文章编号: 1000-6893(2001) 05-0474-04

自由漂浮的空间机器人系统的动力学奇异特性分析及其运动规划

丁希仑,战 强,解玉文

(北京航空航天大学机器人研究所,北京 100083)

DYNAMIC SINGULARITY ANALYSIS AND MOTION PLANNING OF FREE-FLOATING SPACE ROBOT SYSTEMS

DING Xi-lun, ZHAN Qiang, XIE Yu-wen

(Robotics Research Institute, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China) 摘 要: 首先建立了受非完整约束的自由漂浮空间机器人系统的运动学模型,继而深入分析了系统的动力学 奇异性,然后,重点探讨了基于 Lyapunov函数的空间机器人避奇异运动规划方法,最后给出了方法的实例仿 真并分析了仿真结果。

关键词: 空间机器人; 非完整约束; 动力学奇异性; 运动规划; Lyapunov 函数

中图分类号: T P241 文献标识码: A

Abstract: Kinematic model of a kind of space robot system with nonholonomic constraints was built at first, dynamic singularity of the space robot system was further analyzed, and then, the motion planning method avoiding dynamic singularity based on Lyapunov function was discussed emphatically; valuable results were obtained by a comparative simulation study.

Key words: space robot; nonholonomic constraints; dynamic singularity; motion planning; Lyapunov function

在空间机器人系统的建模方法中, 虚拟操作 臂^[1](简称 VM 法) 是一种比较有影响的方法。其 利用系统在空间自由漂浮状态下受动量守恒约束 而质心不变的特性, 将漂浮的空间机器人操作臂 系统等效为固定基座的机器人, 简化了系统模型。 但 VM 法需要对系统进行大量的前期处理, 并且 系统模型不直观。此外, Yoshihiko Nakamura 和 Ranjan Mukherjee 等人^[2]用矢量法建立了递推的 空间机器人模型。

在自由漂浮的情况下,载体的位姿会随着操 作臂的运动而运动,从而使得空间机器人的运动 规划变得非常复杂,但可以利用角动量守恒的非 完整约束特性,仅通过操纵操作臂的关节运动来 调整载体的位置和姿态或使它们同时到达理想的 位置和姿态。

1 空间机器人的运动学模型

考虑图 1 所示的具有旋转关节的单臂空间机器人系统。操作臂的连杆坐标系按照 Denavit-Hartenberg 惯例建立,载体坐标系假设是固定在载体的质心。载体相对于惯性坐标系的位置和姿态分别以位置矢量 r_0 和 Z-Y-X 欧拉角 α β , Y 表

收稿日期: 2000-08-29; 修订日期: 2000-11-16

基金项目: 航天 863 资助项目(863-2.98.3)

文章网地的Hp201WorkTakstorActactic takstor/1200th09/1242tronic Pul式中的数件Operation。分别的发展或特器质心的ki.



图 1 空间机器人操作臂系统的一般描述

Fig. 1 General description of coordinate frames of a space mainpulator

示。载体的运动可以描述为

$$\dot{\boldsymbol{\zeta}} = \begin{pmatrix} \mathbf{i} \dot{\boldsymbol{r}}_{0} \\ \mathbf{I}_{00} \end{pmatrix} \qquad (1)$$

式中:

$$\boldsymbol{D} = \begin{pmatrix} 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha\cos\beta \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha\cos\beta \\ 1 & 0 & -\sin\beta \end{pmatrix}$$
(2)

将末端夹持器运动和载体运动、操作臂关节运动 之间的纯几何关系作如下描述

$$\overset{\mathbf{E}}{\mathbf{x}} \overset{\circ}{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \mathbf{i} \overset{\mathbf{r}}{\mathbf{r}}_{n} \\ \mathbf{i} \omega_{n} \end{pmatrix} = \mathbf{J} \mathbf{i} \overset{\mathbf{r}}{\boldsymbol{\zeta}} + \mathbf{J} \mathbf{i} \overset{\mathbf{r}}{\boldsymbol{\theta}}$$
(3)

角速度和速度; **J**¹, J² 为与载体运动、操作臂运动 相关的雅可比矩阵。

2 角动量守恒的非完整约束

假设自由漂浮的空间机器人系统没有外力作 用,只通过产生内力的操作臂关节来控制系统。如 果在初始时间系统总的动量和动量矩为零,则由 动量守恒可以得到运动过程中系统质心位置不 变。而系统的角动量守恒可以表示成为如下形式

$$H_1\zeta + H_2\theta = 0 \tag{4}$$

此处: *H*¹ *R*^{6×6}, *H*² *R*^{6×n}为变量时变的系数矩阵, 其详细表达参见文献[4]。而由于式(4)中的角动量守恒方程不能解析可积, 因此它是非完整约束。由式(4), 可得

$$\boldsymbol{\zeta} = \boldsymbol{H} \dot{\boldsymbol{\Theta}} \qquad (5)$$

其中: *H*= - *H*¹*H*₂。由式(5)和式(3)可以得到自 由漂浮的空间机器人的末端夹持器与操作臂关节 之间的运动关系

$${}^{\mathrm{E}}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{J}\boldsymbol{\theta} \tag{6}$$

式中: $J = J_1H + J_2$, U metani 和 Yoshida^[5]称其 为广义雅可比矩阵。

3 动力学奇异特性分析

与固定基座的机器人操作臂不同,自由漂浮 的空间机器人操作臂在工作空间上的奇异性是依 赖于系统的运动路径的,这个路径的依赖性是由 于系统角动量的不可积。此外,由式(6)可以发现,

雅可比矩阵 J 的奇异性运动不仅依赖系统的运动 学参数还依赖于动力学参数,即与系统质量和转 动惯量有关,所以称空间机器人操作臂系统的运 动奇异为动力学奇异^[6]。由载体的速度和空间机 器人关节速度之间的映射关系还可以看到,载体 的质量和惯性与操作臂的质量和惯性比越大,载 体和操作臂之间的运动耦合越弱,系统动力学参 数对空间机器人奇异性的影响也就越小。如果载 体的质量和惯性(与操作臂相比较)变得很大,近 似于固定基座的机器人操作臂,则系统的雅可比 矩阵可以简化为固定基座的机器人操作臂的雅可 比矩阵,相应奇异为普通的运动学奇异。

4 自由漂浮的空间机器人系统运动规划

(1) 非完整约束方程 式(5)中的 $H = R^{6 \times n}$ 阵可以分为当载体平移速度顶有笑的H leck θ wric Pu

和与载体旋转速度有关的
$$H_{\omega} = R^{3 \times n}$$
上下两部分,
即 $H = \begin{pmatrix} H_r \\ H_{\omega} \end{pmatrix}$ 。由此得到

$$\boldsymbol{\omega}_0 = \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{\omega}}\boldsymbol{\boldsymbol{\theta}} \qquad (7)$$

根据式(2)和式(7),可得载体运动的欧拉角速度 与操作臂关节角速度之间的关系

$$\begin{vmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{vmatrix} = \lambda \dot{\theta}, \ \lambda = D^{-1} H \omega R^{3 \times n}$$
(8)

令 $x = [\alpha \beta \gamma \theta^{T}]^{T} R^{n+3}$, $u = \theta R^{n}$, 则自由漂浮 的空间机器人操作臂系统非完整约束的运动方程

可以描述如下:
$$\mathbf{x} = \mathbf{K}\mathbf{u}$$
, 式中, $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \lambda \\ \mathbf{E}_n \end{bmatrix}$
 $R^{(n+3)\times n}, \mathbf{E}_n \quad R^{n\times n} \mathrel{$ 为 $n \times n$ 单位矩阵。

(2) 基于 Lyapunov 函数的路径规划方法 假设 2 个具有相同的机械结构的空间机器人系 统,在t=0时,一个位于初始状态变量,另一个位 于期望的状态变量。用以下的运动方程表达

$$\begin{array}{l} \mathbf{x}_{1} = \mathbf{K}_{1}\mathbf{u}_{1}, \ \mathbf{x}_{1}(0) = \mathbf{x}(0) \\ \mathbf{x}_{2} = \mathbf{K}_{2}\mathbf{u}_{2}, \ \mathbf{x}_{2}(0) = \mathbf{x}_{d} \end{array}$$
 (9)

选择如下的 Lyapunov 函数

$$\boldsymbol{v} = \frac{1}{2} \Delta \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \Lambda \Delta \boldsymbol{x} \tag{10}$$

式中: $\Delta x = x_1 - x_2$; A $R^{(n+3) \times (n+3)}$ 为正定对称的 常阵。 *v* 对时间的导数为

$$\mathbf{v} = \Delta \mathbf{x}^{\mathrm{T}} \Delta \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{1} \\ \mathbf{u}_{2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = (\mathbf{K}_{1} - \mathbf{K}_{2}) \qquad \mathbf{R}^{(n+3) \times 2n}$$
(11)

选择如下的输入

式中: **P**⁺ 为 **P** R^{(n+3)×2n}的伪逆矩阵, **P**= Λ**K**。 可得

$$\dot{\boldsymbol{v}} = -\Delta \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P} \boldsymbol{P}^{*} \Delta \boldsymbol{x} = -\Delta \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{P} \boldsymbol{P}^{*})^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{P} \boldsymbol{P}^{*}) \Delta \boldsymbol{x} \qquad 0$$
(13)

对于式(13), 如果仅当 $\Delta x = 0$ 时成立, 根据 Lyapunov 定理就能保证系统稳定, 也就是两机器 人系统能够在某一点 $x_1 = x_2$ 处相遇。要使 v 负定, 就要求 P^T 没有相互依赖的列向量(因为 P^t 的零 空间等同于 P^T 的零空间)。 P^T 中 Λ 是正定的, 因 此只要求 \widehat{K}^T 没有相互依赖的列向量即可。分析 式(13), 可知: 只要在 $x_1 = x_2$ 时 K_{01} 与 K_{02} 不相同, 就可使 P^{0} 的零空间尔于 3% 这样, 选择式(13) 作^{ki,1} 为输入, P^{T} 驻留零空间的可能性较少, 系统的稳 定性得到提高。如果 Lyapunov 函数式(10) 在 $t = tt(0 \ t \ tt)$ 时, 收敛到零, 即 $x_1(tt) = x_2(tt)$, 可以 将 2 个系统的轨迹捏合在一起, 连接成为一单个 空间机器人操作臂系统从初始状态到目标状态的 轨迹。

(3) 仿真研究 以图 2 所示的平面空间机器 人为研究对象进行仿真。给定系统的初始状态为 x(0) = (10°45°30°^T, 期望的目标状态为 x_d = $(15°30°60°^T。选择常数加权矩阵 <math>\Lambda$ 为 $\Lambda =$ diag(5 1 1)。仿真计算中, 因为伪逆有时会使 产生的操作臂关节运动速度很大, 为了不使驱动 器饱和, 假设给定了操作臂关节运动的阀值| u_i | $\lambda_i(\lambda_i)$ 为给定的一正的常值)。当关节速度超出 这一阀值时,就强迫其大小等于 $u_i = \lambda_{isign}(u_i)$ 。 收敛精度取v < 0.0001,采样周期 t_s ,收敛时间为 t_t 。为了确定选取的采样周期和阀值对系统规划 效果的影响,分别对以下 3 种情况做了具体的仿 真研究,并给出了相应的收敛时间:① $t_s = 0.01s$, λ_i 不加限制,仿真得到的收敛时间 $t_i = 14.95s$,具 体仿真结果见图 2~图 5;② $t_s = 0.01s$, $\lambda = 6$. 0rad/s,仿真得到的收敛时间 $t_i = 34.83s$,具体仿 真结果见图 6~图 9,③ $t_s = 0.1s$, $\lambda = 6.0rad/s$, 仿真得到的收敛时间 $t_i = 22.7s$,仿真结果见图 10 ~图 13。



© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.u





考 文 献 怣

- [1] Vafa Z, Dubowsky S. The kinematics and dynamics of space manipulators: the virtual manipulator approach [J]. The International Journal of Robotics Research, 1990, 9 (4): 3-21.
- [2] Nakamura Y, Mukherjee R. Nonholonomic path planning of space robots via a bidirectional approach [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1991, 7(4): 500- 514.
- [3] Saha S K. A unified approach to space robot kinematics [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12(3): 401-405.
- Nakamura Y, Mukherjee R. Nonholonomic path planning [4] of space robots [A]. Proc of the IEEE International Con-

丁希仑(1967-) 男,博士,副教授。研究方 向:机器人动力学与控制技术。联系电话: 82318005, Email: xlding@public3. bta. net. cn.

向:多移动机器人运动规划,双冗余操作臂

的协调控制。联系电话: 82318005, Email:



(责任编辑:蔡

男,博士,讲师。研究方

斐)





Fig. 4 Trajectory of joint angle θ_1 of the



捏合的关节角 θ_2 的轨迹 图 13



ference on Robotics and Automation [C]. 1989. 1050-1055

- [5] Umetani Y, Yoshida K. Continuous path control of space manipulators mounted on OMV [J]. Acta Astronautica, 1987, 15(12):981-986.
- Papadopoulos E, Dubowsky S. Dynamic singularities in [6] free-floating space manipulators [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1993, 115:44-52.

强(1972-)

zhangqiang01@ 263. net

作者简介:



战



150

100

50 0

-50

-100

-150

-200

-250

图 11

0

10

20

捏合的载体的姿态轨

Fig. 11 Posture trajectory of the

30

tis

40

50