

# 基于分形维数的 SAR 图像纹理特征的提取

吴义兵, 宋建社, 王瑞花

(西安高技术研究所, 西安 710025)

**摘要:**提出了一种基于分数布朗运动模型提取 SAR 图像分形特征的方法,即沿不同方向,对功率谱密度运用线性拟合的方法计算方向分形维数,提取拟合线的斜率和截距信息,并将它们与图像的灰度信息结合起来构成一个多维特征向量组,然后利用 FCM 对 SAR 图像进行模糊聚类分割。实验结果表明,该方法能够较好地描述 SAR 图像的特征,具有良好的分割效果。

**关键词:**分形;分数布朗运动;SAR;C-均值模糊聚类

**中图分类号:**TN911.73

**文献标识码:**A

**文章编号:**1006-0707(2011)07-0074-04

合成孔径雷达<sup>[1]</sup>(synthetic aperture radar, SAR)成像机理完全不同于光学图像,它特有的相干斑噪声<sup>[2]</sup>严重地降低了图像的可读性,但却使图像含有了独特而丰富的纹理信息。同时,SAR 图像的纹理不仅会随着雷达系统的波长、分辨率以及入射角等的变化而变化,也会随着目标组成成分和背景特征排列状况的不同而变化,因此,SAR 图像的灰度及灰度空间所构成的纹理就是从图像中提取信息的主要依据,可以利用其对图像进行目标检测、分割与分类等操作<sup>[3]</sup>,所以,提取纹理特征对于 SAR 图像处理来说是关键的一步。

在众多描述纹理的参量中,纹理的粗糙程度是一种定性描述纹理的最直观的方式之一。纹理的粗糙程度与纹理结构的空重复周期有关。周期长意味着纹理粗糙;周期短意味着纹理细腻<sup>[4]</sup>。本文根据分形维数<sup>[5]</sup>(fractal dimension, FD)直观上与物体表面的粗糙程度相吻合的特性,利用分形<sup>[6]</sup>(fractal geometry, FG)的方法来提取 SAR 图像的纹理特征,并与图像的灰度统计信息一起构成特征向量组,然后利用 C 均值模糊聚类(fuzzy C-means clustering, FCM)的方法对 SAR 图像进行模糊聚类分割。

## 1 分形维数

### 1.1 分形

分形的概念是由美国数学家 Benoit B Mandelbrot 首先提出的。1967 年他在美国权威的《科学》杂志上发表了题为《英国的海岸线有多长?》的著名论文。1975 年,他创立了分形几何学,在此基础上,形成了研究分形性质及其应用的科学,称为分形理论(fractal theory, FT)。

分数维数是定量描述分形的基本参量,它是标度变换下的不变量<sup>[7]</sup>。在欧氏空间中,几何图形的维数是整数,而

在分形理论中的维数可以为分数值。早在 1919 年, Hausdorff 就提出了维数可以取分数的思想,并创立了 Hausdorff 测度和维数理论<sup>[8]</sup>。至今,这已成为分形维数测度理论的基础。

### 1.2 FBM 及其参数估计

Brownian 运动是由 Robert Brown 在研究悬浮于液体中微粒的不规则运动时提出的,分数布朗运动模型(fractional Brownian motion, FBM)是 Brownian 运动的推广。

FBM 定义<sup>[9]</sup>:给定指数  $H, 0 < H < 1$ , 概率空间  $(\Omega, A, P)$  上的随机过程  $X(t): (0, \infty) \rightarrow R$  称为指数  $H$  上的 FBM, 用  $B_H(t)$  表示, 如果:

1)  $X(0) = 0$ , 并且  $X(t)$  连续。

2) 对于任意  $t \geq 0$  及  $\tau > 0$ , 增量  $X(t + \tau) - X(t)$  服从均值是 0, 方差是  $\sigma^2 \tau^{2H}$  的正态分布  $N(0, \sigma^2 \tau^{2H})$ , 即

$$P\{X(t + \tau) - X(t) \leq x\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma\tau^{-H}}} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{u^2}{2\sigma^2\tau^{2H}}\right] du \quad (1)$$

式中  $H$  叫做 Hurst 指数, 当  $H = 1/2$  时, 就是典型布朗运动<sup>[10]</sup>。

在 FBM 的应用过程中, 一个非常重要的工作是指数  $H$  的估计, 因为图像表面的分形维数可以表示为

$$D = D_f + 1 - H \quad (2)$$

式中:  $D_f$  为图像表面的拓扑维数(当图像为曲线时,  $D_f = 2$ , 当图像为曲面时,  $D_f = 3$ ); 参数  $H$  可以在时域或者频域中估算得到。

Pentland 在文献[11]中发现 FBM 的 Fourier 功率谱  $P(f)$  正比于  $|f|^{-1-2H}$ , 其中  $f$  为频率, 即

$$P(f) \propto \frac{1}{|f|^{1+2H}} \quad (3)$$

式(3)两边取对数变换, 有

收稿日期: 2011-05-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61072141)

作者简介: 吴义兵(1984—), 男, 硕士研究生, 主要从事 SAR 图像目标分类识别研究;

宋建社(1954—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事信息系统分析和遥感图像处理研究。

$$\log\{P(f)\} = -(1 + 2H)\log|f| + b \quad (4)$$

式(4)可以改写成如下形式:

$$\log\{P(f)\} = k\log|f| + b \quad (5)$$

其中: $k$ 为拟合线斜率; $b$ 为拟合线截距。从而可以通过对 $\log\{P(f)\}$ 和 $\log|f|$ 在对数坐标系中进行最小二乘拟合估计出 $k$ 值。最后,根据分形维 $D$ 与指数 $H$ 的关系: $D = D_r + 1 - H$ ,得出分形维算式:

$$D = D_r + \frac{k}{2} + \frac{3}{2} \quad (6)$$

### 1.3 方向分形维数

早在1989年Keller<sup>[12]</sup>就指出单一的分形维不能准确区分不同的纹理区域,不同的纹理可能会有相同的分数维,这是由于纹理的粗糙度、纹理方向以及纹理的分布不均匀所产生的。因此在基于FBM求解分形维数的基础上,将分形维数推广到方向维上,即形成方向分形维数(directional fractal dimension,DFD)。具体实现过程如下:

首先,将 $[0, 2\pi]$ 均匀分成 $S$ 个子区间,即:

$$0 = \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_i < \dots < \theta_S = 2\pi \quad (7)$$

然后,对图像实施旋转变换,使图像旋转 $\theta_i$ ,进而可在式(5)的基础上加入方向因素,即

$$\log\{P_{\theta_i}(f)\} = k_{\theta_i}\log|f| + b_{\theta_i} \quad (8)$$

其中: $k_{\theta_i}$ 为拟合线斜率; $b_{\theta_i}$ 为拟合线截距。从而可以通过对 $\log\{P_{\theta_i}(f)\}$ 和 $\log|f|$ 在对数坐标系中进行最小二乘拟合估计出 $k_{\theta_i}$ 值,进而得出方向分形维算式:

$$D_{\theta_i} = D_r + \frac{k_{\theta_i}}{2} + \frac{3}{2} \quad (9)$$

在分形理论中,分形集质量 $M$ 与分形维 $D$ 的关系可以表示为

$$M(\varepsilon) = b\varepsilon^{d-D} \quad (10)$$

其中 $\varepsilon$ 为尺度。在对数坐标系中,指数项 $d - D$ 反映的是直线的斜率,前项系数 $b$ 反映的是直线的截距。而直线是由斜率和截距共同决定的,因此,对一个分形集而言,只研究它的分形维数 $D$ 是不全面的。分形维数是图像表面不规则程度的度量,它度量的是图像表面的复杂程度,但是它却不能度量这种复杂程度变化的快慢,而分形截距不仅反映了图像灰度曲面变化的快慢,并且还从另一个侧面反映了图像灰度表面的粗糙程度。鉴于此,本文同时提取方向分形特征和方向分形截距特征。

## 2 算法实现

### 2.1 特征选取

根据本文的方法计算方向分形特征和方向截距特征。首先将 $[0, 2\pi]$ 均匀分成8个子区间,分别计算这8个方向的分形维和截距特征,然后计算其方差和均值。这种做法不仅减少了冗余信息,提高了算法实现的时效性,而且加强了内部的联系。

纹理反映了图像的空间分布信息和结构信息,但是它不能直接反映图像的灰度特性,然而,事实表明,图像的灰度统

计特性对于图像的分割结果也具有很大的作用,因此,本文同时提取图像的灰度信息并与分形维和分形截距一起构成特征向量组。

图像的纹理是由基本的纹理单元及其相互联系表现出来的,孤立的像素不能反映出图像的纹理信息,图像的纹理特征由该像素和其周围像素相互关系来确定的,表现为一定的统计特性,因此需要使用一个移动的窗口来获取像素的一个邻域,然后提取该窗口图像的相关纹理特征。实验表明,窗口越小,程序的运行速度越快,但是提取的特征误差也相应增大;窗口越大,提取的特征也就越准确,但是程序的运行时间也就越长。权衡利弊,本文选取 $11 \times 11$ 的移动窗口。

### 2.2 算法流程

基于以上对SAR纹理特性和分形维数基本原理的分析。本文构造如下的算法来实现SAR图像纹理特征的提取与分割。

1) 读入一幅SAR图像,选择 $11 \times 11$ 的移动窗口,对窗口图像进行旋转操作:

$$f_{\theta_i}(m_1, m_2) = f\left(\begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}\right) \quad (11)$$

其中: $1 \leq m_1 \leq M_1$ ;  $1 \leq m_2 \leq M_2$ ;  $(M_1, M_2)$ 为图像的大小。

2) 沿 $X$ 轴方向计算 $f_{\theta_i}(m_1, m_2)$ 的一维离散FFT变换:

$$F_{\theta_i}(f_1, m_2) = \sum_{m_1=1}^{M_1} f_{\theta_i}(m_1, m_2) e^{-\frac{j2\pi f_1 m_1}{M_1}} \quad (12)$$

3) 沿 $Y$ 轴方向对一维功率谱求平均:

$$P_{\theta_i}(f) = \frac{1}{M_2} \sum_{m_2=1}^{M_2} |F_{\theta_i}(f_1, m_2)|^2 \quad (13)$$

4) 对于 $f_i \in [f_{\min}, f_{\max}]$ ,分别求出 $\log(P_{\theta_i}(f_i))$ 和 $\log(f_i)$ 。

5) 根据式(8),对 $\log(P_{\theta_i}(f_i))$ 和 $\log(f_i)$ 进行最小二乘拟合,可得到 $k(\theta_i)$ 和 $b(\theta_i)$ ,进而可以求出方向分形维数 $D(\theta_i)$ 。

6) 分别计算 $D(\theta_i)$ 、 $b(\theta_i)$ 的均值 $E(D(\theta_i))$ 和 $E(b(\theta_i))$ 、方差 $Var(D(\theta_i))$ 和 $Var(b(\theta_i))$ 以及灰度的均值 $E(f(x, y))$ 和方差 $Var(f(x, y))$ 。

7) 将步骤6中求得的特征向量结合起来构成6维特征向量组。

8) 对步骤7中6维特征向量组进行模糊 $C$ 均值聚类,形成分割图像。

## 3 实验结果及分析

### 3.1 特征提取

图1为某地区的SAR图像,从中可以看出该地区地形比较复杂(山地、水域、桥梁、公路、船只等)。本文选用此图来验证算法的有效性。

为了进一步说明算法的有效性,本文从图1中提取出4幅局部图,如图2所示。在图2中,将左上角图像记为I1,右上角图像记为I2,左下角图像记为I3,右下角图像记为I4,图

像的大小均为  $81 \times 81$ 。分别将设计的算法应用到 I1、I2、I3 和 I4。



图1 某地区 SAR 图像

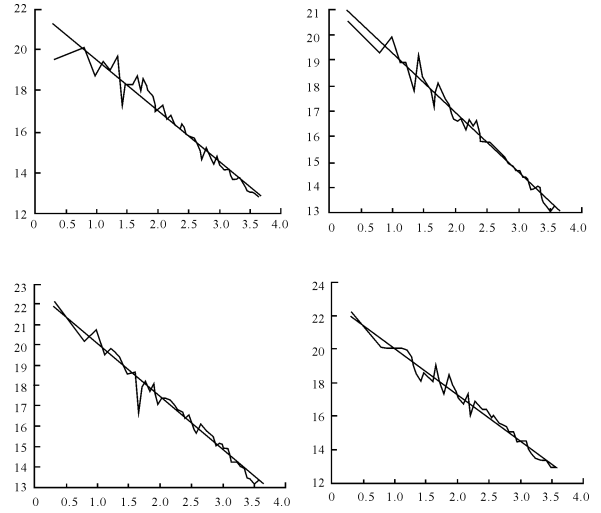


图4 功率谱密度和频率的拟合

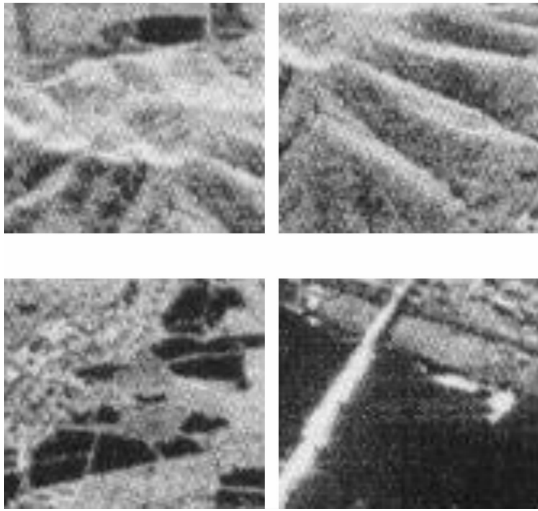


图2  $81 \times 81$  的局部图

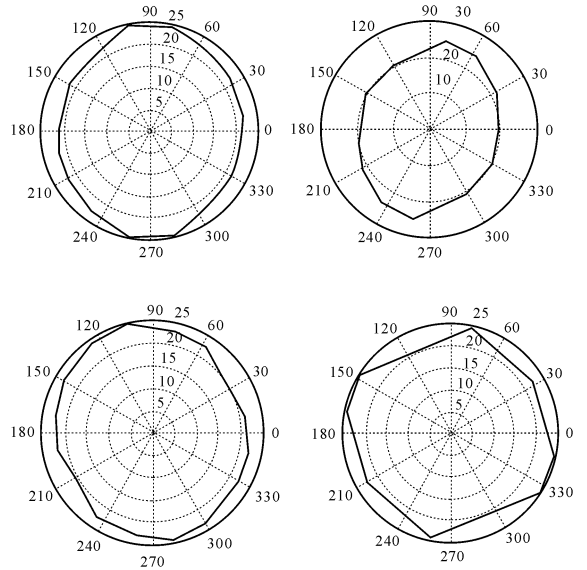


图5 极坐标下的分形截距

图3~图6分别是这4幅图像对应的  $0 \sim 2\pi$  上的直方图分布情况、功率谱密度和对应频率的线性拟合以及极坐标表示下的分形截距和分形斜率。

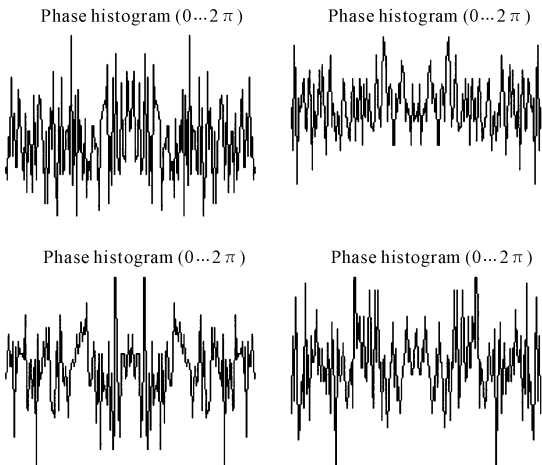


图3 相位直方图

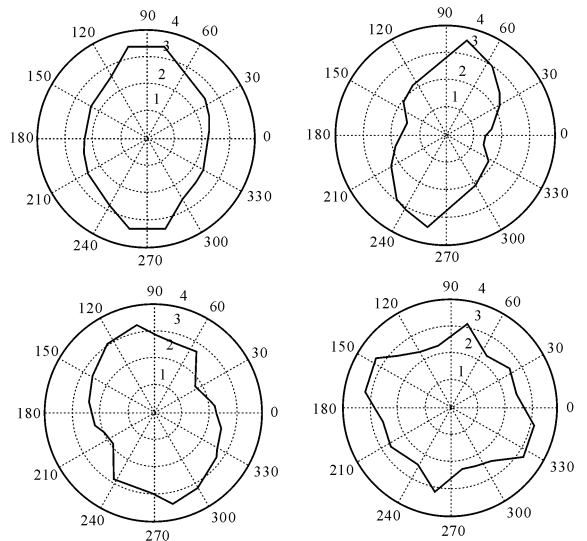


图6 极坐标下的分形斜率

表 1 分别列出了这四幅图像的纹理结构信息,其中:  $D0$  为斜率的均值;  $D1$  为分形维数的均值;  $D2$  为分形维数的方

差;  $D3$  为分形截距的均值;  $D4$  为分形截距的方差;  $D5$  为灰度的均值;  $D6$  为灰度的方差。

表 1 图像的纹理结构信息

	$D0$	$D1$	$D2$	$D3$	$D4$	$D5$	$D6$
I1	-2.498 2	2.250 9	0.440 2	22.047 3	1.375 5	154.643 0	45.615 9
I2	-2.351 1	2.324 4	0.649 9	21.652 1	2.046 1	143.488 6	42.287 6
I3	-2.616 9	2.191 5	0.451 5	22.690 8	1.432 7	129.213 8	52.443 1
I4	-2.775 7	2.112 2	0.402 3	22.872 9	1.389 7	95.538 9	60.092 0

从表 1 中可以看出 I1 和 I3 的分形维数  $D1$  的差距是最小的,但是从实际的图形可以看出两者差异比较明显,这也进一步说明如果仅仅使用分形维数作为特征提取的对象,势必会对分割或者分类的结果形成错误决策;同时,通过比较 I1 和 I3 的分形截距可以发现两者差异比较大,这也从另一个侧面反映了分形截距在特征提取中的作用;此外,比较 I3 和 I4 我们还可以发现两者的分形维数和分形截距信息差异都比较小,但是两者的灰度信息差异却比较大,这说明灰度信息也是纹理特征提取的一项重要指标。

### 3.2 图像分割

本文通过对图 1 的 SAR 图像进行分割来验证算法的有效性。首先通过  $11 \times 11$  的移动窗口来获取区域图像的纹理结构特征,即提取区域图像的  $D1 \sim D6$ ;然后将提取出的特征组成特征向量组,利用标准 FCM 算法来实现模糊聚类分割。初始聚类中心采用随机选择的方法来获取。图 7 反映的是不同聚类数目  $C$  下的分割效果。

比较 4 幅聚类效果图可以发现,不同的聚类数目下的分割结果差异比较大。当聚类数目为 3 时,分割结果是一个欠分割状态;当聚类数目为 5 和 6 时,分割结果是一个过分割状态;当聚类数目为 4 时,分割效果比较理想。

时间。通过比较可以看出聚类数目与程序执行的时间是正比关系,聚类数目越大,所需要的时间越长。

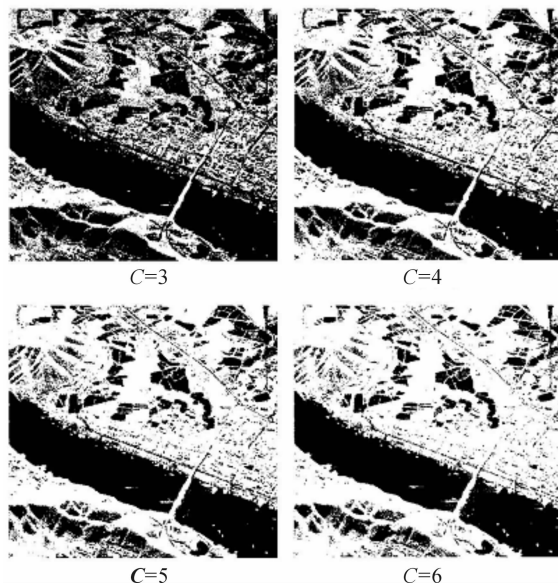


图 7 不同  $C$  下的聚类效果

表 2 显示的是不同聚类数目所对应的整个程序执行的

表 2 不同聚类数运行时间

聚类数	$C=3$	$C=4$	$C=5$	$C=6$
时间 $t/s$	14.958 518	32.691 376	40.210 593	73.052 114

## 4 结束语

本文提出了一种基于分数布朗运动模型提取 SAR 图像分形特征的方法。通过对 4 幅局部图像的实验表明,本文提出的算法具有较强的有效性,它可以进一步增加区域之间的差异性,从而使提取出来的特征具有多样性,这样更有利于区分不同的类别。但算法还存在一些问题有待进一步改进:聚类数目需要事先指定,而不能在算法执行过程中自动判

断,设计一个合理的有效性函数也许能够增强 FCM 算法的自动判断能力。

## 参考文献:

[1] 宋建社,郑永安,袁礼海.合成孔径雷达图像理解与应用[M].北京:科学出版社,2008:53-54.  
 [2] Henri Maître.合成孔径雷达图像处理[M].北京:电子工业出版社,2005:67-68. (下转第 84 页)