

文章编号:1000-6893(2002)06-0507-05

利用 Singer 模型的无陀螺姿态和角速度估计

程 杨, 杨 涤, 崔祜涛

(哈尔滨工业大学 航天工程与力学系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

GYROLESS ATTITUDE AND RATE ESTIMATION USING SINGER MODEL

CHEN G Yang, YANG Di, CUI Hu-tao

(Department of Astronautics and Mechanics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

摘 要: 给出了一种利用 Singer 跟踪模型的扩展卡尔曼滤波器(Extended Kalman Filter),用于无陀螺姿态和姿态角速度估计。在滤波器中,姿态和姿态误差分别由姿态四元数和误差四元数表示,而姿态角加速度由一阶 Markov 过程描述,从而避免采用姿态动力学模型。利用数值仿真计算验证了滤波器的性能。在所有的仿真过程,滤波器显示出快速收敛能力。稳态估计误差主要由测量更新频率和精度决定。

关键词: 扩展卡尔曼滤波; Singer 跟踪模型; 姿态和角速度估计; 姿态四元数

中图分类号: V448.22 **文献标识码:** A

Abstract: An extended Kalman filter with the Singer tracking model for gyroless attitude and attitude rate estimation is presented. In the filter, the attitude and attitude error are parameterized by a quaternion and an error quaternion respectively, while the angular acceleration is modeled as a first-order Markov process, thus avoiding the use of the attitude dynamics model. Numerical simulations are used to test its performance. The filter shows fast convergence ability in all the runs. The steady-state estimation errors are mainly determined by the measurement update frequency and measurement accuracy.

Key words: extended Kalman filter; Singer tracking model; attitude and rate estimation; attitude quaternion

由于速率(积分)陀螺价格昂贵、质量大并存在长期使用后性能降低的问题,无陀螺的飞行器姿态确定和控制系统很有吸引力。对于姿态运动较慢、抖动(jitter)控制要求相对较低的飞行器而言,尤其如此。与此同时,姿态敏感器技术和星上处理器能力的快速发展,为无陀螺姿态确定和控制系统的性能提供了十分重要的保障。

无陀螺飞行器姿态和角速度估计问题是当前这一领域的重要研究问题。Bar-Itzhack 对已有的算法进行了比较系统的概括^[1]。一类算法(导数法, derivative approach)首先根据观测量的数值差分求解姿态角速度,然后通过各种滤波器(低通滤波器、卡尔曼滤波器等)来抑制差分处理引入的高频角速度噪声。另一类算法(估计法, estimation approach)直接把测量量输入滤波器,直接利用观测量和姿态运动模型完成姿态和角速度估计。Bar-Itzhack 进一步指出,采用后一类(无差分)算法能获得更佳的性能^[1]。

然而,对飞行器姿态运动而言,尽管运动学模型是严格和精确的,其姿态动力学模型存在各种

不确定性,如未建模力矩、转动惯量误差和初始状态误差等。姿态动力学模型的建模精度及其对姿态确定和控制系统性能的影响对于不同的飞行器具有很大的差异。这给基于姿态动力学模型的姿态和角速度估计带来较大的困难。Oshman 等研究了用随机过程取代姿态动力学模型的姿态和角速度估计。借用机动目标跟踪理论,把飞行器视为不合作目标(non-cooperative target),所要设计的姿态和角速度估计器也就是机动目标未知运动跟踪器。据此, Oshman 等引入跟踪领域中的 Singer 时间相关、机动加速模型(Singer 跟踪模型)来代替姿态动力学模型,设计了使用积分速率参数(Integrated Rate Parameters)的最小均方误差(MMSE)估计器^[2~4]。积分速率参数为角速度各分量的时间积分,积分速率参数方法是求解姿态运动学方程的一种快速算法,能给出姿态参数的三阶近似解。但是,由于姿态参数和各类测量量(参考矢量测量、姿态测量、GPS 载波相位差等)是积分速率参数的复杂函数,它的测量方程和测量敏感矩阵的推导和计算过于复杂。

本文采用估计法研究根据矢量观测的飞行器姿态和角速度估计,设计了采用 Singer 跟踪模型

的扩展卡尔曼滤波器。相对基于姿态动力学模型的估计器,计算效率高,适用于多种姿态运动模式。采用四元数和误差四元数来描述姿态及姿态误差,这是当前姿态确定领域采用最广泛的方法,相对于积分速率参数方法,具有简单、熟悉的形式,并可以根据系统的特点在滤波器中方便的采用多种测量模型。

1 姿态运动模型

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \omega \otimes q - \frac{1}{2} q \otimes \omega \quad (1)$$

$$\dot{a} = -\omega \times a + w \quad (2)$$

$$\dot{a} = -\omega \times a + w \quad (3)$$

方程(1)为飞行器姿态运动学方程,式中: q 表示飞行器(固联)本体坐标系相对当地轨道坐标系的姿态四元数。 $\omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$, $\omega = [0 \ 0 \ 0]^T$ 。

$\omega = [0 \ 0 \ 0]^T$,其中: ω 表示飞行器相对惯性空间的角速度,在本体坐标系的投影; ω 为飞行器的轨道角速率。当 q 定义为飞行器的惯性姿态或定义为飞行器相对当地轨道坐标系的角速度时,

方程(1)简化为 $\dot{q} = \frac{1}{2} \omega \otimes q$ 。 \otimes 为四元数乘法算子,约定为

$$p \otimes q = \begin{bmatrix} p_4 I_3 - [p_{13} \times] & p_{13} \\ -p_{13}^T & p_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{13} \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_4 & p_3 & -p_2 & p_1 \\ -p_3 & p_4 & p_1 & p_2 \\ p_2 & -p_1 & p_4 & p_3 \\ -p_1 & -p_2 & -p_3 & p_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: $[\cdot \times]$ 为叉乘矩阵。

Singer跟踪模型^[5]由方程(2),(3)描述。角加速度 a 建模为一阶Markov过程,式中

$$a = \text{diag} \left(\frac{1}{T_1} \quad \frac{1}{T_2} \quad \frac{1}{T_3} \right) a \quad (5)$$

T_i 为相关时间常数。驱动噪声 w 为零均值白噪声过程,其功率谱密度矩阵

$$Q(t) = 2 \text{diag} \left(\frac{M_1^2}{3} \quad \frac{M_2^2}{3} \quad \frac{M_3^2}{3} \right) \quad (6)$$

$$= \text{diag} \left(\frac{2}{3} M_1^2 \quad \frac{2}{3} M_2^2 \quad \frac{2}{3} M_3^2 \right) \quad (7)$$

$$\frac{2}{3} M_i^2 = \frac{2}{3} (1 + 4 p_{M_i} - p_{0_i}) \quad (8)$$

式中: $\frac{2}{3} M_i^2$ 为(Markov过程稳态时)姿态角加速度的方差。在Singer跟踪模型中,角加速度的概率分布为离散分布和连续分布的组合,即加速度等于零的概率为 p_{0_i} ,加速度为最大时($\pm M_i$)的概率为 p_{M_i} ,在区间 $(-M_i, 0)$ 和 $(0, M_i)$ 上为均匀

分布^[5]。

2 姿态和角速度的EKF滤波器

2.1 状态误差模型

EKF滤波器状态定义为 $x = [q^T \ a^T]^T$,状态方程即方程(1)~(3)。状态误差定义为 $\tilde{x} = [\tilde{q}_{13}^T \ \tilde{a}^T]^T$,假设估计值、真实值和误差之间满足 $q = \hat{q} \otimes \tilde{q}$; $a = \hat{a} + \tilde{a}$ 。进一步假设轨道角速度 ω 精确已知,可以立即得到误差及误差协方差传播方程

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{q}}_{13} \\ \dot{\tilde{a}} \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} \tilde{q}_{13} \\ \tilde{a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[\omega \times] & \frac{1}{2} I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{q}_{13} \\ \tilde{a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\dot{P} = FP + PF^T + Q \quad (10)$$

式中:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

2.2 矢量观测模型

$$W_i = A(q) V_i + v_i \quad (12)$$

式中: V_i 和 W_i 分别为在测量更新时刻第 i 个单位矢量在当地轨道坐标系和飞行器本体坐标系的投影; $A(q)$ 为方向余弦矩阵(姿态矩阵),以姿态四元数 q 表示; v_i 为零均值高斯白噪声, $v_i \sim N(0, R_i)$,

$$R_i = 2 [I_3 - (AV_i)(AV_i)^T] \quad (13)$$

R_i 为奇异矩阵。但由于该测量模型以及卡尔曼滤波器的结构,在卡尔曼滤波器中,可以等价的取新息 $W_i = W_i - A(q) V_i$;测量误差的方差 $R_i = 2 I_3$;敏感矩阵 $H_{qi} = 2 [(A(q) V_i) \times]^{[6]}$ 。以上约定。

$$W_i = H_{qi} q = [H_{qi} \ 0 \ 0] x = H_i x。$$

2.3 姿态四元数观测模型

当测量更新时刻有两个或更多不共线的矢量测量时,可以先对测量数据进行预处理,根据 (V_i, W_i) 计算出 q^m 。QUEST算法为进行此计算的标准算法之一。则在卡尔曼滤波器中,新息

为 q_1^m , $q^m = q^m \otimes \hat{q}^*$, 式中 \hat{q}^* 为姿态四元数估计值的共轭; 测量误差的方差 R 满足, $R^{-1} = \frac{4}{2} [I_3 - (AV_i)(AV_i)^T]$, 式中 A 在计算中由 $A(q^m)$ 代替; 测量敏感矩阵 $H_q = I_3^{[6,7]}$ 。由于 $\pm q$ 表示相同的姿态, 在算法中对 q^m 附加约定 $q_4^m > 0$ 。

2.4 EKF 滤波器

根据以上的运动模型、误差模型和测量模型, 即可完成 EKF 滤波器的设计。在 EKF 滤波器中, 测量更新按以下步骤完成:

$$\begin{bmatrix} q_{13} \\ a \end{bmatrix} = Kz \quad (14)$$

$$\hat{q}(+) = \left[\frac{q_{13}}{\sqrt{1 - q_{13}^2}} \right] \otimes \hat{q}(-) \quad (15)$$

$$\hat{q}(+) = \frac{\hat{q}(+)}{\hat{q}(+)} \quad (16)$$

$$\hat{a}(+) = \hat{a}(-) \quad (17)$$

$$\hat{a}(+) = \hat{a}(-) \quad (18)$$

式中: \hat{a} 为状态修正量; K 为卡尔曼增益矩阵; z 为新息; $(+)$ 和 $(-)$ 分别表示更新后和更新前的状态估值。

3 数值仿真

采用两种姿态运动模型对基于 Singer 跟踪模型的姿态和姿态角速度 EKF 进行数值仿真。两种真实姿态运动分别见图 1, 2, 仿真时间为 6000s。第 1 种姿态运动模型即文献[3]中的算例。假设敏感器系统对两个单位参考矢量进行测量, 并考虑以下两种情况。情况 1: 两个参考矢量随机产生, 其夹角近似满足正态分布。情况 2: 两

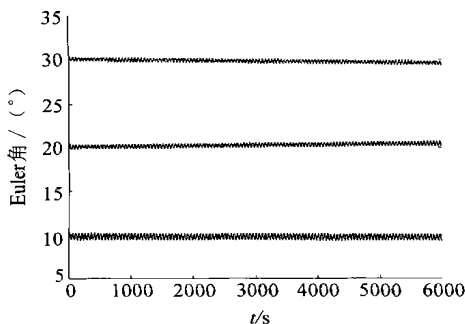


图 1 真实姿态运动 (I)
Fig. 1 True attitude motion (I)

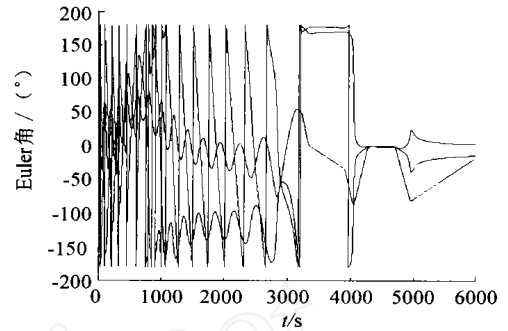


图 2 真实姿态运动 (II)
Fig. 2 True attitude motion (II)

个参考矢量其一相对当地轨道坐标系静止, 其二相对当地轨道坐标系以轨道角速率做周期运动 (若模拟地磁场矢量, 则其轨道面内分量应是近似以 2 倍轨道角速率运动)。假设两个矢量的测量精度相同, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0.01^2 (^\circ)^2$ 。给出单位参考矢量和真实姿态, 在本地坐标系的测量矢量按如下步骤产生: 根据 σ_i , 产生零均值高斯白噪声序列 $v_i \sim N(0, \sigma_i^2 I_3)$; 生成测量矢量 $W_i = \frac{A(q) V_i + v_i}{\sqrt{A(q) V_i + v_i}}$ 。由上式可知, $W_i = \frac{A(q) V_i + v_i}{\sqrt{A(q) V_i + v_i}}$ 。其方差满足方程(13)。每次仿真时间为 100s, 仿真开始时间 t_0 在 $[0, 5900s]$ 之间任意选定 (按均匀分布)。EKF 滤波器的状态初始值恒定, 设为 $\hat{q}(t_0) = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$, $\hat{a}(t_0) = [0 \ 0 \ 0]^T$, $\hat{a}(t_0) = [0 \ 0 \ 0]^T$ 。在所有仿真过程, 滤波器采用相同的设计参数。第 2 种姿态运动下一个典型的仿真过程见图 3, 4, 横坐标的时间为相对仿真开始时间 t_0 的时间。

当在滤波器中采用矢量观测模型时, 对于第 1 种姿态运动, 在 15s 内, 姿态和角速度即收敛。对于第 2 种姿态运动, 在 30s 内, 姿态和角速度即收敛。当初始时刻的姿态估值可以较精确的提供时 (如利用 QUEST 算法计算得到初值), 收敛时间可以减少到 4s 以内。精确的姿态初值能够加快滤波器的收敛, 但是只提供精确的角速度初始估值, 并不足以加快收敛, 这与预期的结果一致。当在滤波器中采用四元数观测模型时, 无论第 1 种姿态运动或第 2 种姿态运动, 姿态和角速度都迅速收敛 ($< 3s$)。但当滤波器测量更新时方程(15)

改为 $\hat{q}(+) = \frac{1}{\sqrt{1 + q_{13}^2}} \begin{bmatrix} q_{13} \\ 1 \end{bmatrix} \otimes \hat{q}(-)$ 时, 滤波器状态会经过较长的振荡 (约 30s) 才能收敛。以上两个姿态修正方程在姿态修正量

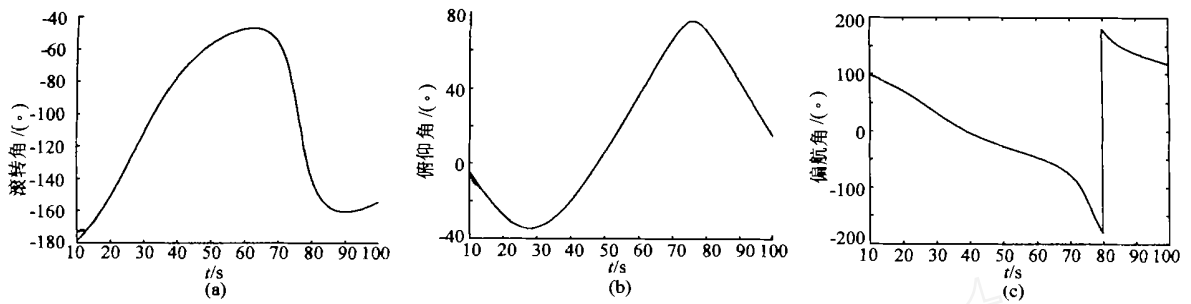


图3 姿态估计值和真值(实线—真实值;虚线—估计值)

Fig. 3 Attitude estimates versus true attitude (Solid line—true value; dashed line—estimated value)

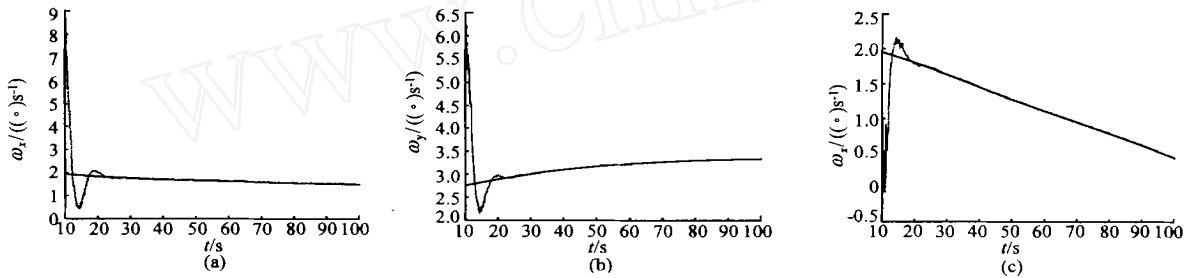


图4 姿态角速度估计值和真值(实线—真实值;虚线—估计值)

Fig. 4 Attitude rate estimates versus true attitude rate (Solid line—true value; dashed line—estimated value)

q_{13} 为小量时几乎是等价的。然而在收敛初期,多数情况 q_{13} 并非小量,认为这带来过渡过程时间的不同。但是,在所有过程中都未观察到 $q_{13} > 1$ 。

当测量采样频率减小到 0.5Hz 时,基于 Singer 跟踪模型的 EKF 滤波器仍具有良好的收敛性能。对于矢量观测模型(不利用 QUEST 算法计算初值),第 1 种姿态运动的收敛时间在 25s 内;第 2 种姿态运动,收敛时间在 40s 内。对于四元数观测模型,收敛时间在 5s 内。进行了一组 3000s 的仿真,在滤波器收敛后,将保持收敛的状态。未观察到误差明显增大-重新收敛的过程。

仿真表明两种不同的观测模型对于滤波器的稳态精度没有明显的影响。当测量采样频率为 5Hz 时,在所有的过程,各轴姿态的稳态估计值(3)在 $\pm 0.015^\circ$ 以内,各轴姿态角速度的稳态估计值(3)在 $\pm 0.019^\circ/s$ 以内。如果测量采样频率和测量精度可以分别提高到 10Hz 和 5,则姿态和角速度的稳态精度 3 可以达到 0.003° 和 $0.0049^\circ/s$ 。当采用稀疏的测量时,如测量采样周期为 2s 或更长,则姿态和角速度的稳态误差明显增大。这意味着对于基于 Singer 跟踪模型的滤波器而言,稳态精度主要由测量采样频率和测量精度决定;为了能够准确估计,主要的姿态运

动应该在测量序列中充分表现出来,因而密集的测量(相对于姿态运动带宽而言)对此滤波器性能而言是重要的;Singer 跟踪模型是指数时间相关模型,相对于复杂的姿态动力学模型,利用 Singer 跟踪模型在稀疏测量之间进行状态传播势必引入比较大的估计误差。

在以上的仿真中,采用的两类测量数据,对滤波器的收敛和稳态精度没有明显的影响。本文没有讨论观测几何对性能的影响。坏的观测几何无疑会使算法的性能变坏,但这往往不是姿态估计算法研究本身所能解决的问题。

4 结论

(1) 基于 Singer 跟踪模型姿态和姿态角速度 EKF 具有良好的收敛特性。采用四元数测量模型,或采用矢量测量模型并提供精确姿态初值时,能够明显加快滤波器收敛。

(2) 在滤波器进入稳态后,能够达到的精度主要由测量更新频率和测量精度决定。基于 Singer 跟踪模型的滤波器在稀疏测量时,稳态精度下降。此时是否可以采用此模型,当由姿态确定和控制系统性能要求决定。

(3) 此滤波器形式简单,计算效率高,姿态运动由一阶 Markov 过程及一组概率和相关时间参数描述,适用于多种姿态运动。

参 考 文 献

- [1] Bar-Itzhack I Y. Classification of algorithms for angular velocity estimation[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2001, 24(2): 214 - 218.
- [2] Oshman Y, Markley F L. Sequential attitude and attitude rate estimation using integrated rate parameters [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1999, 22(3): 385 - 394.
- [3] Oshman Y, Markley F L. Sequential gyroless attitude and attitude rate estimation from vector observations[J]. Acta Astronautica, 2000, 46(7): 449 - 463.
- [4] Oshman Y, Markley F L. Spacecraft attitude-rate estimation using vector-aided GPS observations[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(3): 1019 - 1032.
- [5] Singer R A. Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1970, 6(4): 473 - 483.
- [6] Shuster M D. Kalman filtering of spacecraft attitude and the QUEST model [J]. Journal of the Astronautical Sciences, 1990, 38(3): 377 - 393.
- [7] Shuster M D, Oh S D. Three-axis attitude determination from vector observations[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1981, 4(1): 70 - 77.

作者简介:



程 杨(1975 -) 男,哈尔滨工业大学飞行器设计专业博士研究生,研究方向:飞行器姿态和轨道确定。



杨 焱(1937 -) 男,哈尔滨工业大学教授,博士生导师,研究方向:飞行器动力学与控制等。



崔祜涛(1970 -) 男,工学博士,哈尔滨工业大学副教授,研究方向:飞行器动力学与控制等。

(责任编辑:吴小勇)