

文章编号: 1000-6893(2002) 01-0079-03

# 敏捷性管理系统优化设计

胡朝江<sup>1</sup>, 陈士橹<sup>2</sup>

(1. 空军第一研究所 一室, 北京 100076)

(2. 西北工业大学 航天学院 804 教研室, 陕西 西安 710072)

## DESIGN COMBAT AGILITY MANAGEMENT SYSTEM WITH OPTIMAL CONTROL THEORY

HU Chao-jiang<sup>1</sup>, CHEN Shi-lu<sup>2</sup>

(1. The First Institute of the Air Force, Beijing 100076, China)

(2. Northwestern Polytechnical University, Xi an 710072, China)

**摘 要:** 为了充分发挥战斗机敏捷性管理系统增强飞机作战能力的作用, 利用最优控制的研究成果——直接多重打靶法, 在通过仅假设出节点处的控制变量值以改进原算法之后, 对敏捷性管理系统进行了优化设计。结果表明, 因所对应的非线性规划问题维数降低很多, 改进算法能更快、更有效地求解一类受约束最优控制问题; 通过最优设计, 使得敏捷性管理系统在确保满足各种约束条件的前提下, 飞机的转弯时间缩短了近 20%。  
**关键词:** 敏捷性管理系统; 最优控制; 直接多重打靶法; 非线性规划; 序列二次规划

中图分类号: V212.1 文献标识码: A

**Abstract:** A combat agility management system (CAMS) is designed with the optimal control theory so that it can play a more important role in enforcing an aircraft's ability in a close combat condition. At the same time, a multiple shooting algorithm for direct solution of optimal control problems is improved by only giving the control variable's values at the knots. The study results show that some optimal control problems with constraints can be solved more quickly and efficiently with the improved algorithm because the dimensions of the non-linear programming problem deduced from an optimal control problem are cut down very much; CAMS designed with the optimal control theory can decrease an aircraft's turning time by 20% approximately.

**Key words:** combat agility management system; optimal control; direct multiple shooting algorithm; non-linear programming; sequential quadric programming

战斗机敏捷性管理系统是一种通过控制飞机迎角等从而使飞机速度消散率 ( $-dV/dt$ ) 保持在  $15.4 \sim 20.6 \text{ m/s}^{2[1]}$  范围内, 以确保飞机在可控的前提下较好地发挥出其机动潜力的装置。通常, 飞机的迎角是通过飞行员推拉杆来进行控制的, 但这显然不利于飞机最大限度地发挥出其机动能力。为此, 引进了最优控制的思想。

求解最优控制问题的直接多重打靶算法是 80 年代发展起来的一种很有前途的算法之一<sup>[2~4]</sup>, 不过, 因该方法所面临的非线性规划子问题的维数很高, 因而使问题的求解难度增加。故对该方法的具体应用作了适当的改进, 从而使得该方法在求解具体问题上更加有力。

### 1 方法简介

最优控制问题的形式主要有 Lagrange, Mayer 及 Bolza 3 种, 这 3 种形式在数学上是等价

的。不失一般性, 考虑到本文将要求解的问题, 设最优控制问题的形式如下

$$J = \min_{u(t)} \int_0^T L[t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] dt$$

式中: 状态变量及控制变量满足常微分方程

$$dx/dt = f(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t))$$

控制满足上下限约束:  $l_1 \leq u(t) \leq g_1$

状态满足上下限约束:  $l_2 \leq x(t) \leq g_2$

状态满足边界约束:  $x(0) = x^0, x(T) = x^T$

用直接多重打靶法求解最优控制问题通常的做法是把时间历程分为  $m$  段, 通过假设出节点处的状态变量和控制变量及时间, 把微分约束化为  $m$  个初值问题, 然后求解使节点处的匹配条件得到满足的控制规律  $u(t)$ , 使所取泛函指标最小。

由于采用把节点处的状态变量、控制变量及时间都同时假设出来的做法, 使得所转化而成的非线性规划问题变量个数会很多而导致求解比较困难。如设所要求解的最优控制问题的阶数为 4 阶, 控制变量为 1 个, 时间历程被 10 等分, 则对应的非线性规划问题的变量将多达 50 余个, 这无疑

会使问题变得非常复杂。为此,经过分析认为,仅假设出节点处的控制变量值即可,具体如下:

(1) 将原问题化为终时给定的 Mayer 问题

① 引进新的时间变量  $\tau \in [0, 1]$ , 设终端时间  $T$  为可变参数, 定义  $t = T\tau$

② 引进增广状态变量及状态方程如下

$$x_{n+1} = TL(x, u, t), \quad x_{n+1}(0) = 0$$

则目标泛函化为

$$J = J(x(1)), \quad x(1) = [x_1(1), \dots, x_{n+1}(1)]^T$$

将  $t = T\tau$  代入状态方程及约束式中, 问题中的自变量  $t$  换为  $\tau$ , 积分区间变为  $[0, 1]$ , 则上述终时不确定的最优控制问题就化为了终时给定的标准的 Mayer 问题。

(2) 将问题化为有限维非线性规划问题 考虑到飞机具有较大的转动惯量, 状态变化不可能过于激烈, 故可把上述最优控制问题转化为有限维非线性规划问题。

① 将时间区间  $\tau \in [0, 1]$   $m$  等分, 得到  $m+1$  个节点; ② 引入一组向量  $u_i$  作为节点  $\tau, i = 0, 1, \dots, m-1$  处控制变量的估计值。节点之间控制变量值由相邻两点线性插值得。

设若当节点处控制变量  $u_i (i = 0, 1, \dots, m-1)$  已知时, 则在已知状态变量初值(通常的最优控制问题都能满足这一点)的情况下, 各节点处的状态变量可顺次积分求得, 因而可求得  $x(1)$ , 并进而求得泛函指标值。因此, 可以认为, 微分方程的解及泛函指标都仅是各节点控制变量的函数。

由以上分析可得与该最优控制问题对应的非线性规划问题:

目标函数  $J = J(x(1)) = J(u_0, u_1, \dots, u_{m-1})$

约束条件  $\begin{cases} x(1)(u_0, u_1, \dots, u_{m-1}) = x^r \\ l_1 u_i \leq g_1, i = 0, 1, \dots, m-1 \end{cases}$

在具体求解上述问题时, 若式中涉及到等式约束, 均根据一定的误差要求, 把等式约束化为不等式约束。显然, 对于同样的节点数 10, 在同样只有一个控制变量的情况下, 以上非线性规划问题的变量个数仅为 10, 因而求解难度大大降低。关于非线性规划问题的求解方法已经很多, 本文主要采用了序列二次规划算法。

为了验证改进算法, 对某低速运动的气垫船的导引律优化设计。气垫船的质心运动方程是

$$dx/dt = V_x$$

$$dy/dt = V_y$$

$$dV_x/dt = (A/m)\cos\alpha$$

$$dV_y/dt = (A/m)\sin\alpha$$

式中: 推力与质量之比  $A/m = 3$ 。试求出控制规律  $\alpha(t)$ , 将气垫船从初始状态

$$(x_0, y_0, V_0, V_0)^T = (0, 0, 5, 0)^T$$

导引到终端状态

$$(x_t, y_t, V_t, V_t)^T = (5, 5, 0, 5)^T$$

导引时间  $T$  最短。控制变量  $\alpha$  满足上、下界约束

$$-\pi \leq \alpha \leq \pi$$

状态变量满足边界约束

$$(0, 0, 0, -10)^T \leq (x, y, V_x, V_y)^T$$

$$\leq (30, 30, 20, 10)^T$$

参数  $T$  满足上下界约束:  $0 < T < 15$ 。

对这个问题, 目标函数取为  $J = T$ , 节点数为 10, 控制变量初值  $\alpha = 2^\circ; i = 0, 1, \dots, 9$ , 导引时间初值  $T = 2$ 。经过 40 次迭代计算后得到最短时间  $T_{\min} = 2.492$  (文献[3]为 2.495), 对应的控制规律如图 1 (图中曲线为据节点处的值拟配而得) 所示, 图 2 为气垫船的质心运动轨迹。

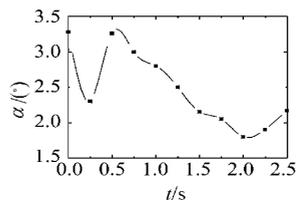


图 1 气垫船最优导引律  
Fig. 1  $\alpha$  vs time

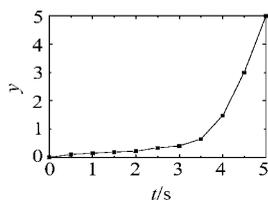


图 2 气垫船质心轨迹  
Fig. 2  $x$  vs  $y$

## 2 问题求解及结果分析

(1) 问题描述 这里主要涉及转弯过程中敏捷性管理系统的迎角变化规律, 飞机本体数学模型采用在航迹坐标系中描述的质点动力学方程<sup>[5]</sup>。为简化计算, 突出矛盾, 认为在转弯过程中, 可通过副翼方向舵协调操纵使侧滑角  $\beta = 0$ , 发动机推力  $P$  近似等于飞机配平推力。由于当飞机的滚转角  $\phi \neq 90^\circ$  时, 显然飞机能赢得最大的转弯率, 考虑到通常飞机滚转并截获  $90^\circ$  滚转角所需时间大约是 1s, 故认为首先飞机在 1s 内, 其滚转角线性增大至  $90^\circ$ ; 以后就基本保持在  $90^\circ$  附近。

针对所求解的最优控制问题, 状态变量取为速度  $V$ 、转弯角  $\Psi$  及航迹倾角  $\theta$ , 控制变量为迎角  $\alpha$ , 要求确定合适的控制规律  $\alpha(t)$ , 使得飞机从  $(H, Ma) = (5000\text{m}, 0.75)$  的配平状态开始, 转过  $180^\circ$  转弯角, 在满足各种限制条件的情况下, 转弯时间最短。

目标函数取为:  $J = T_{180}$ ; 控制变量满足约束:

$$0 < \alpha < 30^\circ; \text{终端约束: } 178^\circ \leq \Psi_r < 182^\circ$$

速度消散率的最大值取为  $20.5\text{m/s}$ , 考虑到

飞机的速度变化不可能过于激烈,故认为只要节点处的速度消散率满足要求,则认为速度消散率满足要求,即有

$$(dV/dt)_i > -20.5 \text{ m/s}^2, i = 0, 1, \dots, m$$

对过载的要求也一样,即有

$$(-n_z)_i (= (V/g) \cos \phi d\Psi/dt) > -n_{z\max} (= 8)$$

(2) 结果分析 当利用改进直接多重打靶算法求解该问题时,节点数取为10,控制变量及时间初值取为不考虑对飞机进行最优控制时计算所得的值。结果见图3~图6。为了比较,还给出了不进行优化的结果(图3中的优化控制律曲线为据节点处的值拟配而得)。

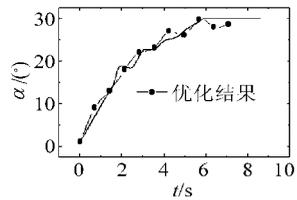


图3 迎角的变化规律

Fig. 3  $\alpha$  vs time

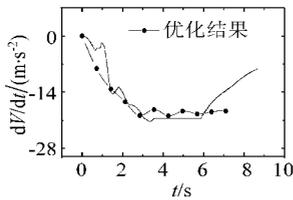


图4 消散率的变化规律

Fig. 4  $dV/dt$  vs time

由图3及图4可知,通过简单地操纵迎角,的确可使速度消散率控制在允许的范围内,但同时又要做到使飞机尽快转过规定的角度则不容易,因此,这就需要借助于最优控制理论。

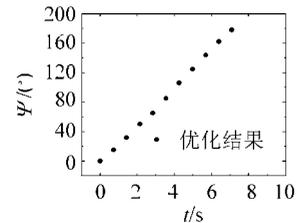


图5 偏航角的变化规律

Fig. 5  $\Psi$  vs time

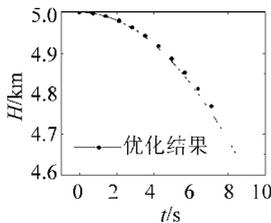


图6 高度的变化规律

Fig. 6  $H$  vs time

由图3~图5可知,当进行最优控制后,在确保飞机的速度消散率满足要求的条件下,飞机转过180角所用的时间比不进行最优控制时缩短了约1.6s。由于通常现代战斗机导弹从准备到发射的时间仅为3~5s,故即使转弯时间仅缩短了1.6s,也具有较大的实际意义。同时,由图6可知,由于转弯时间缩短,飞机的高度下降也减少很多,这对空战自然也非常有利。

### 3 结束语

敏捷性管理系统的提出主要是考虑到飞机在做大迎角机动时,过高的速度消散率会使飞机速度很快损失,导致机动能力迅速下降,因而提出了

对飞机最大速度消散率的限制,但这个限制仅能保证飞机始终保持可控状态,却不能有效地达到使飞机迅速转弯的目的,为此,引进了最优控制的理论。对求解最优控制的直接多重打靶法进行适当的改进后,利用改进算法成功地实现了对气垫船导引律及飞机敏捷性管理系统的优化设计。结果表明,改进算法在求解某些受约束最优控制问题上更加便捷有效;通过最优设计,的确可使飞机转弯更快,敏捷性管理系统的作用发挥得更充分。

### 参考文献

- [1] 胡朝江. 战斗机敏捷性管理系统[J]. 飞行力学, 1999, 17(2): 7-12.  
(Hu C.J. Combat agility management system of fighter[J]. Flight Dynamics, 1999, 17(2): 7-12.)
- [2] Bock H G, Pliff K J. A multiple shooting algorithm for direction solution of optimal control problem[A]. IFAC 9th Triennial World Congress[C], 1984.
- [3] 侯明. 求解一类最佳轨迹问题的直接多重打靶算法[D]. 西安: 西北工业大学, 1987.  
(Hou M. A multiple shooting algorithm for direction solution of optimal trajectory[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 1987.)
- [4] 屈香菊. 直接多重打靶法在轨迹优化方面的应用[J]. 飞行力学, 1992, 10(1): 13-21.  
(Qu X.J. The application of the multiple shooting algorithm to trajectory optimization[J]. Flight Dynamics, 1992, 10(1): 13-21.)
- [5] 金长江. 飞行力学-飞机性能计算[M]. 北京: 国防工业出版社, 1990.  
(Jin C.J. Flight Dynamics-aircraft flight performance methods[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1990.)

作者简介:



胡朝江(1968-) 贵州省开阳县人,空军工程大学讲师,博士。分别于1990年7月和1993年2月毕业于空军工程学院航空机械工程系本科和飞行力学硕士,于2000年12月取得西北工业大学飞行器设计专业博士学位,现为空军第一研究所博士后。主要从事飞行动力学及控制方面的研究。



陈士橦(1920-) 浙江东阳人,俄罗斯宇航科学院外籍院士,中国工程院院士,西北工业大学教授,博士生导师。1945年本科毕业于清华大学航空工程系,1958年获得莫斯科航空学院副博士学位,主要从事飞行动力学及控制方面的研究。

(责任编辑:吴小勇)