

文章编号: 1000-6893(2001)S0-0S88-05

# 雷达天线罩廓形误差评定研究

王 伟, 吕善伟

(北京航空航天大学 电子工程系, 北京 100083)

## ON PROFILE ERROR EVALUATION FOR RADOME

WANG Wei, LU Shan-Wei

(Dept. of Electronic Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**摘 要:** 就弹载或飞行器上雷达天线罩的廓形测量及测量精度提高, 探讨了应用鞍点规划的方法对天线罩廓形误差进行评定, 给出了评定的线性鞍点规划模型, 评定的最小条件, 以及具体的操作处理方法, 并介绍了评估例子, 表明应用本文的评定方法获得了良好的结果。

**关键词:** 廓形误差评定; 雷达天线罩; 鞍点规划

**中图分类号:** TG801; V243.2 **文献标识码:** A

**Abstract:** The evaluation method of the profile error for a radome on vehicles or missiles is studied by use of the saddle-point programming (SPP). A linear saddle-point programming (LSPP) model applicable to evaluation of radome profile error and minimum condition of evaluation are given. At last, the actual processing method and evaluation examples are presented. It is shown that good results are obtained by using the method in this paper.

**Key words:** profile error evaluation; radome; saddle-point programming

飞行器头部雷达天线前部是天线罩, 天线罩用来保护雷达天线, 实现使飞行器气动结构完整, 实现对雷达无线电波的辐射、接收透明。雷达天线罩的形状、材料和安装误差对飞行器的气动特性和雷达电性能均有影响, 在进行加工制造、性能分析和设备安装时, 掌握并限定天线罩的行位误差是必要的。

在形位误差评定中, 零件的原始误差信息由测量所得。在测量中, 由测量仪器产生零件的理想要素, 称其为零件初始理想要素, 传感器获得的误差信息就是零件实际要素相对于零件初始理想要素的法向变动量。显然这样的误差值不仅与零件的实际误差有关还与零件在仪器上的安装位置有关。因此, 实际测量所得的原始误差值带有综合的特征, 必需对其进行加工处理, 以便抽取有效成分, 确保评定的正确性。

在天线罩形位误差评定中, 需要进行天线罩的轮廓度误差评定。本文探讨了应用鞍点规划的方法对天线罩廓形误差进行评定, 该方法在实际应用中已取得了很好的效果。

## 1 天线罩廓形误差评定的线性规划模型

目前对于形位误差评定, 通常有 2 种方法: 最小二乘评定法及包容评定法。为了提高评定运算效率, 保证较高的评定精度, 在进行天线罩廓形误差评定时将以上 2 种方法结合起来, 先进行最小二乘评定, 在此基础上进行最小区域评定(双包容评定)。

文献[1]中给出了曲面形状误差评定的线性几何模型, 也就是曲面变换后可求得法向误差  $S = D - A(YN_z - ZN_y) - B(ZN_x - XN_z) - C(XN_y - YN_x) - (xN_x + yN_y + zN_z)$  (1) 其中:  $A, B, C$  分别表示理想要素绕  $X, Y, Z$  轴作旋转变换的转角;  $x, y, z$  分别表示理想要素在  $X, Y, Z$  轴作平移变换的变换量;  $X, Y, Z$  为理想要素坐标;  $N_x, N_y, N_z$  为理想要素单位法矢在  $X, Y, Z$  轴上的分量;  $D$  为原始法向误差。

但由于天线罩是回转体, 没有绕  $Z$  轴的旋转参量  $C$ , 因而有

$$S = D - A(YN_z - ZN_y) - B(ZN_x - XN_z) - (xN_x + yN_y + zN_z) \quad (2)$$

以下从该线性几何模型出发, 给出天线罩廓形误差评定的最小二乘、最小区域线性规划模型, 评定坐标系如图 1 所示。

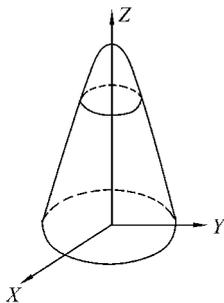


图1 评定坐标系

Fig. 1 Axis of evaluation

### 1.1 最小二乘评定

形位误差的最小二乘评定, 是用理想要素的等距图形去逼近实际要素, 并使残差最小, 这时的残差是指等距图形与实际要素的法向距离。若理想要素与其等距图形的距离为  $D$ , 则残差可表示为

$$e_i = S_i - D \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

式中:  $e_i$  为残差;  $S_i$  为变换后的法向误差。

将式(2)代入式(3), 得到天线罩曲面的残差表达式

$$e_i = D - D - A(Y_i N_{Z_i} - Z_i N_{Y_i}) - B(Z_i N_{X_i} - X_i N_{Z_i}) - (x N_{X_i} + y N_{Y_i} + z N_{Z_i}) \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

于是得到天线罩廓形误差最小二乘评定模型为

$$\min \sum_{i=1}^m e_i^2 \quad (5)$$

其中:  $e_i = D - D - A(Y_i N_{Z_i} - Z_i N_{Y_i}) - B(Z_i N_{X_i} - X_i N_{Z_i}) - (x N_{X_i} + y N_{Y_i} + z N_{Z_i})$  ( $i = 1, 2, \dots, m$  为测量点数)

建立最小二乘正规方程, 求解出  $D, A, B, x, y, z$  后代入式(3), 求出各点的残差  $e_i$ , 则天线罩廓形误差为:  $f = \max e_i - \min e_i$ 。

### 1.2 最小区域评定

曲面轮廓度误差的最小包容区域法简称最小区域法, 它是指用理想轮廓面的 2 个等距曲面去包容实际被测轮廓面, 并使两等距曲面的距离为最小, 即满足最小条件。

最小区域法评定中存在 2 个理想包容要素, 是用它们形成的带状区域去包容实际被测要素的, 故也称为双包容评定。为实现最小条件, 变换后的理想要素就应处在这样一个位置上, 使实际要素与理想要素的法向距离的  $S_{\max}$  与  $S_{\min}$  的差值为最小, 即  $S_{\max} - S_{\min}$  达到极小值。

由式(2)将天线罩廓形误差评定的线性几何模型离散化为

$$S_i = D - A(Y_i N_{Z_i} - Z_i N_{Y_i}) - B(Z_i N_{X_i} - X_i N_{Z_i}) - (x N_{X_i} + y N_{Y_i} + z N_{Z_i}) \quad (i = 1, 2, \dots, m \text{ 为测量点数}) \quad (6)$$

引入特征参量  $u, v, w$

$$u = \max_i(S_i), v = \min_i(S_i), w = \min(u - v) \quad (7)$$

于是得到天线罩廓形误差最小区域评定模型为

$$\min w = u - v \quad (8)$$

其中:  $u \geq D - A(Y_i N_{Z_i} - Z_i N_{Y_i}) - B(Z_i N_{X_i} - X_i N_{Z_i}) - (x N_{X_i} + y N_{Y_i} + z N_{Z_i})$

$v \leq D - A(Y_i N_{Z_i} - Z_i N_{Y_i}) - B(Z_i N_{X_i} - X_i N_{Z_i}) - (x N_{X_i} + y N_{Y_i} + z N_{Z_i})$

通过对式(8)的求解, 就能得到满足最小条件的理想要素参数  $A, B, x, y, z$ , 从而得到天线罩最小区域法评定廓形误差值  $w = u - v$ 。

## 2 天线罩廓形误差最小区域评定的最小条件<sup>[2, 3]</sup>

文献[2]中给出了曲面形位误差评定的统一最小条件式, 对于天线罩廓形误差评定, 有模型维数  $h = 7$ , 映射空间维数  $n = 5$ , 由式(8)得特征向量

$$a_i = [Y_i N_{Z_i} - Z_i N_{Y_i} \quad Z_i N_{X_i} - X_i N_{Z_i} \quad e_{3i}]^T \quad (i = 1, 2, \dots, 7) \quad (9)$$

其中:  $e_{3i}$  为理想要素的单位法向量。于是得到天线罩廓形误差最小区域评定的最小条件式为(非退化情形)

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^g K e_{3i} &= \sum_{i=g+1}^7 K e_{3i} \\ \sum_{i=1}^g K(Y_i N_{Z_i} - Z_i N_{Y_i}) &= \sum_{i=g+1}^7 K(Y_i N_{Z_i} - Z_i N_{Y_i}) \\ \sum_{i=1}^g K(Z_i N_{X_i} - X_i N_{Z_i}) &= \sum_{i=g+1}^7 K(Z_i N_{X_i} - X_i N_{Z_i}) \\ \sum_{i=1}^g K &= \sum_{i=g+1}^7 K = 1 \quad K > 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中:  $g$  表示特征高点数;  $K$  为检验数。

对于天线罩廓形误差最小区域评定, 特征点处的单位法向量不可能相等, 由文献[1]中引理 8.2.2 可知, 特征高(低)点数不小于 2。由此可推知, 特征点总数不少于 4, 于是得到天线罩廓形误差最小区域评定的最小条件为: 特征点总数为

4~7;° 特征点的分配为: 2:2, 2:3(3:2), 3:3, 2:4(4:2), 2:5(5:2), 3:4(4:3); » 特征点的分布满足“交点准则”, 即映射空间中的特征高点凸体与特征低点凸体有且仅有一个交点。

### 3 天线罩廓形误差评定的操作处理方法

由天线罩母线方程(坐标系如图 2 所示), 按照前面建立的最小二乘评定模型和最小区域评定模型, 可以很容易地进行误差评定计算。但由于天线罩几何参数测量系统需要对各种型号的天线罩进行测量处理, 也就是要求系统有很大的柔性。为此需要寻找一种避开母线方程的评定处理方法。分析式(5)和式(8), 可知公式中除了评定参量外, 只含理想要素上各点的坐标值(X, Y, Z)和该点的单位法矢(N<sub>x</sub>, N<sub>y</sub>, N<sub>z</sub>)。天线罩是一个回转体, 显然只要给出其母线上一系列点的坐标和单位法矢, 就能按照式(5)和式(8)进行廓形误差评定。这样对于每一型号的天线罩, 只要将记录有母线上由控制弦高差决定的系列点的参数(即坐标和单位法矢)的数据文件输入系统, 系统就能按照该型号的天线罩进行相应的数据处理工作。

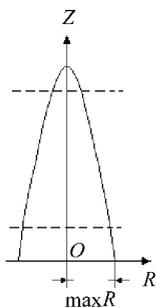


图 2 天线罩母线方程坐标系

Fig. 2 Axis of the generating line equation of radome

对天线罩进行廓形误差评定, 就是要由前面给出的规划模型求解出最佳理想要素位置参数, 即初始理想要素变换到最佳理想要素位置时所进行的旋转变换参量 A B 以及平移变换参量 x, y, z, 进而得到天线罩的廓形误差值。

#### 3.1 原始法向误差求解

如图 3 所示, ROZ 直角坐标为在数据测量过程中建立的测量坐标系, 点 A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, ..., A<sub>n</sub> 是在测量坐标系下天线罩理论轮廓轴截面上的点, 已知这些点的坐标(R, Z)和单位法矢(N<sub>R</sub>, N<sub>Z</sub>)(因天线罩是回转体, 求原始误差时可按二维问题来处理)。点 P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, ..., P<sub>m</sub> 为实测轮廓点, 测出坐标

(R, Z, H, H为绕 Z 轴的转角参数。要求出原始法向误差 D, 必须先求点 P<sub>k</sub>(k= 1, 2, ..., m)在理论轮廓上的法向映射点 A<sub>k</sub>。由于理论轮廓曲线是由控制弦高差生成的系列点列(给出坐标及单位法矢)表示的, 在软件设计时采用了搜索法进行近似求解。以各测点的 Z<sub>k</sub> 坐标为搜索因子, 在 A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, ..., A<sub>n</sub> 中搜索到和其 Z<sub>k</sub> 坐标最接近的点 A<sub>i</sub>(i= 1, 2, ..., n), 求点 P<sub>k</sub> 到线段 A<sub>i</sub>A<sub>i+1</sub> 的垂直相交点 P<sub>k</sub><sup>\*</sup>, 如 P<sub>k</sub><sup>\*</sup> 在 A<sub>i</sub>A<sub>i+1</sub> 区间内, 则将 P<sub>k</sub><sup>\*</sup> 点近似为实际轮廓点 P<sub>k</sub> 在理论轮廓上的法向映射点(精度由控制弦高差保证); 如果点 P<sub>k</sub><sup>\*</sup> 不在 A<sub>i</sub>A<sub>i+1</sub> 区间内而落在 A<sub>i</sub> 点之外, 则重新在 A<sub>i-1</sub>A<sub>i</sub> 区间以同样的方法求垂直相交点; 如果点 P<sub>k</sub><sup>\*</sup> 落在 A<sub>i+1</sub> 点之外, 则重新在 A<sub>i+1</sub>A<sub>i+2</sub> 区间以同样的方法求垂直相交点。求得法向映射点 P<sub>k</sub><sup>\*</sup>(R<sub>k</sub><sup>\*</sup>, Z<sub>k</sub><sup>\*</sup>)后, 则原始法向误差

$$D = \hat{u} P_k P_k^* \hat{u} = \sqrt{(R_k - R_k^*)^2 + (Z_k - Z_k^*)^2}$$

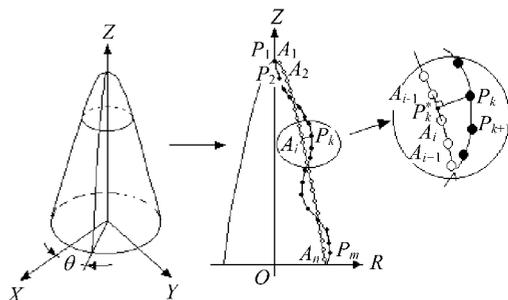


图 3 法向映射点求解示意图

Fig. 3 Diagram of normal mapping point

对于 P<sub>k</sub><sup>\*</sup> 点单位法矢(N<sub>R<sub>k</sub><sup>\*</sup></sub>, N<sub>Z<sub>k</sub><sup>\*</sup></sub>), 可由 A<sub>i-1</sub> 和 A<sub>i</sub> 两点(假定垂直相交落在 A<sub>i-1</sub>A<sub>i</sub> 区间)的法矢进行插值求得。再考虑点 P<sub>k</sub> 的转角参数 H, 可进一步得到 P<sub>k</sub> 在 X, Y 轴上的坐标分量: X<sub>k</sub><sup>\*</sup> = R<sub>k</sub><sup>\*</sup> cosH, Y<sub>k</sub><sup>\*</sup> = R<sub>k</sub><sup>\*</sup> sinH; 以及法矢分量 N<sub>X<sub>k</sub><sup>\*</sup></sub> = N<sub>R<sub>k</sub><sup>\*</sup></sub> cosH, N<sub>Y<sub>k</sub><sup>\*</sup></sub> = N<sub>R<sub>k</sub><sup>\*</sup></sub> sinH。

#### 3.2 天线罩廓形误差评定

由上述求出的理论轮廓上的法向映射点 P<sub>k</sub><sup>\*</sup> 的参数(X<sub>k</sub><sup>\*</sup>, Y<sub>k</sub><sup>\*</sup>, Z<sub>k</sub><sup>\*</sup>, N<sub>X<sub>k</sub><sup>\*</sup></sub>, N<sub>Y<sub>k</sub><sup>\*</sup></sub>, N<sub>Z<sub>k</sub><sup>\*</sup></sub>), 代入式(2)中就能得到变换后的各点法向误差

$$S_k = D - A(Y_k^* N_{Z_k^*} - Z_k^* N_{Y_k^*}) - B(Z_k^* N_{X_k^*} - X_k^* N_{Z_k^*}) - (x N_{X_k^*} + y N_{Y_k^*} + z N_{Z_k^*})$$

(k = 1, 2, ..., m 为测量点数) (11)

式中: A B x, y, z(无 C 参量)为符合评定条件(最小二乘、最小区域等)的最佳理想要素位置参数。

(1) 最小二乘法评定 由式(5)、式(11)可得到实际最小二乘评定模型为

$$\min \sum_{k=1}^m e_k^2 \quad (12)$$

其中:  $e_k = \mathbf{D} - \mathbf{A}(\mathbf{Y}_k^* \mathbf{N}_{z_k}^* - \mathbf{Z}_k^* \mathbf{N}_{y_k}^*) - \mathbf{B}(\mathbf{Z}_k^* \mathbf{N}_{x_k}^* - \mathbf{X}_k^* \mathbf{N}_{z_k}^*) - (x \mathbf{N}_{x_k}^* + y \mathbf{N}_{y_k}^* + z \mathbf{N}_{z_k}^*)$

( $k = 1, 2, \dots, m$  为测量点数)

式中:  $\mathbf{D}$  为零件的尺寸误差。

进一步建立最小二乘正规方程, 解该方程就能得到理想要素位置参数 ( $\mathbf{A}, \mathbf{B}, x, y, z, \mathbf{D}$ ), 最后由  $f = \max e_k - \min e_k$  得到廓形误差值。

(2) 最小区域法评定 同样, 由式(8)、式(11)也可得到实际最小区域评定模型为

$$\min w = u - v \quad (13)$$

其中:  $u \geq \mathbf{D} - \mathbf{A}(\mathbf{Y}_k^* \mathbf{N}_{z_k}^* - \mathbf{Z}_k^* \mathbf{N}_{y_k}^*) - \mathbf{B}(\mathbf{Z}_k^* \mathbf{N}_{x_k}^* - \mathbf{X}_k^* \mathbf{N}_{z_k}^*) - (x \mathbf{N}_{x_k}^* + y \mathbf{N}_{y_k}^* + z \mathbf{N}_{z_k}^*)$

$v \leq \mathbf{D} - \mathbf{A}(\mathbf{Y}_k^* \mathbf{N}_{z_k}^* - \mathbf{Z}_k^* \mathbf{N}_{y_k}^*) - \mathbf{B}(\mathbf{Z}_k^* \mathbf{N}_{x_k}^* - \mathbf{X}_k^* \mathbf{N}_{z_k}^*) - (x \mathbf{N}_{x_k}^* + y \mathbf{N}_{y_k}^* + z \mathbf{N}_{z_k}^*)$

( $k = 1, 2, \dots, m$ )

将此线性规划问题化为标准形后, 用单纯形法可解出满足最小条件的理想要素参数  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, x, y, z$ , 进而得到最小区域法廓形误差值  $w = u - v$ 。

在应用单纯形法规划求解过程中, 将最小区域评定公式化为标准形式的矩阵表示时, 系数矩阵随测量点数  $m$  的增加将是一个巨型矩阵, 例如实际测量了 10 800 个点, 则系数矩阵有  $(14 + 2 \times 10\ 800) \times (2 \times 10\ 800) = 3\ 732\ 480\ 000$  个元素(因式(11)中不含绕  $Z$  轴的转角参数  $C$ , 所以系数矩阵是  $(14 + 2m)$  行), 如果用双精度变量将系数矩阵的元素全部存储, 则需要 28 476. 56Mbit 的内存空间, 显然计算机的内存是不能满足这要求。因此必须对系数矩阵进行压缩存储, 只存储其非零元素(系数矩阵的大部分元素为 0)。规划求解时, 采用如图 4 的链表结构进行系数矩阵压缩存储。

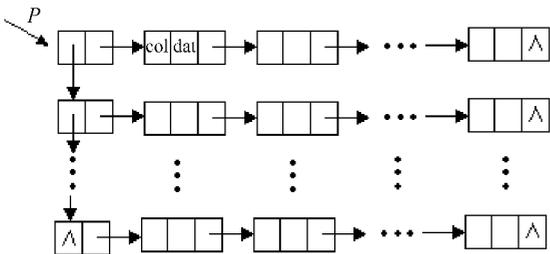


图 4 链表

Fig. 4 Link tables

使用压缩存储技术也较大地缩短了单纯形法

规划求解时间, 但即使这样在采样 10 800 个点时规划求解仍需要 1 个多小时, 不能满足实际测量需要。最小二乘法解算迅速而且精度较高, 其求解结果已很接近最佳理想要素位置, 如在最小二乘评定基础上再进行最小区域评定, 就可以大大缩短规划求解时间, 同时也能提高评定精度。具体做法是: 在最小二乘评定之后, 将实际轮廓面均匀地划分为  $n$  个小区间, 按最小二乘求出的理想要素参数确定出每一区间上的误差极大和极小点, 将这  $2n$  个点再使用最小区域法进行评定, 这样 30s 内就能得出结果。

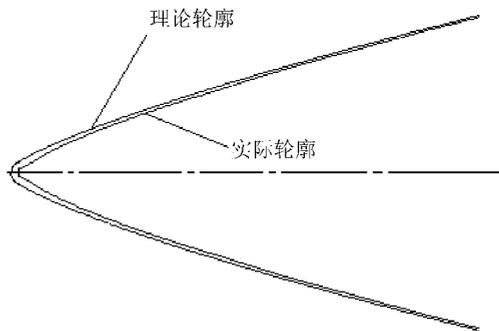


图 5 某天线罩 0°轴截面误差评定前的实际外轮廓和理想外轮廓对比图

Fig. 5 Comparison between the actual and ideal profiles before error evaluation of the 0° axial section for a certain radome

注: 图中以理想外廓型为基准, 将实际外轮廓与理想外轮廓在径向的误差放大了 3 倍显示。

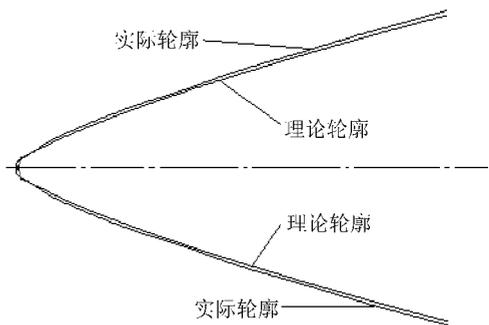


图 6 某天线罩 0°轴截面误差评定后的实际外轮廓和理想外轮廓对比图

Fig. 6 Comparison between the actual and ideal profiles after error evaluation of the 0° axial section for a certain radome

注: 图中以理想外廓型为基准, 将实际外轮廓与理想外轮廓在径向的误差放大了 9 倍显示。

#### 4 结束语

对某型号天线罩进行测量, 得到了 0°, 90°, 180°和 270°截面 4 条母线数据, 共 1200 个测量点。应用鞍点规划的方法进行评定后, 取得了很好的效

果。图 5 和图 6 分别显示了天线罩  $0^\circ$  轴截面在误差评定前后的实际外轮廓和理想外轮廓对比图。可以看出,理想要素按评定出的位置参数经平移、旋转变换后,以最佳位置逼近了实际外轮廓。

### 参 考 文 献

- [1] 刘健,王晓明. 鞍点规划与形位误差评定[M]. 大连:大连理工大学出版社,1996. 85.
- [2] 安立邦,钱海明,吴宏基,等. 球度误差的包容评定及其最小条件[J]. 计量技术,1992(3):1-4.
- [3] 武晋燮. 几何量精密测量技术[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1989. 41-55.

### 作者简介:



王 伟(1961- ) 男,四川成都人,北京航空航天大学博士生,研究员(航天机电集团二院),1986年航天部二院 25 所硕士研究生毕业,主要从事飞行器天线、天线罩和系统方面的研究及科研管理。



吕善伟(1937- ) 男,辽宁省大连人,教授,博士生导师(北京航空航天大学),1960年毕业于北京航空学院,兼任天线学会委员、北京航空航天大学学会电子专业副主任等,长期从事射频、微波工程与天线的教学与科研工作。