝节流; 制造误差

中图分类号: TH133.36 **文献标识码:** A

Abstract: This paper deals with the effects of part's manufacturing errors on the vortex torque of the externally pressurized gas journal-thrust bearings with slot restrictors by the finite element method. The consistent transform is adopted to program for journal and thrust bearings uniformly. The second-order partial differential equation, Reynolds equation, is reduced by one-order with a weighted residual method in the discretization procedure, which releases the requirement of continuity degree of the interpolation function while the finite element method is adopted. The analysis of this paper is centered on the influence of slot film width error and shaft surface roundness error on the vortex torque. The effects of the installation angle and the eccentricity of the journal on the vortex torque are discussed also. The predicted characteristics are in good agreement with experimental results. The research results have great significance for the design, assembly optimization and performance prediction of gas bearings.

Key words: vortex torque; externally pressurized gas journal-thrust bearings; slot restrictors; manufacturing errors

涡流力矩是轴承在零速状态下由于流经节流狭缝的气流不均匀,从而在浮子圆周上造成切向分流而形成的自旋力矩,而造成切向分流主要是由于制造或装配误差所引起的狭缝或承载区气膜厚度分布不均匀所导致的^[1]。因为误差很小,所以采取一般的解析计算方法不能求得涡流力矩的解,实践中只能采用实测的方法确定其大小,因而不能深入地分析其影响机理。

采用有限元法,将气膜展开成平面计算域,并划分网格进行分析计算。对于每个网格单元,气膜厚度是一个重要特性(气膜厚度与网格大小没

有关系,因为气膜厚度方向与网格平面相垂直)。由于气膜的厚度本身就很很小,在承载区有十几微米(狭缝区更小,只有几微米),所以很小的制造误差(1 μ m或者更小)都会显著地反映到单元的刚度矩阵上,从而使每个单元都成为制造误差的载体。当最终形成总体刚度矩阵时,就可以将狭缝和承载区的误差大小及分布规律都准确地反映出来,从而解得气体轴承的流场特性;并最终求得涡流力矩大小,以及制造误差对其影响规律,从而指导气体轴承设计时的公差选择、装配时的精度控制和预测装配性能。

1 气体静压润滑理论及其有限元模型

1.1 雷诺方程及相容变换原理

对于本文研究的轴颈—止推轴承(见图 1(a)),需要求雷诺方程在笛卡尔和柱坐标系中的解,而在这两个坐标系中雷诺方程的形式不同,不便于统一编程计算。本文通过相容变换,使变换后的狭缝、轴颈和止推部分在它们的相交线上具有相同的变量和度量。

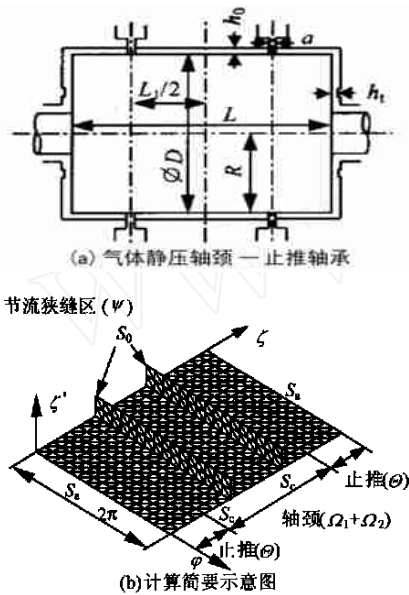


图 1 气浮轴承结构示意图及其计算简图

Fig. 1 Gas journal-thrust bearing

取轴颈的半径 R 为参考长度,令 x 为轴向坐标, z 为轴颈气膜部分展成平面后的周向坐标 ($z = 0 \sim 2R$), θ 为狭缝和止推轴承的中心角坐标 ($\theta = 0 \sim 2\pi$), r 为径向坐标。作两个变换:对于轴颈部分,令 $\bar{z} = z/R$, 则 $\bar{z} = z/R$ (同时令 $\bar{x} = x/R$);对于狭缝部分 $\bar{r} = \ln r$, 为简化计算令 $\bar{r} = \ln r$;对止推部分 $\bar{r} = \ln r$ (可将柱坐标系映射到准笛卡尔坐标系), 则雷诺方程式可以统一为如下形式

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(h^3 \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(h^3 \frac{\partial f}{\partial \bar{r}} \right) = 0 \quad (1)$$

式中: $f = p^2$ 表示压力平方(压方); h 表示气膜厚度。对于轴颈部分, $\bar{z} = x/R$, $\bar{r} = z/R$;对于止推和狭缝部分, $\bar{r} = \ln r$ 。

1.2 边界条件及有限元模型

由于经过了相容变换,因此以式(1)表示的节流狭缝和止推轴承均已映射成矩形,刚好可以和沿圆周展成平面的轴颈相吻合,如图 1(b)所示

示,其中的网格划分数量可以根据精度需要改变。图中, S_1 为节流狭缝区, S_2 (两狭缝之间的径向承载区) 和 S_3 (狭缝之外的径向承载区) 构成轴颈部分, S_4 为止推部分。求解气体静压润滑的稳态特性,就是解式(1)的边值问题,需要给出有关的边界条件^[2]。在节流狭缝的入口 S_0 处应有

$$f = f_0 = P_0^2 \quad (2)$$

式中: P_0 表示供气压力。在流入大气的边界 S_a 处有

$$f = f_a = P_a^2 \quad (3)$$

式中: P_a 表示大气压力。

在节流狭缝与轴颈部分公共边界 S_c 上,应有流量(m)连续条件和压力连续条件

$$m_{S_c^1} + m_{S_c^2} + m_{S_c^3} = 0 \quad (4)$$

$$f_{S_c^1} = f_{S_c^2} = f_{S_c^3} \quad (5)$$

按照加权余量方法^[3~5],取满足边界条件式(2)和式(3)的近似解 f^* 代入式(1),然后对式(1)应用分步积分(积分过程中,流量连续条件式(4)可自动满足),最终可得

$$h^3 \left(\frac{\partial f^*}{\partial \bar{z}} \frac{\partial f^*}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial f^*}{\partial \bar{r}} \frac{\partial f^*}{\partial \bar{r}} \right) d \bar{z} d \bar{r} = 0 \quad (6)$$

式中: Ω 是整个计算域,包括域 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ 。

从式(6)可以看出,式(1)中的二阶偏导数已降低了一阶,使构造近似函数时,对其连续度要求降低,只要一阶连续度函数即可。本文采用三角形单元离散化整个计算域^[6],任一点压方可近似地用如下的插值函数表示

$$f^*(\bar{z}, \bar{r}) = N_e^T f_e \quad (7)$$

式中: $N_e = \{ N_i(\bar{z}, \bar{r}), N_j(\bar{z}, \bar{r}), N_m(\bar{z}, \bar{r}) \}^T$ 为单元形状函数; $f_e = \{ f_i, f_j, f_m \}^T$ 为单元的 3 个节点压方; i, j, m 为单元的 3 个节点号。

于是,式(6)对整个计算域 Ω 的积分可以离散化为对每个单元体的积分并求和

$$f_e^T k_e f_e = 0 \quad (8)$$

式中: k_e 为单元刚度矩阵

$$k_e = \int_{\Omega_e} h^3 \left(\frac{\partial N_e}{\partial \bar{z}} \frac{\partial N_e^T}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial N_e}{\partial \bar{r}} \frac{\partial N_e^T}{\partial \bar{r}} \right) d \bar{z} d \bar{r} \quad (9)$$

对所有网格的节点进行编号,由于 S_c 为公共边,其上节点单一编号,因而使条件式(5)满足。取 $1, 2, \dots, n$ 为压方待求节点(即除 S_0 和 S_a 上的节点),而其余节点被编为 $n+1, n+2, \dots, N$ (为已知压方),并设压方阵为

$$F = \{ F^T, F_b^T \}^T \quad (10)$$

式中: $F = \{f_1 \ f_2 \ \dots \ f_n\}^T$, $F_b = \{f_{n+1} \ f_{n+2} \ \dots \ f_N\}^T$ 。

再取元素为 0 和 1 且列数分别与 F 和 F_b 同维的联系矩阵 Q_c 和 Q_{c_b} , 使

$$\begin{cases} f_e = \{Q_c \ Q_{c_b}\} F \\ f_{e_b} = Q_{c_b} F_b \end{cases} \quad (11)$$

于是, 利用式 (10) 和式 (11) 代替式 (8) 中的 f_e 和 f_{e_b} , 得最终计算式

$$KF = T \quad (12)$$

式中:

$$\begin{aligned} K &= Q_c^T k_e Q_c \\ T &= Q_c^T k_e Q_{c_b} F_b \end{aligned}$$

1.3 涡流力矩求解

当求得各节点压方后, 根据摩擦应力公式

$$\tau = \frac{du}{dy} \quad (13)$$

式中: u 为气体沿圆周方向的速度; μ 为动力粘度; y 为气膜厚度方向。按一定方向 (逆时针或顺时针都可以) 算出轴颈部分所有的沿周向相邻的两个节点的压力梯度, 从而算得气体流速, 再代入式 (13) 并沿气膜厚度方向积分, 得

$$F = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{R \partial \theta} h \quad (14)$$

然后对轴颈部分计算域 Ω_1, Ω_2 的单元体积积分并求和

$$F = \sum_{e \in \Omega_1 + \Omega_2} \frac{1}{2} \frac{\partial p}{R \partial \theta} h d \quad (15)$$

就可以求得由于气体环流造成的切向力 F , 再乘以轴颈半径, 就可求得涡流力矩 T

$$T = FR \quad (16)$$

1.4 制造误差对气膜厚度影响

由式 (1) 可知, 气膜厚度 h 是压方 f 的重要影响因素; 由于 h 本身是微米级的量, 由式 (9) 和式 (14) 可知, 制造误差导致 h 的很小变化都会对单元刚度矩阵 k_e 和摩擦应力 τ 有很大影响, 从而影响轴承的压力分布以及涡流力矩。本文考虑了影响涡流力矩的两个主要误差源: 轴颈圆度误差和狭缝气膜宽度误差。图 2 为轴颈椭圆度误差示意图, 此时的气膜间隙表达式为 (r_r 表示圆度误差量)

$$h = h_0 - r_r/2 + r_r \sin^2 \theta \quad (17)$$

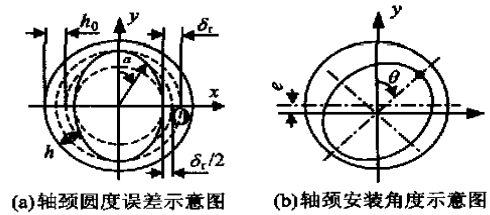


图 2 轴颈圆度误差及安装角度 θ 示意图

Fig. 2 Diagram of roundness error and install angle of shaft

图 3 为狭缝的两种误差形式, a 表示狭缝气膜宽度误差, 其中的角度定义与图 2(b) 中的相同。对于图 3(a) 所示的简单局部误差, 两狭缝的气膜间隙均可表达为

$$\begin{cases} h = a + \Delta a & \text{有误差处} \\ h = a & \text{无误差处} \end{cases} \quad (18)$$

图 3(b) 的均匀分布随机误差是借助 Matlab 的随机数发生函数 rand 产生两组介于 0 和 1 之间的随机数, 每组 32 个, 其概率密度分布函数为

$$f(t) = 1 \quad \text{当 } 0 \leq t \leq 1 \text{ 时} \quad (19)$$

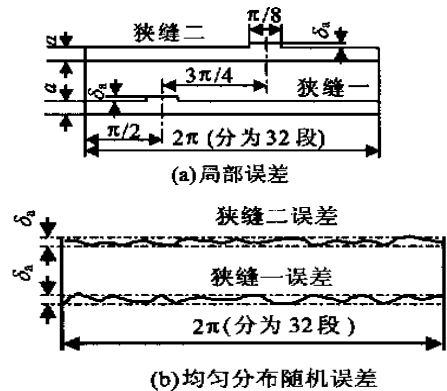


图 3 两种狭缝宽度误差示意图

Fig. 3 Two types of slot width error

本文沿圆周方向的网格也分为 32 段, 将 rand 函数产生的 32 个随机数赋予 32 段上的网格, 使各段上的网格具有不同的误差, 如图 3(b) 所示。为了更具一般性, 计算中对狭缝一和二取不同的随机数发生种子以产生两组不同系列的随机数:

$$\begin{aligned} \text{rand}(\text{seed}, 1), r_1 &= \text{rand}(32, 1) && \text{狭缝一} \\ \text{rand}(\text{seed}, 2), r_2 &= \text{rand}(32, 1) && \text{狭缝二} \end{aligned}$$

于是, 狭缝的气膜间隙表达式为

$$\begin{cases} h = a + \Delta a r_1 & \text{狭缝一} \\ h = a + \Delta a r_2 & \text{狭缝二} \end{cases} \quad (20)$$

2 有限元计算结果与分析

本文所讨论的气体静压轴承参数为: 供气压力 $P_0 = 0.2 \text{ MPa}$, $L/D = 1$, $L_1/L = 0.5$, $a/h_0 = h_t/h_0 = 0.32$, $1/1.68$ 。偏心率以 e/h_0 表示, 为轴

颈安装角度。

图 4 为对应于图 2 的圆度误差和图 3 的两种狭缝误差,安装角度分别为 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ 和 180° 时的涡流力矩值(所标箭头为涡流力矩方向)。可见取不同的狭缝误差种类,涡流力矩值大小变化不大;安装角度不同,涡流力矩大小和方向都可能不同。

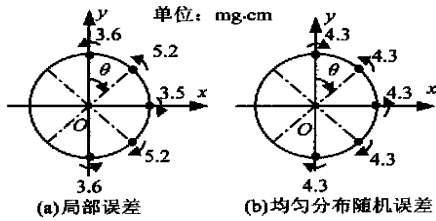


图 4 圆度误差 $1\mu\text{m}$,狭缝误差 $0.5\mu\text{m}$,两种狭缝误差、不同安装角度的涡流力矩对比 ($e = 0$)

Fig. 4 Comparison of vortex torque of two types of slot error and different install angles ($r = 1\mu\text{m}$, $a = 0.5\mu\text{m}$)

对于均布随机误差模型,选用不同的种子可以产生不同的随机误差分布,但计算结果表明不同的随机误差分布导致的涡流力矩量值变化不大(方向可能不同)。同时,由于狭缝宽度所要求的制造误差极小($0.5\mu\text{m}$ 左右),根据实际检测结果,在如此小的微观尺度上,以随机分布描述狭缝误差更可取。所以本文选定了图 3(b)的随机误差系列作为研究特例,下文所说的狭缝误差都针对图 3(b)所选定的均布随机误差。

在工程实际中,只能测量偏心为 0 时的涡流力矩,当因为载荷或加速度的影响造成轴颈有偏心时,涡流力矩很难测量,只能采用数值模拟的方法加以预测。图 5 为狭缝宽度误差为 $0.5\mu\text{m}$,轴颈圆度误差为 $1\mu\text{m}$ 时,不同的轴颈安装角度和偏心率所导致的涡流力矩值。可以看出随着轴颈偏心的增大,涡流力矩一般也要增大;但不同的安装

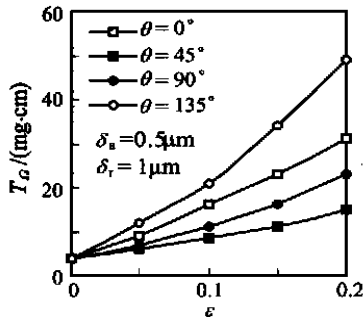


图 5 安装角度和偏心率对涡流力矩的影响(狭缝宽度为均布随机误差,轴颈为椭圆形误差)

Fig. 5 Influences of install angle and eccentricity on vortex torque with constant error of slot width and shaft roundness

角度增幅不同,如果安装角度适合,即使偏心增大时涡流力矩也不至于增幅太大。

图 6 为偏心为 0 时不同的狭缝气膜宽度误差和轴颈圆度误差对涡流力矩的影响(取不同安装角度中的最大值)。可以看出,涡流力矩是狭缝宽度误差和轴颈圆度误差综合作用的结果;随着狭缝宽度误差和轴颈圆度误差的增大,涡流力矩相应增大,而且相比较而言,涡流力矩对狭缝宽度误差,要比对轴颈圆度误差更为敏感。

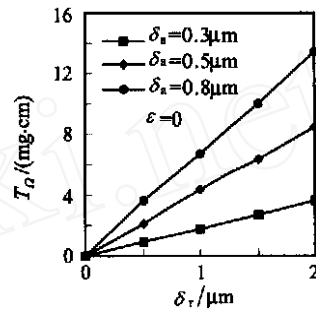


图 6 狭缝宽度误差(均布随机型)和轴颈圆度误差对涡流力矩的影响(偏心为 0)

Fig. 6 Influences of error of slot width and shaft roundness on vortex torque ($e = 0$)

图 7 为有制造误差时气体轴承内部的压力分布,可以看出,由于狭缝和轴颈的制造误差的存在,导致气膜压力分布出现波动,使气体沿圆周方向切向流动,从而产生了涡流力矩。

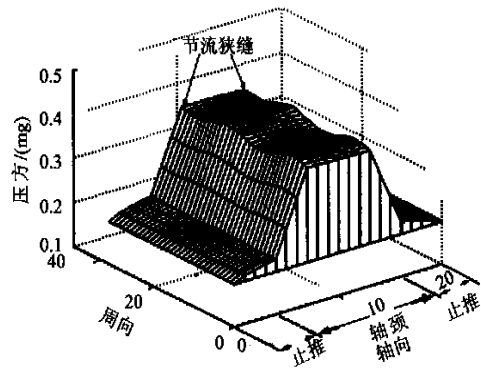


图 7 气体轴承内部压力分布

Fig. 7 Distribution of pressure in gas bearing

3 理论计算结果与实测值的对比

实践中采用测克计测量涡流力矩。当气浮轴承中存在涡流力矩时,涡流力矩可带动转轴转动,转轴上安装的小针,拨动测克计从而在测克计上读出测量值即可算出涡流力矩如图 8 所示。

需要说明的是,由于制造误差很小,很难精确地确定误差的大小及分布规律。狭缝的气膜间隙是装配以后形成的,很难测量,实践中只能采用将

轴承浸入汽油中,通气以后检查狭缝的出气是否均匀来判断狭缝气膜间隙是否超差;轴颈圆度误差也不可能是很规则的椭圆形误差。但无论如何,误差肯定是存在的。所以,本文只能采用简化的狭缝和轴颈误差模型来计算涡流力矩,如图2和图3所示。而理论计算和实测值也只能是在一定程度上的对比验证,不可能做到精确的对应关系。

图9为某陀螺仪的涡流力矩实测结果,基本结构参数同前,狭缝宽度误差不超过 $0.5\mu\text{m}$,轴颈圆度误差不超过 $1\mu\text{m}$,分别测量了工作点以及相差各 90° 的4个位置的涡流力矩值。实践中发现,只要狭缝宽度误差控制在 $0.5\mu\text{m}$ 以下,轴颈圆度误差控制在 $1\mu\text{m}$ 以下,涡流力矩大都能满足 $T = 4\text{mg}\cdot\text{cm}$,类似于图9所示结果,也就是说

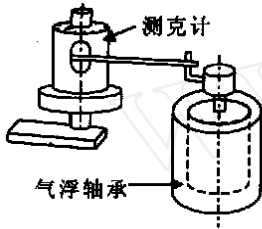


图8 涡流力矩测量方法
Fig. 8 Test method of vortex torque

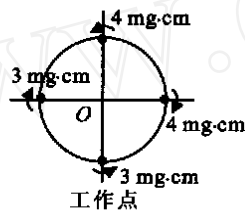


图9 涡流力矩实测结果
Fig. 9 Test results of vortex torque

图9的结果具有一定的普遍性。图4为实际制造误差模型中的两个简化特例,并且取图9所示轴承的误差上限 $r_a = 0.5\mu\text{m}$ 和 $r_r = 1\mu\text{m}$,计算结果和实测结果基本相同(计算结果稍大一些),证明了本文所采用的计算方法的正确性。对于复杂的实际问题,采用简化模型计算是常用方法并且是必要的,也是可以互相对比的。

4 结 论

(1) 采取相容变换和加权余量方法,可以更有效地利用有限元法解决气体静压轴颈—止推轴承涡流力矩的分析计算问题。

(2) 涡流力矩是狭缝宽度误差和轴颈圆度误差综合作用的结果;而且相比较而言,涡流力矩对狭缝宽度误差,要比对轴颈圆度误差更为敏感。

(3) 当偏心增大时,涡流力矩一般也要增大;但如果选择适宜的安装角度,可以使涡流力矩不致增幅太大。

参 考 文 献

[1] 吴敏镜, 易维坤, 周安石, 等. 惯性器件制造技术[M]. 北京: 宇航出版社, 1991.

(Wu M J, Yi W K, Zhou A S, et al. Manufacturing technology of inertia device[M]. Beijing: Aerospace Press, 1991.)

- [2] 刘瞰, 彭春野, 葛卫平, 等. 小孔节流气体静压润滑的离散化和计算收敛[J]. 摩擦学学报, 2001, 21(2): 139-142. (Liu D, Peng C Y, Ge W P, et al. On the discretization of orifice compensated externally pressurized lubrication and computational convergence[J]. Tribology, 2001, 21(2): 139-142.)
- [3] Lapidus L, Pinder G F. Numerical solution of partial differential equations in science and engineering[M]. New York: John Wiley & Sons, 1982.
- [4] Connor J J, Brebbia C A. Finite element techniques for fluid flow[M]. London: Butterworth & Co. (Publishers) Ltd., 1976.
- [5] Wang N Z, Chang C Y. Application of Newton's method to the lubrication analysis of air-lubricated bearing[J]. Tribology Transactions, 1999, 42(2): 419-424.
- [6] 刘瞰, 刘育华, 陈世杰. 静压气体润滑[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1990. (Liu D, Liu Y H, Chen S J. Externally pressurized gas lubrication[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 1990.)

作者简介:



姚英学(1962-) 男,湖北松滋人,哈尔滨工业大学机电工程学院教授,博士生导师,博士。1990获哈工大工学博士学位,先后赴英国 Warwick 大学和香港理工大学进修,中国生产工程学会常务理事,全国高校切削与先进制造技术研究会常务理事兼副秘书长,主要研究方向为虚拟制造与敏捷制造、柔性制造自动化技术、生产系统检测与监控技术、惯性器件制造技术、超硬刀具技术。



杜建军(1974-) 男,内蒙古呼和浩特人,哈尔滨工业大学机电工程学院博士研究生,主要从事惯性器件装配工艺性能改进、气体静压润滑以及齿轮刀具设计等方面的研究,发表论文5篇。



刘瞰(1932-) 男,北京人,哈工大航天工程与力学系教授,博士生导师,俄罗斯宇航院外籍院士。1954年毕业于哈尔滨工业大学机械专业,主要研究领域为飞行器动力学与控制、精密机械设计等。



谢大纲(1971-) 男,黑龙江鹤岗人,哈工大机电学院副教授,博士。1999年获哈工大工学博士学位,主要研究方向为超精密镜面磨削和抛光技术、金属切削理论等,发表论文20余篇。

(责任编辑:李铁柏)