

文章编号: 1000-6893(2002) 04-0330-04

双目标双学科数值优化计算

吁日新, 朱自强

(北京航空航天大学 流体力学研究所, 北京 100083)

COMPUTATION OF THE BIOBJECTIVE/ BIDISCIPLINARY NUMERICAL OPTIMIZATION

YU Ri-xin, ZHU Zi-qiang

(Institute of Fluid Mechanics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

摘要: 提出了一种新的适用于双目标优化的适应函数的构造方法。通过分析适应函数的等值线谱, 分象限构造出相应的函数。算例选用翼型的气动/ 隐身双学科双目标优化, 分别采用确定性及遗传两种优化算法, 并与通常的线性加权法进行对比。结果表明本方法的良好适用性和有效性。

关键词: 适应函数; 多目标和多学科优化; 确定性优化算法; 遗传算法

中图分类号: O 221.6 文献标识码: A

Abstract: A new type of fitness function suitable to bi-objective optimization problems is suggested. Through analysis of the contours of fitness functions, the fitness function is constructed separately in every quadrant. It is used in the bi-disciplinary/bi-objective numerical optimization of an airfoil's aerodynamic/ electromagnetic performances. The optimization is made by using both deterministic and genetic algorithms and the results are compared with those of the common LWO method. The results show that the present method is useful and effective.

Key words: fitness function; multi-objective and multi-disciplinary optimization; deterministic method; genetic algorithm

将已有的大量单目标优化方法推广到多目标优化中去时, 存在如何构造一个适用于多目标优化的适应函数的问题。本文讨论并构造出一种双目标组合形成的适应函数, 并将其应用于确定性和遗传两种优化方法的实际优化计算。

1 双目标优化适应函数的构造方法

(1) 基本思想 对于一般的单目标优化问题, 适应函数(评价函数)的构造思路大体是: ①将所求单目标的好坏程度 y (满足要求的程度) 表示为此目标值 x 的单调函数 $y = F(x)$; ②通过某种方法处理约束条件, 例如罚函数。

多目标优化与单目标优化的不同主要在于第 1 个问题, 即怎样评判多目标优化结果满足要求的程度。为此需要将多个目标组合为一个量, 利用它来进行优化, 这个量也即反映了对结果的满意程度, 并被称之为适应函数 y 。

这种组合可以理解为函数映射问题。即 $y = F(x_1, x_2, \dots)$, 自变量 x_1, x_2, \dots 对应各个物理目标, 而函数值 y 是对结果满意程度的量, 可以根据

y 值的大小进行优化的取舍, 并利用 x_1, x_2, \dots 构成的多维优化空间中的 y 等值线(面, 体...) 判断优化结果的取舍, 即应保留 y 值大的, 而舍去 y 值小的。这样构造适应函数的问题就变成了等值线应该具有什么形状的问题。

(2) 常用的目标组合方法的分析和评价 常用的多目标组合方法有: 加权的线性组合法和变权系数的线性组合法^[1-3]。从函数映射的观点来看, 第 1 种方法相当于构造函数 F 时简单地让每个目标乘以一个系数后再相加, $y = F(x_1, x_2, \dots) = \sum (a_i x_i)$, ($a_i = 1$)。这种组合的优点是简单, 但需要事先由经验给定 a_i 值。在双目标优化的情况下图形就是一个斜平面 ($y = a_1 x_1 + a_2 x_2$) 及等值线谱是一组平行的直线。

变权系数的线性组合法是对第 1 种方法的改进。它在优化过程中根据某些信息不停的修改系数 a_i , 不会使优化太受初始系数的影响。但这也存在问题。由于它的映射函数会随着 a_i 而不断改变, 导致对同一个 (x_1, x_2, \dots) 点 y 值不同, 即存在评判标准不统一的问题。其等值线是不停地改变斜率的平行线族。

(3) 双目标优化适应函数构造实例及讨论 本文提出一个新的双目标组合的思想和方法。通

常的优化问题中一般地表示为极小化或极大化, 在双目标优化时, 为使处理问题方便, 可以将两个目标值统一表达成极小或极大, 并以 (x_1, x_2) 代表两个目标值的增加量, $(0, 0)$ 点代表优化初始点, 令这点的适应函数值等于 0。由于遗传算法中要进行全局性搜索, 必须在 4 个象限中构造适应函数。现分区进行讨论。

① 第一象限 $(x_1 > 0, x_2 > 0)$

大量的优化计算是在此区域内进行的, 因此此区域内构造的适应函数对优化结果的影响也最大。在此区域中两个目标均变好, 所以适应函数值应大于 0, 通常有两个要求适用于此区域。

要求一: 一般希望各个目标值能均衡地增加, 均衡度越大越好, 这在多学科优化中尤为重要^[2]。而对于 (x_1, x_2) 平面区域, 很明显在 $x_1 = x_2$ 斜线上 x_1, x_2 的变化最均衡。故函数 $y = F(x_1, x_2)$ 应在靠近 $x_1 = x_2$ 线处 y 值大。可以用

$$\phi = \begin{cases} \frac{4}{\pi} \left| \arctan \left(\frac{x_2}{x_1} \right) - \frac{\pi}{4} \right| & x_1 > 0 \\ 4 - \frac{4}{\pi} \left| \arctan \left(\frac{x_2}{x_1} \right) - \frac{\pi}{4} \right| & x_1 < 0 \end{cases}$$

表示 x_1, x_2 远离 $x_1 = x_2$ 线的程度, $0 < \phi < 1$ 代表第一象限。如对 ϕ 作函数变换, 如二次抛物线变换 $(1 - \alpha)(1 - \phi) + \alpha \dots (\alpha = \text{const})$

其中: α 控制最小值的大小, 则可控制 ϕ 对适应函数值的影响。

要求二: 希望目标增量的整体值越大越好。令

$$R = (x_1^2 + x_2^2)$$

它表示 x_1, x_2 远离 $(0, 0)$ 点的程度。同样可以通过指数函数 R^β 控制它对 y 值的影响。最终构造的函数为

$$y = F(x_1, x_2) = R^\beta [(1 - \alpha)(1 - \phi) + \alpha] \\ \alpha, \beta = \text{const} \quad 0 < \phi < 1$$

② 第二、四象限 $((x_1 x_2) < 0)$

这两个区域表示一个目标变好, 另一个变坏, 需要根据具体问题确定。本文通过 y 等值线与 0 等值线的夹角来体现具体要求。0 等值线经过优化初始点 $(0, 0)$, 故其 y 值等于 0。一般 0 等值线可取为直射, 用 j_0 表示它与 $x_1 = x_2$ 线的角度, 若以 1 代表 $\pi/4$, 3 代表 $3\pi/4$, 则 j_0 可取值范围为 $[1, 3]$ 。例如, 取 $j_0 = 1$ 时, 它的 0 等值线为第一象限的边界, 即强制不允许任何一个目标变坏; 取 $j_0 = 2$, 它的 0 等值线为二、四象限的角平分线, 即若一个目标的增加量与另一个目标的减小量相等, 对它的满意程度与对优化的初始点一样。

考虑到二、四象限的对称性, 以下只讨论第四象限 $(x_1 > 0, x_2 < 0)$ 的组合函数构造。

0 等值线将第四象限分割为函数值大于 0 和小于 0 两部分。对于大于 0 部分, 考虑到与第一象限的连续性, 构造函数使之在一、四象限的公共边界与 0 等值线间进行插值。构造表达式

$$y = F(x_1, x_2) = \frac{j_0 - \phi}{j_0 - 1} \alpha R^\beta$$

$$(\alpha, \beta, j_0 = \text{const}) \quad 1 < \phi < j_0$$

小于 0 部分与第三象限一体构造。

③ 第三象限 $(x_1 < 0, x_2 < 0)$

此区域代表两个目标值均变坏, y 值恒应小于 0, 应是优化不该落入的区域。按照通常的要求, y 值应随目标的整体 R 增大而减小, 而且这种趋势应该比在第一象限中 y 随 R 的增加的趋势大, 也即第三象限的等值线密度应比第一象限大; 而 y 值对均衡度 ϕ 要求不强。结合二四象限剩余区域, 构造表达式

$$y = F(x_1, x_2) = r(\phi - j_0) R^\beta$$

$$(r, \beta, j_0 = \text{const}) \quad j_0 < \phi < 4$$

r 可以调节 y 值相对于第一象限 y 值大小比例, 用于控制等值线的密度。

综合各区域, 取 $\alpha = 0.1, \beta = 0.4, j_0 = 2, r = 1.0$, 构造的函数等值线图如图 1 所示。

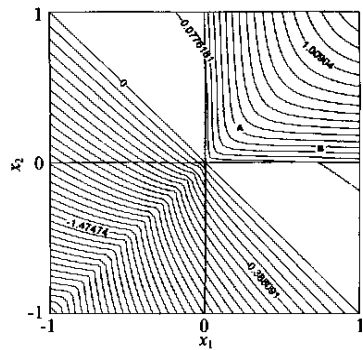


图 1 等值线图 $y = F(x_1, x_2)$

Fig. 1 Contour of $y = F(x_1, x_2)$

由图可见, 对于第一象限中 A, B 点, 虽然 B 点的目标的整体增加量大, 但由于两个目标变化不均匀, 所以它计算得到的适应函数值没有 A 点的大。而第二、四象限的 0 等值线为 $x_1 = -x_2$, 即可以容许某一个目标变差。在第三象限, 它的等值线几乎平行而且密度较大。

综上所述, 适应函数的构造主要是根据通常的评价准则, 分区域进行构造。而由于一般优化解都在第一象限, 所以这个区域函数的构造最重要。

(4) 存在约束的适应函数的构造

实际优化常涉及到若干约束问题。适应函数一般通过加上罚函数以满足约束。例如针对双目标优化问题,对于约束条件

$$Q(x) \leq C_i, \quad i = 1, \dots, n$$

适应函数为 $y = F(x_1, x_2) + \sum_{i=1}^n P_i$, 其中

$$P_i = \begin{cases} e^{A_i(C_i - Q(x))} & Q < C_i \\ 1 & Q \geq C_i \end{cases}$$

2 优化计算

分别采用了确定性算法(Powell方法^[4]为例)和遗传算法^[5-7]两种优化方法,并对计算结果作比较。其中遗传算法选用十进制编码,采用赌盘选择策略,取群体规模为40,最大代数40,杂交率0.6,变异率为0.4。

遗传算法的适应函数是用来评价个体(问题的解)的好坏的,它非常重要,影响着算法的效能。赌盘选择策略要求适应值大于0。本文提出的目标适应函数的值域是(-∞, +∞),应用到遗传算法时可以通过e指数变换 $y = e^{F(x_1, x_2)}$ 将值域变为(0, +∞)。

翼型外形的表达见文献[2, 3, 8, 9], 网格生成方法可见文献[10], 流场和电磁场的求解见文献[2, 3, 8, 11, 12]。

3 算例及其讨论

用确定性算法和遗传算法计算了空气动力学(单学科多目标)和流场/电磁场(双学科)的优化。为了分析比较计算结果,部分算例还进行了各个单独目标的优化。翼型改变方式除非特别指出,均采用只变弯度的方式。所有双目标优化均采用了本文提出的适应函数:确定性方法 $y = F(x_1, x_2)$; 遗传算法 $y = e^{F(x_1, x_2)}$ 。

(1) 空气动力(单学科双目标)优化计算

算例1 初始翼型取NACA0012翼型,计算条件为 $M_\infty = 0.75, \alpha = 2.57^\circ$ 。双目标优化要求增大升力同时减小阻力,用升力系数 C_L 和阻力系数的倒数 $1/C_D$ 表示两个目标。表1给出了计算结果的比较,其中还进行了各个单独目标的优化。

从表1中可以看出,各目标单独优化会使另一个目标变差。如单目标 C_L 优化使 C_L 增加79%,却导致 $1/C_D$ 减小了67%,而单目标 $1/C_D$ 优化使 $1/C_D$ 增加500%,而 C_L 却减小58.5%。双目标优化是两种单目标优化的折衷,达到了两者

同时增大的效果。

表1 气动优化比较

Table 1 Comparison of aerodynamic optimization

	目标 C_L	$\Delta x_1 / \%$	目标 $1/C_D$	$\Delta x_2 / \%$	y	
					线性 加权	本方 法
初始值	0.654	0	27.63	0	0	0
单 C_L	1.170	79.0	9.09	-67.1	0.060	0.011
Powell 单 $1/C_D$	0.271	-58.5	166	500	2.20	0.310
双目标	0.985	50.7	42.47	53.3	0.52	0.781
遗传 双目标	0.8979	37.3	48.3	75	0.56	0.735

上表还比较了所有单/双目标优化解(x_1, x_2)的双目标 y 值,分别采用线性加权法和本文提出方法。可以看出在以上几种结果中,线性加权法的 y 值最大是2.2,对应是单目标 $1/C_D$ 优化解,它没有考虑均衡度的影响,它在减小大量 C_L 值的代价下取得最小阻力,从多目标优化观点来看满意程度应是很低的,但它 y 值却比两种双目标优化解的 y 值高得多,显然这是不合理的。采用本方法所得到的 y 值在两种单目标优化解下均小于双目标优化的,这显然是合理的,表明了本文所提出的适应函数是优于线性组合法的。对于双目标优化解,采用遗传算法比确定性算法的适应函数值略小,虽然遗传算法理论上可搜索到全局最优解,由于它带有随机性,要有足够的计算量才能实现,当计算量不够时有可能所取得的优化结果会略差于确定性算法的。从本例可知,确定性算法结果的均衡增长性要好于遗传算法的,故其 y 值略大于遗传算法的,但两者的差值很小,表明满意程度基本一样。

(2) 流场/电磁场(双学科)优化计算

算例2 初始翼型取NACA0012翼型,气动目标为增大升阻比 C_L/C_D ,选取计算条件为 $M_\infty = 0.75, \alpha = 2.57^\circ$; 隐身目标为减小翼型头部雷达散射截面积(RCS)。表2给出了计算结果的比较。

表2 流场/电磁场优化比较

Table 2 Comparison of bi-disciplinary optimization

	气动 目标 C_L/C_D	$\Delta x_1 / \%$	隐身 目标 RCS	$\Delta x_2 / \%$	y	
					线性 加权	本方 法
初始值	18.1	0	4.91	0	0	0
单 C_L/C_D	59.4	228.7	-8.29	-269	-0.401	-0.28
Powell 单 RCS	18.2	0.8	62.30	1169	5.85	0.726
双目标	28.2	55.9	44.49	806.1	4.31	1.338
遗传 双目标	41.5	129.8	23.96	387.9	2.59	2.212

由表2的两种单目标优化结果可以看出目标 RCS 的最大增量可达1169%,是目标 C_L/C_D 最大增量228.7%的近5倍,此时目标增加非常不均衡。本文的适应函数中考虑了均衡度的影响,因此

通过双目标优化得到了较为满意的结果。若比较线性加权法的 y 值, 结论为单 RCS 优化 ($y = 5.85$) 的结果最满意, 显然这是不对的。此算例遗传算法结果比确定性算法的好, 适应函数值也大很多。

算例 3: 初始翼型取 NACA65006 翼型, 气动目标为减小阻力 C_D , 用 $1/C_D$ 表示。隐身目标仍然为减小 RCS。计算条件为 $M\alpha = 1.5, \alpha = 0^\circ$ 。采取保持翼型上下翼面对称的改变方式, 并要求翼型最大厚度 t_{\max} 不应小于原始翼型的最大厚度 $t_{\max,0}$, 即约束条件为 $\varphi = t_{\max}/t_{\max,0} - 1$ 。双目标适应函数的构造中加入罚系数, $y = F(x_1, x_2)P$, 其中

$$P = \begin{cases} e^{A(1-\varphi)} & \varphi < 1 \\ 1 & \varphi \geq 1 \end{cases}$$

$A = 4.0$ 。而遗传算法适应函数为 $y = e^{F(x_1, x_2)P}$ 。表 3 给出计算结果。

表 3 有约束的优化比较

Table 3 Comparison of constraint optimization

	气动目标 $1/C_D$	$\Delta x_1/\%$	隐身目标 RCS	$\Delta x_2/\%$	y 本方法	罚系数
初始值	37.34	0	5.074	0	0	1
Powell	45.25	21.2	13.70	170	0.557	1
遗传	44.42	18.9	16.22	220	0.538	1

从表 3 可以看出, 两种方法的罚系数为 1, 即满足了约束条件。可见本文提出的适应函数同样适用于有约束的多目标优化的问题。

4 结束语

在目前尚无成熟的多目标和多学科优化方法的背景下, 研究如何推广已有的单目标优化方法, 将其应用于多目标和多学科的优化是很有意义的。无论确定性算法或遗传算法都存在如何构造一个适用于多目标/多学科优化的适应函数的问题, 且构造的适应函数对优化计算结果有重大的影响。本文提出了一种构造适用于双目标优化的适应函数的方法。算例表明, 它可以有效的实现双学科的优化计算, 明显地取得了优化效果。

参 考 文 献

[1] Stadler W. Multicriteria optimization in mechanics (A Survey)[J]. Applied Mechanics Reviews, 1984, 37(3): 277-

286.

- [2] 朱自强, 李海明, 李津, 等. 空气动力学/电磁学双学科优化方法的讨论[J]. 中国科学(E 辑), 2000, 30(3): 208-215. (Zhu Z Q, Li H M, Li J, et al. Discussion of bi-disciplinary (aerodynamic/electromagnetic)/bi-objective optimization[J]. Science in China(Series E), 2000, 30(3): 208-215.)
- [3] Zhu Z Q, Li H M, Li J, et al. Genetic algorithms in bidisciplinary (aerodynamic/electromagnetism) optimization[J]. Science in China(Series E), 2001, 40(6): 572-580.
- [4] Powell M J D. An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculation derivatives[J]. Computer Journal, 1964, 7: 155-162.
- [5] Holland J H. Adaptation in natural and artificial systems [M]. Ann arbor: The University Michigan Press, 1975.
- [6] Goldberg D E. Genetic algorithms in search, optimization and machine learning [M]. Reading: Addison-Wesley, 1989.
- [7] 陈国良, 王熙法, 庄镇泉, 等. 遗传算法及其应用[M]. 北京: 北京人民邮电出版社, 1996. (Chen G L, Wang X F, Zhuang Z Q, et al. Genetic algorithms and its application [M]. Beijing: Beijing RenMing YouDian Press, 1996.)
- [8] Zhu Z Q, Islam Z, Zhu Y K, et al. The numerical optimization computation of fluid/electromagnetic fields [J]. Comp Fluid Dyn J, 1998, 7(2): 229-244.
- [9] Hager J O, Eyi S, Lee K D. Multipoint design of transonic airfoils, using optimization[R]. AIAA 92-4225, 1992.
- [10] 吁日新, 朱自强. B 样条应用于超限插值的网格生成方法[J]. 北京航空航天大学学报(已录用). (Yu R X, Zhu Z Q. Application of B Spline to Transfinite Interpolation Grid Generation [J]. Beijing University of Aeronautics and Astronautics (accepted).)
- [11] Siikonen T, Hoffren J. FINFLO: A finite volume based computer program for two dimensional and axisymmetric compressible flow[R]. Report No. B-19[C]. Helsinki: Helsinki University of Technology, 1989. 1-63.
- [12] Umashankar K, Taflove A. A novel method to analyze electromagnetic scattering of complex objects[J]. IEEE Trans Elect Comp, EMC 1982, 24(4): 405-410.

作者简介:



吁日新(1978-) 男, 江西临川人, 北京航空航天大学大流体力学所硕士, email: yurixin@263.net.

(责任编辑: 吴小勇)