第 22 卷 第 5 期 航 空 学 报 Vol. 22 No. 5
2001 年 9 月 ACTA AERONAUTICA ET ASTRONAUTICA SINICA Sep. 2001

文章编号: 1000-6893(2001) 05-0451-03

基于非概率模型的结构稳健可靠性设计方法

郭书祥[1], 吕震宙[2]
(1. 空军工程大学 工程学院力学教研室, 陕西 西安 710038)
(2. 西北工业大学 502 教研室, 陕西 西安 710072)

PROCEDURE FOR THE ROBUST RELIABILITY DESIGN OF STRUCTURES

GUO Shu-xiang[1], LÜ Zhen-zhou[2]
(1. Faculty of Mechanics, Engineering Institute, Air Force University of Engineering, Xi'an 710038, China)
(2. Department of Aircraft Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

摘 要: 基于非概率可靠性理论, 将稳健设计和稳健可靠性的思想和方法用于结构设计, 提出了结构的稳健可靠性设计方法。把结构设计归结为满足可靠性要求的多目标优化。其中, 以非概率可靠性指标为约束, 以极小化结构重量(或造价)和极大化对不确定因素的稳健性为目标。目的在于使结构在满足可靠性要求的前提下, 其重量(或造价)和对不确定因素的稳健性达到协调最优。在不确定参量的已知数据很少的情况下, 本方法为结构的可靠性设计提供了一种可能的选择。数值算例说明了文中方法的应用。

关键词: 稳健设计; 可靠性设计; 优化设计; 结构可靠性; 稳健可靠性
中图分类号: TB114.3; V214.19 文献标识码: A

Abstract: Structural design is subjected to uncertainties in material and geometrical properties, loads and other variables. Robust design approach and reliability method are the two advanced and efficient methods to handle the uncertainties. In this paper, based on the non-probabilistic reliability theory and robust design approach, a procedure for the robust reliability design of structures is presented. The design of the structure is described as a multi-objective optimization, in which the minimization of the weight or cost of structure and the maximization of the robustness to uncertainties are taken as objectives, and constrained by the reliability requirements. The purpose of it is to get a coordinate optimization between the weight or cost of the structure and the robustness to uncertainties and satisfy the requirements for reliability. When the available data on the uncertainties are lacking or limited, the proposed method can be used to develop a set of satisfying solutions that may get a balance between the weight or cost and the robustness to uncertainties in different degrees. A numerical example illustrates the application of the proposed method.

Key words: robust design; reliability design; optimal design; structural reliability; robust reliability.

稳健设计的思想和方法是由日本著名质量工程学家田口玄一博士于 20 世纪 70 年代首先提出的。80 年代以后, 田口方法在日本和欧美的工业发达国家得到广泛应用, 并产生了巨大的经济效益和社会效益。90 年代后, 稳健设计方法进入机械设计领域[1, 2]。90 年代中期, 以色列学者 Ben-Haim[3, 4] 提出并建立了基于凸集模型的稳健可靠性的概念及理论体系。其基本思想为: 若系统能容许较大的不确定性而不失效, 即系统对不确定性是稳健的, 则系统是可靠的。反之, 若系统对不确定性是脆弱的, 只能容许很小的不确定性, 则系统是不可靠的。所定义的稳健可靠度是由系统能容许的不确定性的最大程度来度量的。笔者[5]所建立的基于区间分析的结构非概率可靠性模型, 可给出在不定参量的变异界限已知时, 结构的非概率可靠性指标。此指标也是对结构功能稳健性的度量。本文在此基础上, 将稳健设计和非概率可靠性的思想和方法用于结构的设计, 提出了结构的稳健可靠性设计方法。把结构设计归结为一多目标优化问题。当结构的不确定参量的密度分布和波动界限不能准确预知时, 用本文方法可进行重量(或造价) 和稳健性的协调优化。

1 非概率可靠性和稳健性度量

取

$$M = g(\boldsymbol{y}) = g(y_1 y_2 \cdots y_n) \tag{1}$$

为由结构的失效准则确定的功能函数, 且为区间变量 $\boldsymbol{y} = \{y_1 y_2 \cdots y_n\}$ 的连续函数。失效面

收稿日期: 2000-07-04; 修订日期: 2001-01-22
基金项目: 国家自然科学基金(59575040, 59775032) 和航空基金(00B53010) 资助项目
文章网址: http://www.hkxb.net.cn/hkxb/2001/05/0451/

$g(\boldsymbol{y})=0$ 将不定参量空间分为失效域$\{\boldsymbol{y}: g(\boldsymbol{y})<0\}$和安全域$\{\boldsymbol{y}: g(\boldsymbol{y})>0\}$两部分。由基于区间分析的结构非概率可靠性理论[5], 对应于式(1)的非概率可靠性指标为

$$\eta=\min(\|\delta\|_\infty) \tag{2}$$

满足条件

$$M=g(y_1 y_2 \cdots y_n)=G(\delta_1 \delta_2 \cdots \delta_n)=0 \tag{3}$$

其中: $\delta=\{\delta_1 \delta_2 \cdots \delta_n\}$ 为与 $\boldsymbol{y}=\{y_1 y_2 \cdots y_n\}$ 相对应的标准化区间变量向量。式(2)的非概率可靠性指标 η 是标准化区间变量的扩展空间中, 按 $\|\cdot\|_\infty$ 度量的从坐标原点到失效面的最短距离。只要 $\eta>1$, 则不定参量的实际波动区域和失效域不相交, 结构可靠。且 η 越大, 结构对不确定参量的稳健性越好, 其安全程度越高。

根据Ben-Haim[4]的定义, 稳健可靠性可由系统能容许的不确定性干扰的最大程度来确定。如果系统能容许较大的不确定性而不失效, 或不受非预期变异的影响, 则系统是可靠的。假设某参量的不确定性可用如下凸集模型描述

$$u(\alpha)=\{\varphi: |\varphi-\bar{\varphi}| \leq \alpha_\varphi\} \tag{4}$$

则系统对该参量的稳健可靠性可由系统失效前能容许的 α_φ 的最大值 α_{max} 来度量, 即稳健可靠度[4] $\alpha=\alpha_{max}$。由于这样定义的稳健可靠度具有一定的量纲, 使其不仅可比性差, 且不易给出可靠性的一般设计标准。因此, 用下式度量变量 φ 的变异程度

$$\gamma=\alpha_\varphi \big\backslash \bar{\varphi} \tag{5}$$

这里的 γ 为无量纲量。本文用系统在失效前能容许的不定参量 γ 的最大值来度量系统对不确定参量 φ 的稳健性。对确定的名义值 $\bar{\varphi}$, α_φ 越大, γ 越大。两者是一致的。

2 稳健可靠性设计

考虑参量不确定性时, 结构的非概率可靠性优化问题一般可描述为

$$\min W(\boldsymbol{x}) \tag{6a}$$

$$\text{s.t.}\ \eta_i(\boldsymbol{x}) \geq \eta_{i,\min}(i=1,\cdots,m)$$

$$(\text{或}\ \eta_s(\boldsymbol{x}) \geq \eta_{,\min}) \tag{6b}$$

$$x_j^l \leq x_j \leq x_j^u (j=1,\cdots,n) \tag{6c}$$

其中: η_i, η_s 分别为元件 i 或系统的非概率可靠性指标; $\eta_{,\min} \geq 1$ 和 $\eta_{s,\min}(\geq 1)$ 为相应可接受的最小值。设计变量 $x_j(j=1,\cdots n)$ 可为确定性的, 也可为不确定性的。当 $\eta_{s,\min}=1$ 时, 可满足结构可靠性设计的最低要求。通过取较大的 $\eta_s^{\min}$ 值, 可考虑一定的稳健性要求。

对一般的可靠性优化问题, 在结构的拓扑特性不变的情况下, 设计中较高的可靠性要求, 意味着结构重量(或造价)的增加。在已知的不定参量的数据信息很少的情况下, 不合理的假设将导致不合理的设计。因此, 在已知数据稀少, 不定参量的界限未知时, 结构的设计应在重量(或造价)与稳健性或可靠性之间进行协调和平衡。因此, 将结构的稳健可靠性设计归结为如下多目标优化问题

$$\min W(\boldsymbol{x}),\ \max\{\gamma_1 \gamma_2 \cdots \gamma_l\} \tag{7a}$$

$$\text{s.t.}\ \eta_i(\boldsymbol{x},\gamma) \geq 1 \quad (i=1,\cdots l)$$

$$\text{和/或}\ \eta_s(\boldsymbol{x},\gamma) \geq 1 \tag{7b}$$

$$x_j^l \leq x_j \leq x_j^u (j=1,\cdots,n) \tag{7c}$$

其中: $W(\boldsymbol{x})$ 的为结构重量或造价; $\gamma_i(i=1,\cdots,l)$ 为结构对第 i 个不定参量的稳健性度量。约束 $\eta_i \geq 1(i=1,\cdots,m)$ 或 $\eta_s \geq 1$ 用于保证设计的结构满足可靠性要求。假设问题所对应的确定性优化(所有不定参量取名义值)的最优目标函数值为 W^*, 则以上多目标优化的一种可能的解法是转化为如下单目标优化问题来求解

$$\min f(\boldsymbol{x})=\frac{C_0 W(\boldsymbol{x})}{W^*}+\frac{C_1}{\gamma_1}+\cdots+\frac{C_l}{\gamma_l} \tag{8a}$$

$$\text{s.t.}\ \eta_i(\boldsymbol{x},\gamma) \geq 1(i=1,\cdots,l)$$

$$\text{和/或}\ \eta_s(\boldsymbol{x},\gamma) \geq 1 \tag{8b}$$

$$\gamma_i^l \leq \gamma_i \leq \gamma_i^u (i=1,2\cdots,n),$$

$$x_j^l \leq x_j \leq x_j^u (j=1,\cdots n) \tag{8c}$$

其中: $C_0, C_1, \cdots, C_l$ 为非负加权系数。满足 $\sum_{i=0}^{l} C_i=1$, γ_i^u, $\gamma_i^l(>0)$ 为 γ_i 的上、下限。这里是将 $\gamma_1,\cdots,\gamma_l$ 亦作为设计变量。目标函数为无量纲量, 各项的权系数 C_i 的大小体现该项所对应目标的重要程度。

若已知结构的重量(或造价)约束, 则相应的稳健可靠性设计可描述为

$$\min f(\boldsymbol{x})=\frac{C_1}{\gamma_1}+\cdots+\frac{C_l}{\gamma_l} \tag{9a}$$

$$\text{s.t.}\ \eta_i(\boldsymbol{x},\gamma) \geq 1(i=1,\cdots,l)$$

$$\text{和/或}\ \eta_s(\boldsymbol{x},\gamma) \geq 1 \tag{9b}$$

$$W(\boldsymbol{x},\gamma) \leq W_{\max} \tag{9c}$$

$$\gamma_i^l \leq \gamma_i \leq \gamma_i^u (i=1,2\cdots,n),$$

$$x^l \leq x_j \leq x_j^u (j=1,\cdots n) \tag{9d}$$

3 算例分析

以图 1 示 3 杆桁架结构为例。已知: $L=100\text{cm}$, $\rho=0.1\text{kg/cm}^3$。杆件的许用应力$[\sigma_+]=$

$19.6\mathrm{kN/cm^2}$, $[\sigma_-]=14.7\mathrm{kN/cm^2}$。作用载荷 P 的名义值为 $P=19.6\mathrm{kN}$。确定性的杆件横截面优化设计可描述为

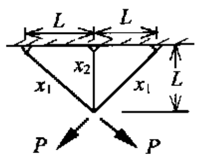

图 1　3 杆桁架结构

Fig. 1　Three-bar truss structure

$$\min W(\boldsymbol{x})=\sum_{i=1}^{3}\rho_i l_i x_i=\rho l(2\sqrt{2}x_1+x_2)$$

$$\text{s.t.}\quad g_1=[\sigma_+]-\frac{\sqrt{2}x_1+x_2}{\sqrt{2}x_1^2+2x_1x_2}P\geq 0$$

$$g_2=[\sigma_+]-\frac{\sqrt{2}x_1}{\sqrt{2}x_1^2+2x_1x_2}P\geq 0$$

$$g_3=[\sigma_-]-\frac{x_2}{\sqrt{2}x_1^2+2x_1x_2}P\geq 0$$

$$x_1\geq 0,\ x_2\geq 0$$

优化设计结果为 $(x_1^*,\ x_2^*)=(0.7895,\ 0.4059)\ \mathrm{cm^2}$, $W(\boldsymbol{x}^*)=26.3895\mathrm{kg}$。

当考虑作用载荷 P 和横截面的不确定性时, 根据式(8), 结构的稳健可靠性设计可描述为

$$\min f(\boldsymbol{x})=\frac{C_0W(\boldsymbol{x})}{W^*}+\frac{C_1}{\gamma_1}+\frac{C_2}{\gamma_2}$$

$$\text{s.t.}\quad \eta_S(x_1,x_2,\gamma_1,\gamma_2)\geq 1$$

$$\gamma_i^l\leq\gamma_i\leq\gamma_i^u(i=1,2),$$

$$x_j^l\leq x_j\leq x_j^u(j=1,2)$$

其中: C_0, C_1, C_2 满足 $C_0+C_1+C_2=1$。当仅考虑载荷不确定性时, $C_2=0$; 仅考虑横截面变异时 $C_1=0$; 同时考虑结构对载荷和横截面变异的稳健性时, 有 $C_1\neq 0$, $C_2\neq 0$。假设各杆横截面变异率相等, 并取 $\gamma_1^l=0.05$, $\gamma_2^l=0.02$, $\gamma_1^u=5$, $\gamma_2^u=2$。优化设计的部分结果如表 1 所示。

从表 1 中可看出, 结构的重量与对不确定性的稳健性是成正比的。即稳健性的提高通常是以重量的增加为代价的。因此, 结构的设计应在重量和稳健性之间进行协调和平衡。本文方法提供的系列优化解, 为 '最优 '设计方案的选取提供了依据。最优设计方案的决策, 可依据经济性要求或重量约束等作出。在已知重量约束 $W\leq 40\mathrm{kg}$ 并取 $C_1=C_2=0.5$ 时, 此 3 杆桁架结构的最优设计为 $(x_1^*,\ x_2^*)=(1.19627,\ 0.61644)\ \mathrm{cm^2}$, 其稳健性 $(\gamma_1,\gamma_2)=(18.7811,23.1074)$。

表 1　桁架结构的稳健可靠性设计

Table 1　Robust reliability design of the structure

加权系数 (C_0, C_1, C_2)	设计变量 $(x_1, x_2)/\mathrm{cm^2}$	稳健性 $(\gamma_1, \gamma_2)/\%$	结构重量 /kg
(0.6, 0.4, 0.0)	(1.432, 0.738)	(81.5, 0.0)	47.89
(0.7, 0.3, 0.0)	(1.304, 0.673)	(65.3, 0.0)	43.62
(0.8, 0.2, 0.0)	(1.182, 0.609)	(49.8, 0.0)	39.53
(0.9, 0.1, 0.0)	(1.051, 0.541)	(33.1, 0.0)	35.13
(0.95, 0.05, 0.0)	(0.969, 0.499)	(22.7, 0.0)	32.39
(0.5, 0.0, 0.5)	(1.579, 0.815)	(0.0, 50.0)	52.80±26.41
(0.6, 0.0, 0.4)	(1.434, 0.739)	(0.0, 44.9)	47.94±21.55
(0.7, 0.0, 0.3)	(1.305, 0.673)	(0.0, 39.5)	43.65±17.26
(0.8, 0.0, 0.2)	(1.183, 0.610)	(0.0, 33.3)	39.55±13.16
(0.9, 0.0, 0.1)	(1.051, 0.541)	(0.0, 24.9)	35.14±8.75
(0.5, 0.25, 0.25)	(1.943, 1.008)	(56.6, 36.4)	65.03±23.70
(0.6, 0.2, 0.2)	(1.737, 0.896)	(48.2, 32.7)	57.95±18.84
(0.7, 0.15, 0.15)	(1.526, 0.787)	(39.0, 28.1)	51.03±14.34
(0.8, 0.1, 0.1)	(1.348, 0.695)	(30.7, 23.5)	45.09±10.60
(0.9, 0.05, 0.05)	(1.159, 0.597)	(21.2, 17.5)	38.76±6.78

参　考　文　献

[1]　Chen W, Wiecek M M, Zhang J. Quality utility-a compromise programming approach to robust design[J]. Journal of Mechanical Design, 1999, 121(1): 179-186.

[2]　Chen W, Aller J K, Mistree P, *et al*. A procedure for robust design: minimizing variations caused by noise factors and control factors[J]. Journal of Mechanical Design, 1996, 118(2): 478-485.

[3]　Ben-Haim Y. A non-probabilistic concept of reliability[J]. Structural Safety, 1994, 14(4): 227-245.

[4]　Ben-Haim Y. Robust reliability in the mechanical sciences[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1996.

[5]　郭书祥, 吕震宙, 冯元生. 基于区间分析的结构非概率可靠性模型[J]. 计算力学学报, 2001, 18(1): 56-60.

作者简介:

郭书祥(1964-)　男, 陕西商州市人。空军工程大学讲师, 硕士, 飞行器设计专业博士生。研究方向: 飞行器可靠性工程。

吕震宙(1966-)　女, 湖北黄石市人。西北工业大学飞机系教授, 博士。研究方向: 飞行器可靠性工程。

(责任编辑: 李铁柏)