

文章编号: 1000-6893(2001) 01-0024-06

# 考虑应力状态的疲劳裂纹闭合分析

张田忠, 郭万林, 徐 绯

(西安交通大学 机械结构强度与振动国家重点实验室, 陕西 西安 710049)

## THEORETICAL ANALYSIS OF FATIGUE CRACK CLOSURE CONSIDERING STRESS STATES

ZHANG Tian-zhong, GUO Wan-lin, XU Fei

(State Key Lab. of Mech. Struct. Str. & Vib., Xi an Jiaotong University, Xi an 710049, China)

**摘 要:** 利用改进的条带屈服模型(Modified Strip Yield Model), 通过对裂端约束的研究, 提出组合约束因子的概念, 发展了 Budiansky 和 Hutchinson 的解析模型, 建立了可考虑不同应力状态的疲劳裂纹闭合模型, 可方便地推广到穿透厚度裂纹的闭合分析中。与航空结构合金的实验数据及有限元结果的比较显示该模型能准确预测疲劳裂纹闭合中载荷比、应力状态和厚度等重要因素的影响。给出的显式结果可以方便地用于航空工程实际。

**关键词:** 应力状态; 疲劳裂纹闭合; 约束; 张开应力比; 厚度效应; 穿透厚度裂纹

**中图分类号:** V 215.5<sup>+2</sup>      **文献标识码:** A

**Abstract:** A theoretical analysis is performed for fatigue crack closure based on a modified strip yield model and the complex function method developed by Budiansky and Hutchinson (1978) in plane stress. By introducing a reasonable constraint factor, Budiansky and Hutchinson's model is extended to the general stress state with the upper and lower limits of plane strain and plane stress. The present theory can be easily extended to analyze the closure in the through-thickness crack growing. Effects of the stress ratio and stress constraint factor can be calculated quantitatively, and the comparison of the present model with available data from two- and three-dimensional finite element simulations and experimental investigations shows quite good agreement. The explicit equations for the opening stress can be applied in engineering.

**Key words:** stress state; fatigue crack closure; constraint; opening stress ratio; thickness effect; through-thickness cracks

自从 Elber<sup>[1]</sup> 在实验中发现裂纹闭合现象后, 闭合对疲劳裂纹扩展的重要影响日益受到重视, 大量实验研究<sup>[2~8]</sup>、数值计算<sup>[4, 9~13]</sup> 和理论分析<sup>[14~16]</sup> 对  $K_{open}$  作了较为深入的考察, 在一定程度上揭示了试样几何、载荷比、应力状态及厚度等因素对闭合的重要影响。然而, 在目前应用的大量理论或经验模型中, 应力状态的影响仍不能合理预测。

对裂纹闭合的解析研究首先是在 1978 年由 Budiansky 和 Hutchinson<sup>[14]</sup> (BH) 提出的。他们基于 Dugdale 模型<sup>[17]</sup> 和数学弹性理论对平面应力状态下的塑性致闭现象作了合理的解释。但是, 缺乏严谨的理论分析。因此, 对闭合现象做更深入的解析分析, 揭示其本质, 显得很有必要。

一些研究者<sup>[16, 18, 19]</sup> 提出约束因子概念反映应力状态, 取得了重要突破, 但如何定义和确定直接影响疲

劳裂纹扩展的约束因子一直没有很好解决。

本文基于改进的条带屈服模型 (Modified Strip Yield Model) 以及 BH 提出的解析方法, 从力学本质出发, 通过引入直接影响疲劳裂纹闭合的组合约束因子, 建立了考虑应力状态的理论模型, 可方便地推广到航空结构穿透厚度裂纹的闭合分析中。

## 1 理论分析和基本方程

对承受远场单轴拉伸循环载荷的无限长直裂纹, 建立图 1(a) 所示坐标系。研究表明, 应力状态对裂纹闭合有着极大的影响。为便于描述应力状态, 定义离面约束因子  $T_z$  和面内应力比  $k$

$$T_z = \frac{\sigma_{zz}}{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}, \quad k = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{yy}} \quad (1)$$

在平面应力和平面应变状态下, 类似于 BH 的分析, 假设裂纹扩展发生在峰载, 即应力强度因子  $K = K_{max}$  时, 扩展后的上下裂面上将产生残余

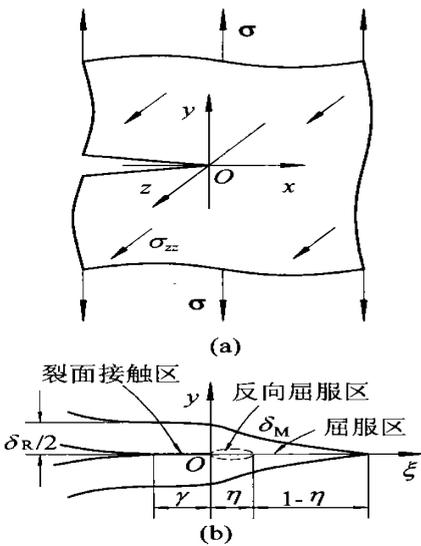


图 1 远场单轴拉伸直裂纹模型示意图

(a) 坐标系的建立; (b) 符号代表的意义

Fig. 1 Coordinate system (a) and Symbol notation (b)

塑性变形量  $\delta_R/2$  (图 1(b))。在卸载过程中, 裂尖前方会产生长度为  $r_s$  的反向屈服区, 但  $(r_s, r_p)$  区间上的塑性变形量  $\delta_M$  保持不变。一旦裂纹发生闭合, 裂端场将呈现为弹性场。

应力状态对塑性区内的应力分布有显著影响。当  $K = K_{max}$  时, Mises 等效应力  $\sigma_e$  可表述为应力分量  $\sigma_{yy}$  或屈服应力  $\sigma_s$  的函数

$$\sigma_e = f(T_z, k) \sigma_{yy} = g \sigma_s \quad (2)$$

这里  $f(T_z, k)$  是  $T_z$  和  $k$  的函数

$f(T_z, k) =$

$$(1 - T_z + T_z^2)(1 + k^2) - (1 + T_z - 2T_z^2)k \quad (\theta = 0) \quad (3)$$

$g$  与试样几何、载荷和材料有关, 对理想塑性材料无限大裂纹体, 取  $g = 1$ 。于是由式(2)可得

$$\sigma_{yy} = \frac{1}{f(T_z, k)} \sigma_s \quad (4)$$

同样地, 当卸载至最低应力即  $K = K_{min}$  时, 在反向屈服区内有  $\sigma_{yy} = -\beta \sigma_s$ ,  $\beta$  反映了 Baushinger 效应和反向塑性变形约束。对理想塑性材料, Newman 等人<sup>[20]</sup> 的数值结果表明  $\beta$  是介于 1.0~1.2 的常数。

当  $K_{min} = 0$  时(图 2(a)), 由于  $\sigma_{yz} \sim 0, \sigma_{zx} \sim 0, \sigma_{zz} = T_z(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ , 如果  $T_z$  已知, 则独立的应力分量为  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}$  和  $\sigma_{xy}$ , 所以可利用 Muskhelishvili 复势函数  $\varphi$  和  $\psi$  寻求问题的解答。应力在  $x$  轴上下半平面的连续性可消除函数  $\psi$ , 于是应力分量有如下关系

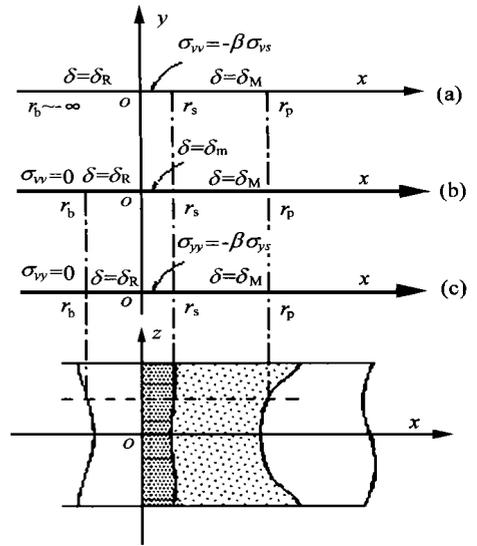


图 2 问题的定义

Fig. 2 Problem formulation

$$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} = 2[\varphi(\omega) + \varphi(\bar{\omega})] \quad (5)$$

$$\sigma_{yy} - i\sigma_{xy} = \varphi(\omega) + \varphi\bar{\omega} + (\omega - \bar{\omega})\varphi\bar{\omega} \quad (6)$$

这里  $\omega = x + iy$ 。利用  $x$  轴上  $\sigma_{xy} \sim 0$  的条件, 可由式(5)得

$$\sigma_{xy} = \varphi_+ - \varphi_- \quad (7)$$

而  $x$  与  $y$  轴方向的位移  $u$  和  $v$  满足

$$2\mu(u + iv) = \kappa\varphi(\omega) - \varphi(\bar{\omega}) - (\omega - \bar{\omega})\varphi(\bar{\omega}) \quad (8)$$

其中  $\mu$  是常数,

$$\kappa = \frac{3 - \nu - 4\nu T_z}{1 + \nu} \quad (9)$$

$\nu$  是 Poisson 比。利用  $u$  在上下两半平面的连续性, 由式(8)可得

$$\left[ \frac{\partial v}{\partial x} \right]_+ - \left[ \frac{\partial v}{\partial x} \right]_- = \frac{\kappa + 1}{2i\mu} (\varphi_+ - \varphi_-), \quad (10)$$

则据式(7)和式(10)可得如下边界条件(图 2(a))

$$\begin{cases} (\varphi)_+ - (\varphi)_- = 0 & \xi < 0 \\ (\varphi)_{++} - (\varphi)_{--} = -\beta\sigma_s & 0 < \xi < \eta \\ (\varphi)_{+-} - (\varphi)_{-+} = \frac{2i\mu}{\kappa + 1} \frac{d\delta_M}{dx} & \eta < \xi < 1 \\ (\varphi)_{+-} - (\varphi)_{-+} = 0 & \xi > 1 \end{cases} \quad (11)$$

引入无量纲参数  $\zeta, \xi, \eta$  和无量纲函数  $F$

$$\zeta = \omega/r_p, \quad \xi = x/r_p, \quad \eta = r_s/r_p, \quad F = (\pi^2/\alpha\sigma_s)\varphi \quad (12)$$

这里,  $r_p$  为塑性区尺寸, 组合约束因子

$$\alpha = \frac{\mu\pi}{(\kappa + 1)\sigma_s r_p} \quad (13)$$

其中:  $\delta_0$  是裂尖张开位移。将会看到, 所谓的组合约束因子  $\alpha$  直接控制着疲劳裂纹的闭合, 表征了

裂尖塑性区的应力状态对裂纹扩展的影响。

取辅助函数  $\chi(\zeta) = \overline{\zeta(\zeta - \eta)}$ , 式(11)可进一步表示为

$$\left. \begin{aligned} (XF)_+ - (XF)_- &= 0 & \xi < 0 \\ (XF)_+ - (XF)_- &= -\frac{\beta}{\alpha} \pi^2 \chi & 0 < \xi < \eta \\ (XF)_+ - (XF)_- &= 2i\pi\chi \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\delta_M}{\delta_0} \right) & \eta < \xi < 1 \\ (XF)_+ - (XF)_- &= 0 & \xi > 1 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

类似于BH的工作(他们取  $\alpha = 1, \beta = 1$ ), 可得方程的解为

$$\overline{\zeta(\zeta - \eta)} F = -\frac{\beta\pi}{2\alpha} \int_0^\eta \frac{\xi(\eta - \xi)}{\xi - \zeta} d\xi + C_1 + \int_\eta^1 \frac{\xi(\xi - \eta)}{\xi - \zeta} \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\delta_M}{\delta_0} \right) d\xi \quad (15)$$

其中:  $C_1$  是积分常数。式(15)中, 利用  $\xi = 0$  和  $\eta = 0$  时应力有界的条件, 可得两个关于  $C_1$  和  $\eta$  的方程, 联立消去  $C_1$ , 得到

$$\int_\eta^1 \frac{f_1(\xi) d\xi}{\xi(\xi - \eta)} = \frac{\beta\pi^2}{2\alpha} \quad (16)$$

其中:  $f_1(\xi) = -\frac{d}{d\xi} \left( \frac{\delta_M}{\delta_0} \right)$  (17)

重新加载时, 闭合区将从- 启开, 随载荷的增加直至裂尖。设张开区和闭合区的分界点为  $x = r_b = \gamma r_p (\gamma < 0)$  (图1(b)), 显然,  $\gamma = 0$  时对应的应力强度因子为  $K_{open}$ 。问题的描述如图2(b), 其中  $\delta = \delta_m$  代表  $K = K_{min}$  时留下的塑性变形量。利用弹性应力场应力函数的远场性质, 类似于BH的分析, 可得

$$\frac{K_{open}}{K_{max}} = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^\eta \frac{f_2(\xi)}{\xi} d\xi + \int_\eta^1 \frac{f_1(\xi)}{\xi} d\xi \right] \quad (18)$$

其中:  $f_2(\xi) = -\frac{d}{d\xi} \left( \frac{\delta_M}{\delta_0} \right) = \frac{1}{\pi} \int_\eta^1 \frac{f_1(\xi)}{\xi(\tau - \xi)} d\tau$  (19)

利用式(19)进一步化简式(18), 可得  $\frac{K_{open}}{K_{max}} = \frac{2}{\pi} \int_\eta^1 \frac{1}{\xi} \left[ 1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{\eta}{\xi} \right] \frac{df(\xi)}{d\xi} d\xi$  (20)

这里利用了  $f_1(1) = 0$  (这一点可从下文看出)。

当  $K_{min} > 0$ , 边界条件如图2(c)所示,  $x = \gamma r_p (\gamma < 0)$  代表  $K = K_{min}$  时闭合区和张开区的分界点。经与  $K_{min} = 0$  时完全相同的求解过程, 得到

$$\left. \begin{aligned} R\pi &= \frac{\beta\pi}{2\alpha} \int_0^\eta \frac{\eta - \xi}{\xi(\xi - \gamma)} d\xi + \int_\eta^1 \frac{\xi - \eta}{\xi(\xi - \gamma)} f_1(\xi) d\xi \\ R\pi &= -\frac{\beta\pi}{2\alpha} \int_0^\eta \frac{\xi - \gamma}{\xi(\eta - \xi)} d\xi + \int_\eta^1 \frac{\xi - \gamma}{\xi(\xi - \eta)} f_1(\xi) d\xi \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

当  $\alpha$  和  $f_1(\xi)$  确定后, 对  $R = 0$  和  $R > 0$  可从式(16)和式(21)中求出  $\eta$ 。然后把  $\eta$  代入式(20), 可得到  $K_{open}/K_{max}$ 。很明显, BH的平面应力模型是本文分析取  $\alpha = 1.0$  时的特例。

### 2 约束因子

在塑性区内, 根据HRR奇异场理论, 平面应力和平面应变状态下分别有  $T_z = 0$  和  $T_z = 0.5k$ ;  $k$  取常数, 与材料硬化有关, 对理想塑性材料, 平面应力和平面应变状态下分别有  $k = 0.5$  和  $k = \pi/(\pi + 2)$ 。而在更一般的三轴应力状态,  $T_z$  从0到0.5之间变化。

条带屈服模型中, 假想裂尖  $d = a + r_p$  处应力无奇异性要求

$$K_\sigma(d) - K_p(d) = 0 \quad (22)$$

式中:  $K_p, K_\sigma$  分别是由假想裂纹塑性区上的粘着应力(cohesive stress)和外加载荷所引起的应力强度因子。对带中心裂纹的无限大板, 有

$$K_\sigma(d) = \sigma \sqrt{\pi d} \quad (23)$$

$$K_p(d) = \frac{2\sigma}{\pi} \int_0^{r_p} \frac{r}{d} \frac{g}{f(T_z, k) [d^2 - (a+r)^2]} dr \quad (24)$$

根据积分学广义中值定理, 存在  $r_m, 0 < r_m < r_p$ , 使得

$$\alpha_\phi = \left[ \frac{g}{f(T_z, k)} \right]_{r=r_m} = \frac{\int_0^{r_p} \frac{r}{d} \frac{g}{f(T_z, k) [d^2 - (a+r)^2]} dr}{\int_0^{r_p} \frac{1}{d^2 - (a+r)^2} dr} \quad (25)$$

称  $\alpha_\phi$  为塑性约束因子。其物理意义是, 在保证产生相同的塑性区尺寸的前提下, 非均匀粘着应力等效为均匀分布力时与屈服应力的比。于是由式(22)~式(25)可得

$$r_p = a \left[ \sec \left( \frac{\pi\alpha_\phi}{2\alpha\sigma_s} \right) - 1 \right] \quad (26)$$

由粘着应力产生的  $COD \delta_\sigma$  和由外载产生的

COD  $\delta_p$ , 可分别表示为

$$\delta_o(x) = \frac{\alpha_p \sigma_s (K + 1)}{\pi \mu} \arccos \left( \frac{a}{d} \right) \sqrt{d^2 - x^2} \quad (27)$$

$$\delta_p(x) = \frac{\sigma_s (K + 1)}{\pi \mu} \cdot$$

$$\int_x^d \frac{u}{u^2 - x^2} \int_a^u \frac{g}{u^2 - t^2} f(T_z, k) dt du \quad (28)$$

总的 COD  $\delta(x)$  可写成

$$\delta(x) = \delta_o(x) - \delta_p(x) \quad (29)$$

定义张开位移约束因子为

$$\alpha_i = \frac{\int_a^d \frac{u}{u^2 - a^2} \int_a^u \frac{g}{u^2 - t^2} f(T_z, k) dt du}{\int_a^d \frac{u}{u^2 - a^2} \int_a^u \frac{1}{u^2 - t^2} dt du} \quad (30)$$

其物理意义与塑性约束因子类似。容易得到, 在理想塑性材料的平面问题中,

$$\alpha_i = \alpha_p = \frac{1}{f(T_z, k)} \quad (31)$$

于是, CTOD  $\delta_0$  可写成

$$\delta_0 = \delta(a) = \frac{a \sigma_s (K + 1)}{\pi \mu} \cdot$$

$$[\alpha_i \ln(\sec \theta) - (\alpha_i - \alpha_p) \theta \tan \theta] \quad (32)$$

其中:  $\theta = \frac{\sigma \pi}{2 \alpha_p \sigma_s} \quad (33)$

利用式(26)和式(32), 知  $\alpha$  可表达为  $\alpha_p$  和  $\alpha_i$  的组合,

$$\alpha = \alpha_i \frac{\ln(\sec \theta)}{\sec \theta - 1} - (\alpha_i - \alpha_p) \theta \cot \frac{\theta}{2} \quad (34)$$

这就是称  $\alpha$  为组合约束因子的原因。在理想塑性材料的平面问题中, 由于  $\alpha_p = \alpha_i$ ,

$$\alpha = \alpha_p \frac{\ln(\sec \theta)}{\sec \theta - 1} \quad (35)$$

小范围屈服状态下,  $\alpha = \alpha_p = \alpha_i = 1$ 。显然, 在 Dugdale 模型中,  $\alpha = \alpha_p = \alpha_i = 1$ 。

用等效粘着应力  $\alpha_i \sigma_s$  代替实际粘着应力  $\sigma_y$ , 则 COD 可表示为

$$\delta(\xi) = \frac{r_p \alpha_i \sigma_s (K + 1)}{\pi \mu} \cdot \left[ \frac{1}{1 - \xi} - \frac{\xi}{2} \ln \left| \frac{1 + \frac{1 - \xi}{1 - \xi}}{1 - \frac{1 - \xi}{1 - \xi}} \right| \right] \quad (36)$$

于是可得

$$f_1(\xi) = - \frac{d}{d\xi} \left( \frac{\delta(\xi)}{\delta_0} \right) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \frac{1 - \xi}{1 - \xi}}{1 - \frac{1 - \xi}{1 - \xi}} \right| \quad (37)$$

这与 Budiansky 和 Hutchinson<sup>[14]</sup> 以及 Daniewicz<sup>[21]</sup> 在理想塑性材料中得到的结果一致。

### 3 结果分析

#### 3.1 组合约束因子对闭合的影响

Newman 等人<sup>[20]</sup>的有限元分析显示, 约束因子反映了应力状态, 变化范围为 1.0 ~ 3.0。Guo<sup>[19]</sup>认为, 约束因子不但和应力状态有关还和材料性能有关。但有一点是可以肯定的, 即随约束因子的增加, 应力的三轴性越强。图 3 显示了不同载荷比下  $\alpha$  从 1.0 ~ 3.0 的变化情况(本文取  $\beta = 1$ )。可见, 从平面应力趋向平面应变的过程中 ( $\alpha$  增加), 张开应力比单调减小, 也就是说, 闭合水平逐渐降低。这和已有的认识是一致的。

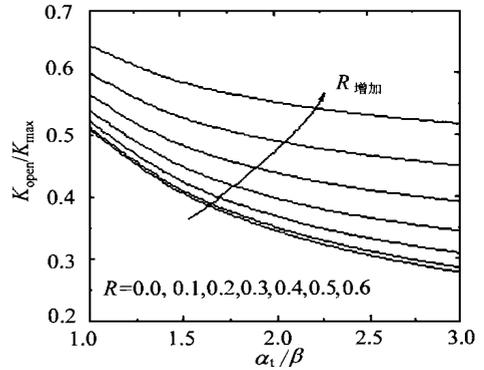


图 3 组合约束因子对张开应力比的影响

Fig. 3 Effect of combining constraint factor on opening stress ratio

#### 3.2 载荷比对闭合的影响

图 4 所示为平面应力和平面应变状态下载荷比对裂纹闭合的影响。显然, 平面应变状态比平面应力状态受载荷比的影响更大。关于载荷比对闭合的影响, Elber<sup>[1]</sup>, Schijve<sup>[3]</sup> 及 Kim 和 Song<sup>[7]</sup>, Ashbaugh 等人<sup>[8]</sup> 分别对薄板和厚板做了大量实验。在平面应力状态下, 本文结果与 Newman<sup>[10]</sup> 和 Blom Holm<sup>[4]</sup> 的有限元结果及 Elber<sup>[1]</sup> 和 Schijve<sup>[3]</sup> 从薄板实验中得到的经验公式十分吻合,

$$\frac{K_{open}}{K_{min}} = \begin{cases} 0.5 + 0.1R + 0.4R^2 & \text{Elber} \\ 0.45 + 0.2R + 0.25R^2 + 0.1R^3 & \text{Schijve} \end{cases} \quad (38)$$

平面应变结果与 Blom 和 Holm<sup>[4]</sup> 的平面应变有限元结果和 Kim 和 Song<sup>[7]</sup> 以及 Ashbaugh<sup>[8]</sup> 等人对 10mm 厚板的实验结果也十分接近。厚板实验结果和平面应变有限元结果均介于本文  $T_z = 0.5$  ( $T_z$  的上限) 和  $T_z = 0.3$  (弹性 Poisson 比,  $T_z$  的下限) 的平面应变结果。这些比较说明, 本文理论能很好地描述不同应力状态下载荷比对闭合的影响。

### 4 裂纹闭合中的厚度效应

虽然人们已对平面应力和平面应变裂纹的闭合现象有了一个比较清晰的认识,但对穿透厚度裂纹的闭合研究仍主要局限于数值和经验的方法。事实上,穿透裂纹的厚度效应实际上是一种厚度平均效应,当 $\alpha$ 取厚度方向的平均,则可直接利用本文理论预测穿透裂纹的闭合。

由前文的分析可知,理想塑性材料在小范围屈服状态下,有 $\alpha = \alpha_p = \alpha_b$ 。利用 $G_{uo}^{[19]}$ 拟合有限元结果所得的穿透厚度裂纹约束因子表达式

$$\alpha_g = \frac{1 + 0.2088(r_{p0}/B)^{0.5} + 1.0546(r_{p0}/B)}{1 - 2\nu + 0.2088(r_{p0}/B)^{0.5} + 1.0546(r_{p0}/B)} \quad (39)$$

其中: $\nu$ 为Poisson比; $r_{p0}$ 为Dugdale塑性区尺寸(即式(26)中取 $\alpha = 1$ ); $B$ 为试样厚度。以 $\alpha_g$ 替代 $\alpha$ ,所得结果与有限元结果及实验数据做了比较,如图5所示。

图5(a)显示了Chermahini等人<sup>[13]</sup>的三维有

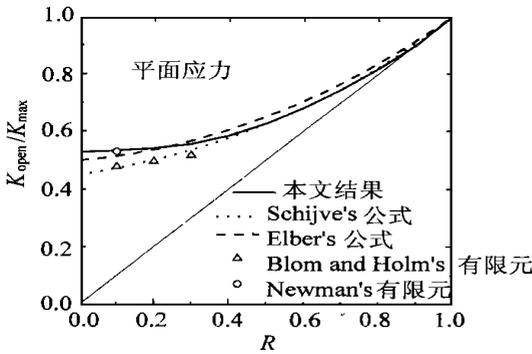


图4 载荷比对张开应力的影响

Fig. 4 Influence of stress ratio on crack opening stress ratio

限元结果与本文结果的比较。厚度较小时( $B < 10\text{mm}$ ),本文结果与有限元结果十分接近,即使当 $B > 10\text{mm}$ 时,最大误差也不超过10%,在工程精度的要求之内。Chermahini等人利用有限元结果估计平面应变状态 $R = 0.1$ 时的张开应力约为0.28,这与本文结果完全一致(图3)。图5(b)所示为实验数据与本文结果的比较。实验数据来自Guo<sup>[6]</sup>对7050-T7451铝合金的近尖小应变片法(near-tip strain gauge method)测量。其中, $U$ 为应力强度因子范围等效系数,定义为 $U = (1 - k_{open}/k_{max}) / (1 - R)$ 。图形显示,实验数据与本文结果吻合很好。

由以上比较可以看出,本文模型对厚度效应准确的预测,可用于工程实际处理穿透裂纹的扩展及寿命预测。为方便工程应用,积分式(20)可以拟合为

$$\frac{K_{open}}{K_{max}} = 1 - (1 - R^2)^{0.667} (1 + 3.29R^2)^{0.333} \cdot \left[ (1 + 1.67R^{1.61}) + \frac{\beta}{0.15\pi\alpha} \right]^{-1.533} \quad (40)$$

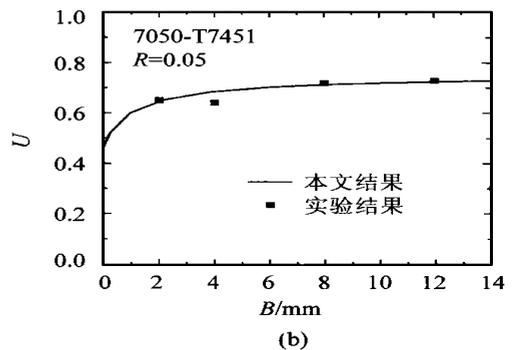
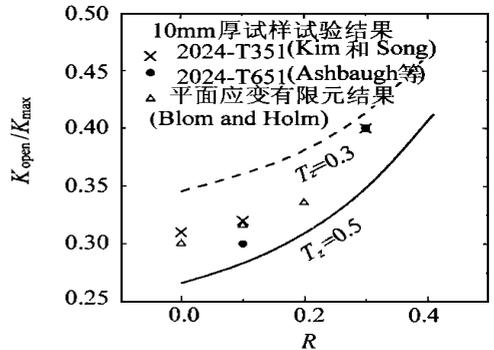


图5 厚度效应

(a) 与三维有限元结果的比较;(b) 与实验数据的比较

Fig. 5 Thickness-effect on crack opening stress ratio, companson with 3-D finite element results (a) and experimental data(b)

此式与式(20)的精确积分的误差小于1%。一般情况下,  $\beta = 1$ , 用式(20)和式(40)可以预测任意厚度和应力比下的疲劳裂纹闭合水平。

## 5 结 论

基于改进的条带屈服模型, 提出组合约束因子的概念, 建立了可考虑应力状态的疲劳裂纹闭合理论。并通过对裂端约束的研究, 给出了组合约束因子与塑性约束因子和张开位移约束因子的关系。

利用已有的塑性约束表达式, 把本文理论推广到穿透厚度裂纹的闭合分析中, 结果与有限元模拟和实验数据都吻合得相当好。所给出的显式结果可方便的用于航空工程实际。

## 参 考 文 献

- [1] Elber W. The significance of fatigue crack closure[J]. ASTM STP, 1971, 486: 230 ~ 242.
- [2] Ohji K, Ogura K, Ohkubo Y. Cyclic analysis of a propagating crack under cyclic loading[J]. Engng Fract Mech, 1975, 7(3): 457 ~ 464.
- [3] Schijve J. Some formulas for the crack opening stress level [J]. Engng Fract Mech, 1981, 14(3): 461 ~ 465.
- [4] Blom A F, Holm D K. An experimental and numerical study of crack closure[J]. Engng Fracture Mech, 1985, 22(6): 997 ~ 1011.
- [5] Guo W. Fatigue crack closure under triaxial stress constraint-I. Experimental investigation [J]. Engng Fract Mech, 1994, 49(2): 265 ~ 275.
- [6] Guo W. Fatigue crack closure under triaxial stress constraint -II. Analysis model[J]. Engng Fract Mech. 1994, 49(2): 277 ~ 285.
- [7] Kim C Y, Song J H. Fatigue crack closure and growth behaviour under random loading[J]. Engng Fract Mech. 1994, 49(1): 105 ~ 120.
- [8] Ashbaugh N E, Dattaguru B, Khobaib M, *et al.* Experimental and analytical estimates of fatigue crack closure in an aluminum-copper alloy, I[J]. Fatigue Fract Engng Mater Struct, 1997, 20(7): 951 ~ 961.
- [9] Newman J C Jr, Armen H Jr. Elastic-plastic analysis of a propagating crack under cyclic loading[J]. AIAA J, 1975, 13(8): 1017 ~ 1023.
- [10] Newman J C Jr. A finite-element analysis of fatigue crack closure[J]. ASTM STP, 1976, 590: 281 ~ 301.
- [11] Ogura K, Ohji K. FEM analysis of crack closure and delay effect in fatigue crack growth under variable amplitude loading[J]. Engng Fract Mech, 1977, 9(3): 471 ~ 480.
- [12] Fleck N A. Finite element analysis of plasticity-induced crack closure under plane strain conditions[J]. Engng Fract Mech, 1986, 25(3): 441 ~ 449.
- [13] Chermahini R G, Shivakumar K N, Newman J C, Jr *et al.* Three-dimensional aspects of plasticity-induced fatigue crack closure[J]. Engng Fract Mech, 1989, 34(3): 393 ~ 401.
- [14] Budiansky B, Hutchinson JW. Analysis of closure in fatigue crack growth [J]. ASME J Appl Mech, 1978, 45(2): 267 ~ 276.
- [15] Lo K K. Fatigue crack closure following a step-increase load[J]. ASME J Appl Mech, 1980, 47: (6) 811 ~ 815.
- [16] Newman J C, Jr. A crack-closure model for predicting fatigue-crack growth under aircraft spectrum loading[J]. ASTM STP, 1981, 748: 53 ~ 84.
- [17] Dugdale D S. Yielding of steel sheets containing slits[J], J Mech Phys Solids, 1960, 8(1): 100 ~ 104.
- [18] Wang J, Gao J X, Guo W L, *et al.* Effects of specimen thickness, hardening and crack closure for the plastic strip model[J], Theoret Appl Fracture Mech, 1998, 29(1): 49 ~ 57.
- [19] Guo W. Three-dimensional analyses of plastic constraint for through-thickness cracked bodies [J], Engng Fract Mech, 1999, 62(3): 383 ~ 407.
- [20] Newman J C, Jr, Bigelow C A, Shivakumar K N. Three-dimensional elastic-plastic finite-element analyses of constraint variations in cracked bodies [J]. Engng Fract Mech, 1993, 46(1): 1 ~ 13.
- [21] Daniewicz S R. A closed-form small-scale yielding collinear strip yield model for strain hardening materials [J]. Engng Fract Mech, 1994, 49(1): 95 ~ 103.

### 作者简介:



张田忠 男, 1974年12月生。西安交通大学固体力学专业博士研究生, 主要从事三维应力状态下材料的疲劳断裂理论研究和微纳米结构的微观力学行为分析。近期将开展智能材料的原子模型性能模拟研究。

Email: e974501@mailst.xjtu.edu.cn.



郭万林 男, 1960年10月生。西安交通大学教授, 博导, 96年国家杰出青年基金获得者。主要致力于疲劳断裂、复杂环境下结构三维破坏理论、飞机结构强度、弹塑性力学、先进材料的力学行为等方面的研究。Email: guowl@xjtu.edu.cn



徐 绯 女, 1970年10月生, 博士后。主要研究方向: 复杂环境的结构破坏, 断裂动力学、高温环境、冲击和高频疲劳破坏。

Email: xufei@xjtu.edu.cn