

文章编号: 1000-6893(2001) 04-0366-03

H 滤波算法及其在 GPS/SINS 组合导航系统中的应用

岳晓奎, 袁建平

(西北工业大学 航天工程学院, 陕西 西安 710072)

H FILTERING ALGORITHM AND ITS APPLICATION IN GPS/SINS INTEGRATED NAVIGATION SYSTEM

YUE Xiao-kui, YUAN Jian-ping

(College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi an 710072, China)

摘要: 在对 H 估计问题进行数学描述的基础上, 建立了一种 H 次优滤波算法的迭代方程。定性讨论了 H 滤波算法与传统 Kalman 滤波器的关系, 通过在 GPS/SINS 组合系统中的实际应用进一步从精度、鲁棒性等性能指标方面对 H 滤波和 Kalman 滤波算法进行了比较。仿真结果表明, 在理想条件下, Kalman 滤波方法具有较高的精度; 但是, 当系统模型和外部干扰统计特性发生变化时, H 滤波算法明显具有良好的鲁棒性能, 同时, 估计精度也较高, 有效地克服了 Kalman 滤波器存在的局限性。

关键词: H 滤波; Kalman 滤波; 鲁棒性; GPS/SINS; 组合导航

中图分类号: V249.3 文献标识码: A

Abstract: On the basis of mathematical description for H estimation problems, an iterative equation to H sub-optimal filtering algorithm is analyzed. The relationship between H filtering algorithm and traditional Kalman filter is discussed, and at the same time, some performance indexes of these two methods, e.g., accuracy, robustness, are compared by using a GPS/SINS integrated system. The simulation results indicate that Kalman filter has better accuracy in the ideal condition. But H filtering algorithm has better robustness and accuracy to model uncertainties and statistics characteristics of disturbance variations, which overcomes some limitations of Kalman filter, e.g., stability, robustness, and so on.

Key words: H filtering; Kalman filtering; robustness; GPS/SINS; integrated navigation

随着各种飞行器对导航、定位精度要求的不断提高, 利用多种导航设备构成性能完备的组合导航系统已逐步成为导航系统发展的主要方向。通常采用传统的 Kalman 滤波方法将各种传感器的信息融合在一起, 使得构成组合系统的各项性能指标均优于 2 个子系统单独工作时的性能^[1]。传统的 Kalman 滤波方法建立在 H_2 估计准则基础上, 要求确切已知外部干扰信号的统计特性, 而在很多的实际应用场合, 特别是大型航天器在空间运行过程中, 不但对外部干扰信号的统计特性缺乏了解, 同时系统模型本身往往还存在一定范围的变化, 从而导致了鲁棒估计理论的产生和发展, H 滤波算法就是其中较有代表性的方法, 这种算法具有较强的鲁棒性能, 对于系统参数变化的敏感性不强。但由于 H 估计问题解的不确定性, 这种方法的应用在一定程度上受到了限制^[2]。

在对 H 估计问题进行数学描述的基础上, 分析了 1 种 H 次优滤波算法, 具有严格的递推形式, 可方便地进行迭代运算。在定性分析 H 滤波算法与 Kalman 滤波方法关系的同时, 通过具体的组合系统进行仿真, 对 2 种滤波算法进行比较, 为 H 方法的实际应用奠定了一定基础。

1 H 滤波问题的提出

一时变状态空间模型如下^[1]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \Phi_k \mathbf{x}_k + \Gamma_k \mathbf{w}_k, \\ \mathbf{z}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

在此不对噪声的统计特性做任何假设。

假设需要利用观测量对系统状态量的线性组合 $s^k = \mathbf{L}_k \mathbf{x}^k$ 进行估计, 其中: \mathbf{L}_k 是给定的状态量线性组合。

如果利用从 0 到第 k 时刻的观测量 \mathbf{z}^k 对 s^k 的估计可以表示为 $\hat{s}^k = F(\mathbf{z}^0, \mathbf{z}^1, \dots, \mathbf{z}^k)$; 用 $\mathbf{T}^k(F)$ 表示初始状态误差 $(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)$ 、未知干扰信号序列 $\{\mathbf{w}^i\}_{i=0}^k$ 以及 $\{\mathbf{v}^i\}_{i=0}^k$ 到滤波误差 s^k 的传递函数矩

阵。问题就是选择适当的函数 $F(\cdot)$ 使得转移矩阵 $T_k(F)$ 的 H 范数最小。根据文献[2]的定义, H 范数描述了系统输入 u 到输出 z 的最大可能的能量增益。保证 H 范数最小也就保证了从干扰信号到估计误差的最大能量增益最小。

可以引出 H 最优估计问题: 寻求一使得 $T_k(F)$ 最小的估计策略 $\hat{s}_{k|k} = F(z_0, z_1, \dots, z_k)$, 得到 $T_k(F)$ 的最小值 γ_0 。

可以发现, H 最优滤波器保证了对于所有能量一定的干扰信号估计误差的能量最小, 对于干扰信号的变化具有较好的鲁棒稳定性能。但是, H 最优估计问题的封闭解在特殊情况下才可得^[3]。所以, 下面引出 H 次优问题。

H 次优估计问题: 给定一 $\gamma > 0$, 寻求使得 $T_k(F) < \gamma$ 成立的 H 次优滤波策略 $\hat{s}_{k|k} = F(z_0, z_1, \dots, z_k)$ 。即: 所得到的估计策略必须保证下式成立

$$x_0, w \sup_{h_2, v} \left\{ \sum_{i=0}^k \tilde{s}_i^T \tilde{s}_i \left[(x_0 - \hat{x}_0)^T A_0^{-1} (x_0 - \hat{x}_0) + \sum_{i=0}^k w_i^T w_i + \sum_{i=0}^k v_i^T v_i \right] \right\} < \gamma^2 \quad (2)$$

其中: A_0 为一反映 x_0 的初始假设 \hat{x}_0 与 x_0 接近程度的正定矩阵。

显然, 首先必须保证给定的 $\gamma > \gamma_0$, 该问题才会有解。通过给定的 γ 不断减小, 使其逐步逼近 H 最优问题对应的 γ_0 , 就可以得到 H 最优估计问题较为理想的近似解。

2 H 次优问题的一种求解方法

定理^[3, 4] 针对式(1)所示系统, 对于给定的 $\gamma > 0$, 如果矩阵 $[Q_k \quad \Gamma_k]$ 满秩, H 次优估计问题有解的充分必要条件为

$$P_i^{-1} + H_i^T H_i - \gamma^2 L_i^T L_i > 0, \quad i = 0, \dots, k \quad (3)$$

其中: P_0 为一给定正定矩阵; P_k 满足以下的迭代关系

$$P_{k+1} = Q_k P_k Q_k^T + \Gamma_k \Gamma_k^T - Q_k P_k [H_k^T \quad L_k^T] R_k^{-1} \begin{bmatrix} H_k \\ L_k \end{bmatrix} P_k Q_k^T \quad (4)$$

$$R_k = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_k \\ L_k \end{bmatrix} P_k [H_k^T \quad L_k^T] \quad (5)$$

这样, 针对给定 $\gamma > \gamma_0$ 的一种 H 滤波器为

$$s_{k|k} = L_k x_{k|k}$$

$\hat{x}_{k|k}$ 按以下迭代方程进行计算

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = Q_k \hat{x}_{k|k} + K_{k+1} (z_{k+1} - H_{k+1} Q_k \hat{x}_{k|k}) \quad (6)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1} H_{k+1}^T (I + H_{k+1} P_{k+1} H_{k+1}^T)^{-1} \quad (7)$$

定理的证明见文献[3, 4]。

3 与传统 Kalman 滤波器的比较

针对式(1)所示的状态空间模型, 假设 $\{w_k\}$ 和 $\{v_k\}$ 为互不相关的单位方差白噪声序列, 那么, 传统的 Kalman 滤波方程可以描述为^[1]

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = Q_k \hat{x}_{k|k} + P_{k+1} H_{k+1}^T (I + H_{k+1} P_{k+1} H_{k+1}^T)^{-1} (z_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}) \quad (8)$$

其中: $P_{k+1} = Q_k P_k Q_k^T + \Gamma_k \Gamma_k^T -$

$$Q_k P_k (I + H_k P_k H_k^T)^{-1} P_k Q_k^T \quad (9)$$

从形式上看, H 问题的解与传统的 Kalman 滤波器很相似。它们的主要区别在于:

(1) 通过式(4)所示迭代关系可以发现, H 滤波器的结构依赖于希望估计的状态量的线性组合 L_k , L_k 包含在 H 滤波方程中; 而在 Kalman 滤波模型中, 滤波器结构与状态量的线性组合没有关系, 对状态量任意线性组合的估计由状态量估计值的线性组合直接给出。

(2) 次优 H 滤波器存在的先决条件是式(3)成立; 而在 Kalman 滤波模型中由于没有出现 L_k , P_k 必为正定矩阵, 所以, 式(3)必然成立。

(3) 在 H 滤波方程中, 包含协方差矩阵 $\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix}$; 而 Kalman 滤波器中这一矩阵为单位矩阵。

(4) 当 $\gamma \rightarrow 0$ 时, 迭代方程式(4)转变成传统的 Kalman 滤波方程式(9), 这就暗示了传统的 Kalman 滤波器增益矩阵的 H 范数可能很大, 其鲁棒性能较差。

4 H 算法在 GPS/SINS 组合系统中的应用

(1) 组合系统状态方程和量测方程的建立设计的 GPS/SINS 组合系统包括了 18 个状态量^[1, 5]

$$X = [Q_E \quad Q_R \quad Q_Q \quad \delta v_E \quad \delta v_N \quad \delta v_U \quad \delta L \quad \delta \lambda \quad \delta h \quad \epsilon_{x_1} \quad \epsilon_{y_1} \quad \epsilon_{z_1} \quad \epsilon_{x_2} \quad \epsilon_{y_2} \quad \epsilon_{z_2} \quad \nabla_x \quad \nabla_y \quad \nabla_z]$$

其中: Q_E, Q_R, Q_Q 为捷联惯导系统数学平台误差角; $\delta v_E, \delta v_N, \delta v_U$ 为捷联惯导的速度误差; $\delta L, \delta \lambda, \delta h$ 为捷联惯导的位置误差。上述各误差方程由惯导系统的基本原理可推导为 1 组一阶线性微分方程。 ϵ 为 3 个轴向陀螺的漂移误差; ∇ 为 3 个轴向加速度计误差。

采用位置、速度交替组合方式构成 GPS/SINS 系统, 系统的量测量有 2 组: 一组为位置量测值, 即 SINS 提供的经纬度和高度信息与 GPS

的相应信息之差。两者的速度差作为另一组量测量。将得到的状态方程和量测方程进行离散化后, 就可以得到类似式(1)所示系统模型。

(2) 仿真结果分析和比较 仿真过程中, 取陀螺随机常值漂移的均方根为 $0.1(\text{ }^\circ/\text{h})$, 马尔可夫过程随机漂移的相关时间为 0.5h , 白噪声的均方差为 $0.01(\text{ }^\circ/\text{h})$ 。加速度计马尔可夫过程随机漂移误差的均方根为 $10^{-4}g$, 相关时间为 0.5h , 白噪声均方差为 $10^{-5}g$ 。导航信息初始值(均方根)为: 水平姿态角误差 300 , 方位误差角 600 , 位置误差 50m , 速度误差 0.5m/s 。

根据以上条件, 分别采用传统的 Kalman 滤波器和 H 滤波器进行了仿真计算。 H 滤波算法不需要系统噪声和测量噪声的任何统计特性, 但

需要适当给定 $\gamma > 0$, 取 $\gamma = 2.5$ 进行了仿真计算。

部分仿真结果如图 1 ~ 图 6 所示, 每个图中, 上面部分为 Kalman 滤波算法的仿真结果, 下面部分为 H 滤波算法的结果。图 1 ~ 图 3 分别给出了在白噪声条件下两种滤波算法的速度、位置和偏航角误差曲线, 可以看出此时 2 种方法都比较有效, Kalman 滤波算法的精度较高一点。图 4 ~ 图 6 给出了在较强的有色噪声作用下两种滤波算法的估计误差曲线, 很显然此时 Kalman 滤波算法明显失效, 产生较为严重的发散; 而 H 滤波算法的精度还比较稳定, 具有较强的鲁棒性能。理论上分析, 如果 γ 的值取的再小一些, H 滤波算法的精度会更高。

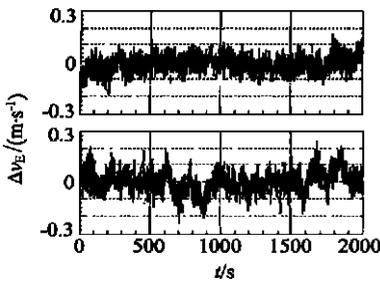


图 1 白噪声条件下东向速度误差
Fig. 1 Error of v_E for white noise

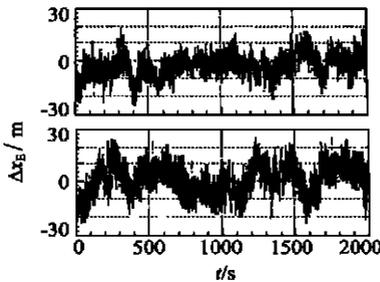


图 2 白噪声条件下东向位置误差
Fig. 2 Error of x_E for white noise

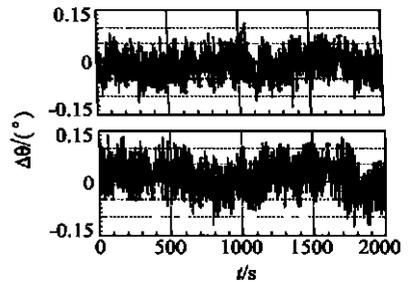


图 3 白噪声条件下偏航角误差
Fig. 3 Error of θ for white noise

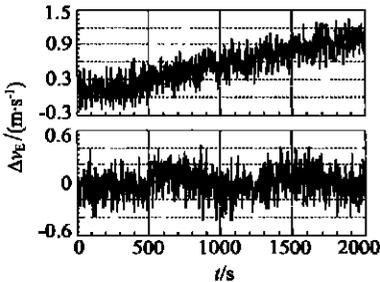


图 4 有色噪声作用下东向速度误差
Fig. 4 Error of v_E for no white noise

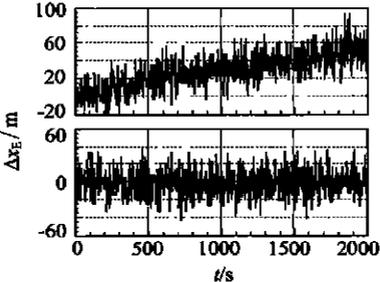


图 5 有色噪声作用下东向位置误差
Fig. 5 Error of x_E for no white noise

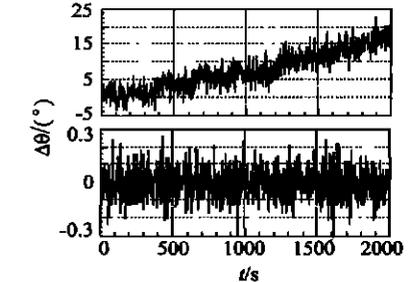


图 6 有色噪声作用下偏航角误差
Fig. 6 Error of θ for no white noise

参 考 文 献

[1] 袁建平, 方群, 郑谔. GPS 在飞行器定位导航中的应用 [M]. 西安: 西北工业大学出版社. 2000. 241- 243.
[2] 申铁龙. H 控制理论与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社. 1996. 114- 115.
[3] Hassibi B, Sayed A H, Kailath T. Linear estimation in Krein spaces-part I: theory [J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 1996, 41(1): 18- 33.
[4] Hassibi B, Sayed A H, Kailath T. Linear estimation in Krein spaces-part II: Applications [J]. IEEE Transactions on Automatic Control. 1996, 41(1): 34- 49.
[5] Wolf R, Hein G, Eissfeller B. A Low-cost GPS/INS attitude determination and position location system [A].

In: IONGPS-96[C]. Kansas City Missouri: ION, 1996. 675- 682

作者简介:



岳晓奎 1970 年生, 西北工业大学在职博士生。主要研究兴趣为: GPS 应用、GPS/MIMU 组合导航、多传感器信息融合技术。
Email: xkyue@263.net

袁建平 1957 年生, 西北工业大学教授、博士生导师。研究方向: 航天器动力学与控制、GPS 应用、组合导航系统等。发表论文数十篇。Email: jyuan@nwpu.edu.cn