

文章编号: 1000-6893(2000)05-0417-04

# 轻型高精度卫星的变结构姿态控制器

王炳全, 崔祐涛, 杨 涤

(哈尔滨工业大学 航天工程与力学系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

## VARIABLE-STRUCTURE CONTROLLER OF SMALL SATELLITE FINE ATTITUDE

WANG Bing-quan, CU I Hu-tao, YANG Di

(Department of Aerospace and Mechanics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**摘 要:** 针对某些小卫星高指向精度和高稳定精度的姿态控制要求, 设计了能克服反作用轮转速过零扰动的变结构姿态控制器, 并对反作用轮转速过零时低速摩擦对卫星姿态产生扰动的机理进行了分析, 建立了仿真反作用轮低速摩擦动力学模型。同 PD 控制器相比, 该变结构姿态控制器能有效抑制反作用轮的低速摩擦影响, 并具有良好的鲁棒性。数学仿真进一步证明了该变结构姿态控制器的有效性, 其指向精度和稳定精度分别可达 0.3 和 0.001 %。

**关键词:** 小卫星姿态控制; 反作用轮低速摩擦; 变结构控制

**中图分类号:** V 448.222 **文献标识码:** A

**Abstract** In this paper, a small satellite fine attitude control system is analyzed and designed. This attitude control system consists of 3 orthogonal reaction wheels, whose low-speed friction disturbs small satellites attitude pointing accuracy and stabilization. A mathematical model of the low-speed friction used in simulation is presented in this paper, and a variable-structure attitude controller is designed to suppress this disturbance. Independent of the friction model, the variable-structure controller avoids the difficulty to get an accuracy model, and is more robust. Furthermore, compared with PD controller, it resolves the disturbance of the low-speed friction to attitude, and greatly improves small satellites attitude pointing accuracy and stability. Finally, the simulation results prove that the variable-structure controller can provide the pointing accuracy of 0.3 ° and the stability of 0.001 %.

**Key words:** small satellite attitude control; reaction wheels low-speed friction; variable-structure control

姿态控制与稳定系统是发展现代小卫星平台的关键技术<sup>[1]</sup>。3 个轻型反作用轮正交安装组成的姿态控制系统具有结构简单、成本低、精度高和机动灵活等特点, 可满足如立体测绘等某些高性能小卫星的任务要求。但反作用轮转速过零时, 由于摩擦力矩相对控制力矩较大, 会对卫星姿态产生较大的影响, 因此, 为使这一控制技术得以实际应用, 必须对反作用轮转速过零时低速摩擦产生的扰动进行有效抑制。关于反作用轮低速摩擦特性的补偿问题, 国内外学者已进行了一定的研究。目前存在以下 3 种解决方案: 在反作用轮输入端加入与转速同且幅值等于库仑摩擦力矩的补偿信号, 以减小摩擦影响, 但由于库仑摩擦只是理想化模型与实际情况并不相符, 且需要精确测量转速换向时刻, 因此该方法在实际中很难奏效; 引入反作用轮转速反馈, 该方法能在一定程度上克服低速摩擦影响, 且效果随反馈系数的增大而

变好, 但当反馈系数过大时会出现极限环振荡, 且功耗较大; 当反作用轮转速较低时在其输入端叠加一小幅值正弦振颤信号, 将摩擦特性谐波线性化, 以改善姿态控制性能<sup>[2]</sup>。与上述几种方法不同, 本文结合某型立体测绘小卫星, 姿态控制系统设计的角度采用变结构控制方法来抑制低速摩擦影响。

## 1 反作用轮低速摩擦对姿态的扰动

### 1.1 反作用轮低速摩擦模型

被轴承支撑着的反作用轮除受飞轮电机电磁驱动力矩外, 还受轴承摩擦力矩影响, 二者合力矩支配着反作用轮的转动, 该合力矩的反作用力矩即为反作用轮对星体的控制力矩。姿态控制器欲施加的控制力矩仅是其中一部分, 即电磁驱动力矩的反作用力矩, 其间关系为

$$T_R = T_c + T_f \quad (1)$$

其中:  $T_R$  为星体受到实际控制力矩;  $T_c$  为姿态控制器根据姿态偏差产生控制力矩;  $T_f$  为摩擦力矩。

在油膜润滑滚珠轴承支持的反作用轮系统中,虽滚珠与相邻导轨间存在滚动运动,但摩擦学与润滑理论研究表明:反作用轮所受摩擦主要为滑动摩擦,摩擦力矩与转速关系如图1所示<sup>[3]</sup>。

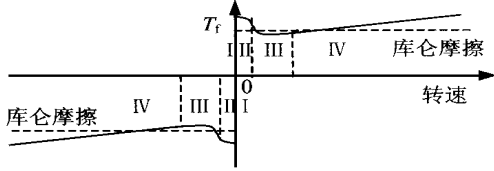


图1 表征摩擦力矩与转速关系的 Stribeck 曲线

如图1所示,摩擦特性可分为4个区: I 为静摩擦区; II 为边界摩擦区; III 为半润滑区; IV 为全润滑区。在静摩擦区由于接触面的凹凸不平导致不发生相对滑动,摩擦力矩由接触面弹性变形引起,表现为静摩擦力矩,此外弹性变形引起的预滑动将产生转速反向时的迟滞效应,该效应有利于减缓摩擦力矩的突变性。当外力矩增大至一定程度,接触面弹性变形超出其极限,弹性约束被破坏,发生相对滑动进入边界摩擦区,由于此时滑动速度很低不能形成润滑油膜,因此摩擦力矩主要由固体接触面间的摩擦产生。随着反作用轮转速进一步增加,在接触面间形成部分润滑油膜进入半润滑区,导致摩擦力矩减小,产生所谓的 Stribeck 效应。当反作用轮转速增大至一定程度后,接触面间形成完全的润滑油膜,固体表面不再发生直接接触,进入全润滑区,此时摩擦力矩表现为粘性摩擦力矩,随转速的增加而增大。由于形成摩擦的原因比较复杂,随着接触面材料、接触方式、加工工艺和润滑介质、润滑方式等不同,摩擦特性将不同,因此目前只能采用实验手段获得 Stribeck 曲线。摩擦补偿与控制的研究进一步表明<sup>[4]</sup>,摩擦力矩在静摩擦区和边界摩擦区特性与所采用的控制方式密切相关,如最大静摩擦力矩随着在静摩擦区停留时间的增长而增大,若控制作用的引入能增加系统刚性,将减小停留时间,使最大静摩擦力矩停留在库仑摩擦的水平上。

通常反作用轮在姿态控制器作用下工作在零转速附近,并出现对零转速的穿越,因此摩擦特性主要表现为迟滞效应和库仑摩擦形成的低速摩擦,可用美国学者 Dahl 提出的 Dahl 模型来表征<sup>[2]</sup>,该模型已被美国“陆地卫星D”<sup>[5]</sup>姿态控制系统设计所采用;此外,粘性摩擦形成的转速反馈对反作用轮动态特性有一定影响。当考虑粘性摩擦和 Dahl 模型表征的低速摩擦时,反作用轮摩擦模型如图2所示。

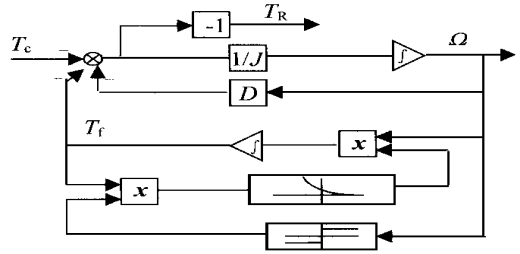


图2 反作用轮低速摩擦模型

图2中各参数的意义及取值如表1所示。

表1 某型号轻型反作用轮的性能指标

参数	值	单位
最大角动量 $h$	1.00	$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$
转动惯量 $J$	0.0038	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
粘性摩擦系数 $D$	0.0009	$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$
轴承静止斜坡参数 $\beta$	12 200	$(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad})^{-1}$
库仑摩擦力矩 $T_{f0}$	0.003	$\text{N} \cdot \text{m}$
最大转速	$\pm 2500$	$\text{r/min}$

## 1.2 扰动现象分析

根据图2所示反作用轮的低速摩擦模型,摩擦力矩与转速满足

$$\begin{bmatrix} \dot{\Omega} \\ \dot{T}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J^{-1}(T_f + D\Omega + T_c) \\ \beta\Omega(T_f \text{sign}(\Omega) - T_{f0})^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中:  $\Omega$  表示反作用轮转速;  $\text{sign}(\cdot)$  表示符号函数。上式的右端含有非连续的符号函数,为后面分析的方便,将符号函数用其近似的解析式来替代。Junkins 等认为<sup>[2]</sup>,带参数双曲函数可作为符号函数的较为简单和精确的近似,即

$$\text{sign}(\Omega) = \tanh\left(\frac{\Omega}{1 - \alpha}\right) \quad (3)$$

其中:  $\alpha$  为参数,满足  $0 < \alpha < 1$ 。通过实验和仿真结果对比发现,  $\alpha = 0.88$  可获得比较好的近似。将式(3)代入式(2),得到如下的连续形式

$$\begin{bmatrix} \dot{\Omega} \\ \dot{T}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J^{-1}(T_f + D\Omega + T_c) \\ \beta\Omega\left(T_f \tanh\left(\frac{\Omega}{1 - \alpha}\right) - T_{f0}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

在平衡点  $\Omega = T_f = 0$  处将式(4)展开如下

$$\begin{bmatrix} \dot{\Omega} \\ \dot{T}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J^{-1}D & -J^{-1} \\ \beta T_{f0}^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega \\ T_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -J^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} T_c + \Psi(x) \quad (5)$$

这里,令  $x = [\Omega, T_f]^T$ ,  $\Psi(x)$  表示高阶小量。根据非线性系统稳定性理论<sup>[6]</sup>,由于  $\lim_{|x| \rightarrow 0} |\Psi(x)| / |x| = 0$ ,因此式(5)线性部分的稳定性决定了  $\Omega = T_f = 0$  是式(4)的稳定平衡点,这表明低速摩擦具有

捕获反作用轮转动并使之趋于静止的特性。

可见, 在 PD 姿态控制器作用下反作用轮转速过零时, 低速摩擦特性形成的稳定平衡点将产生吸引作用, 捕获反作用轮转动, 使之趋向静止。若此时姿态偏差较小, PD 姿态控制器将对反作用轮产生较小控制输入, 不足以挣脱上述平衡点的吸引作用, 结果将使反作用轮在有控制输入时不能对星体输出有效的控制作用, 从而使姿态偏差进一步加大, 直至足够大。从而对姿态产生较大的影响, 这将在仿真结果中看到。

## 2 变结构姿态控制器的设计

在反作用轮控制作用下, 体坐标系中星体动力学方程可写成如下向量形式

$$I\dot{\omega} = N - \dot{h} - \omega \times H, H = I\omega + h \quad (6)$$

其中:  $\omega$  表示星体角速度;  $I$  表示含反作用轮质量在内的星体转动惯量矩阵;  $N$  表示外部作用力矩;  $H$  表示反作用轮与星体组成系统的总角动量;  $h = J\Omega$  表示反作用轮相对体坐标系的角动量。若 3 个反作用轮沿体坐标轴正交安装, 则有

$$\dot{h} = -T_R \quad (7)$$

对地三轴稳定卫星常选取轨道坐标系为参考坐标系, 用欧拉角描述星体姿态。在小角度近似下, 相应运动学方程标量形式为

$$\omega = \dot{\varphi} - \omega\psi, \dot{\omega} = \dot{\theta} - \omega, \dot{\omega} = \dot{\psi} + \omega\varphi \quad (8)$$

其中:  $\varphi$  表示滚角;  $\theta$  表示俯仰角;  $\psi$  表示偏航角;  $\omega$  表示轨道角速度。

从前面分析知, 为实现高指向精度和高稳定精度控制, 必须有效解决反作用轮低速摩擦影响, 考虑到摩擦模型难于精确获得, 采用变结构控制理论设计姿态控制器, 利用其固有对干扰和模型不确定的鲁棒性<sup>[7]</sup>。选取如下形式的滑动流型

$$s = x + k\dot{x} \quad (9)$$

其中:  $s$  表示滑动流型;  $x = [\varphi \ \theta \ \psi]^T$ ,  $k = \text{diag}(k_\varphi \ k_\theta \ k_\psi)$  为正定正常数矩阵。为减小到达滑动流型时的冲击, 采用如下形式的到达规律

$$\dot{s} = -gs - \epsilon \text{sign}(s) \quad (10)$$

其中:  $g = \text{diag}(g_\varphi \ g_\theta \ g_\psi)$ ,  $\epsilon = \text{diag}(\epsilon_\varphi \ \epsilon_\theta \ \epsilon_\psi)$  均为正定正常数矩阵。结合式(6)~式(10), 不难得到

$$T_R = -\dot{h} = -Ik^{-1}\dot{x} - Ik^{-1}gs - Ik^{-1}\epsilon \text{sign}(s) - N + \omega \times H - IBx \quad (11)$$

其中:  $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \omega \\ 0 & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 。再根据图 2 所示低速摩擦模型知, 为获得式(11)所示控制力矩, 应在反作用轮输入端施加控制信号

$$T_c = - (I_0k^{-1} + I_0g)\dot{x} - (I_0k^{-1}g + D_0J_0^{-1}I_0k^{-1} + D_0J_0^{-1}I_0g)x - (D_0J_0^{-1}I_0k^{-1}g) x dt - I_0k^{-1}\epsilon \text{sign}(s) -$$

$$D_0J_0^{-1}I_0k^{-1}\epsilon \text{sign}(s) dt - N + \omega \times H -$$

$$IBx - \Phi(x, \dot{x}, s, \Delta I, \Delta D, \Delta J) - T_f \quad (12)$$

其中:  $D_0 = D - \Delta D$ ,  $J_0 = J - \Delta J$ ,  $I_0 = I - \Delta I$  表示设计值;  $\Delta I$ ,  $\Delta D$ ,  $\Delta J$  表示设计值与真值的偏差;  $\Phi(x, \dot{x}, s, \Delta I, \Delta D, \Delta J)$  表示偏差带来的附加项。记

$$\Gamma(x, \dot{x}, s, H, N, T_f, \Delta I, \Delta D, \Delta J) = N - \omega \times H + IBx + \Phi(x, \dot{x}, s, \Delta I, \Delta D, \Delta J) + T_f$$

整星的零动量情况下,  $\Gamma(x, \dot{x}, s, H, N, T_f, \Delta I, \Delta D, \Delta J)$  较小, 通过适当选取  $\epsilon$  值, 可使得

$$(I_0k^{-1}\epsilon)_i > \sup |\Gamma_i(x, \dot{x}, s, H, N, T_f, \Delta I, \Delta D, \Delta J)| \quad (13)$$

其中:  $(\bullet)_i$  表示向量  $(\bullet)$  的第  $i$  个分量。因此选用如下控制律

$$T_c = - (I_0k^{-1} + I_0g)\dot{x} - (I_0k^{-1}g + D_0J_0^{-1}I_0k^{-1} + D_0J_0^{-1}I_0g)x - (D_0J_0^{-1}I_0k^{-1}g) x dt - I_0k^{-1}\epsilon \text{sign}(s) -$$

$$D_0J_0^{-1}I_0k^{-1}\epsilon \text{sign}(s) dt \quad (14)$$

可保证星体姿态在模型存在不确定性时仍按指数规律到达滑动流型, 再沿滑动流型渐进趋向原点。

在控制律具体实现时, 为减小开关项带来的颤, 用如下饱和特性取代开关项<sup>[7]</sup>

$$\text{sat}(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i > \delta \\ s_i/\delta, & |s_i| \leq \delta \\ -1, & s_i < -\delta \end{cases} \quad (15)$$

考虑到反作用轮力矩不能超过最大值  $T_{\max}$ , 将控制律进一步修改为

$$T_{ci} = \begin{cases} T_{\max}, & T_{ci} > T_{\max} \\ T_{ci}, & |T_{ci}| \leq T_{\max} \\ -T_{\max}, & T_{ci} < -T_{\max} \end{cases} \quad (16)$$

## 3 数学仿真及结果分析

某型立体测绘小卫星设计参数如表 2 所示, 变结构姿态控制器参数为:  $k = \text{diag}(0.06 \ 0.06 \ 0.06) \text{ s}$ ;  $g = \text{diag}(0.02 \ 0.02 \ 0.02) \text{ s}^{-1}$ ;  $\epsilon =$

diag(0.03 0.03 0.03) rad/s,  $\delta = 0.01$ 。

表2 某型立体测绘小卫星的设计参数

参数	值	单位
滚动轴转动惯量 $I_{Ox}$	26.8	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$
俯仰轴转动惯量 $I_{Oy}$	29.4	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$
偏航轴转动惯量 $I_{Oz}$	20.8	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$
反作用轮设计参数 $D\omega\dot{\theta}^{-1}$	1.0	$(\text{s}\cdot\text{rad})^{-1}$
轨道角速度 $\omega$	0.001	$\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

数学仿真时,采用图2和表1所示反作用轮低速摩擦模型,初始姿态取为:  $\varphi = 0.12\%$ ;  $\theta = -0.1\%$ ;  $\psi = -0.08\%$ ;  $\varphi = 0.1^\circ$ ;  $\theta = 0.1^\circ$ ;  $\psi = 0.1^\circ$ ; 并采用如下形式的扰动力矩模型

$$\left. \begin{aligned} T_{dx} &= A_0(3\cos\omega t + 1) \\ T_{dy} &= A_0(1.5\sin\omega t + 3\cos\omega t) \\ T_{dz} &= A_0(3\sin\omega t + 1) \end{aligned} \right\} (17)$$

其中:幅值  $A_0 = 10^{-4} \text{N}\cdot\text{m}$ ;  $\omega$  表示轨道角速度。

分别采用PD控制器和变结构控制器进行数学仿真,并且用于变结构控制器设计的星体转动惯量具有30%的误差。由于篇幅有限,仅将滚动通道结果列出(图3),其它通道结果与此类似。

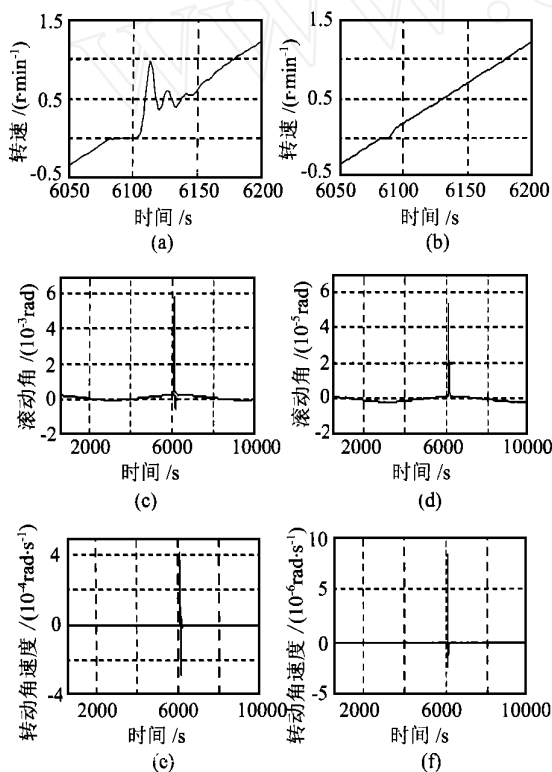


图3 滚动通道的仿真结果对比

- (a) PD控制的转速; (b) 变结构控制的转速;  
(c) PD控制的滚动角; (d) 变结构控制的滚动角;  
(e) PD控制的滚动角速度; (f) 变结构控制的滚动角速度

由仿真结果可知:

(1) 在PD姿态控制器作用下,当反作用轮转速过零时,低速摩擦捕获其转动多达几十秒,并

使其转速曲线产生较大波动,致使稳定度高达零点几度每秒,远超出0.001%的设计要求;

(2) 改用本文提出的变结构姿态控制器,将反作用轮转速过零时被捕获时间缩短为几秒,且大大减小了转速曲线波动,指向精度和稳定度提高了几十倍,优于0.3和0.001%的设计指标;

(3) 在星体转动惯量具有30%误差和反作用轮设计参数与真值有较大偏差情况下,变结构姿态控制器仍能实现预定控制要求,具有良好的鲁棒性。

## 参考文献

- [1] Stadin S R, Davis R W. The small satellite revolution-back to the future[R]. IAFA-93-U, 1993.
- [2] John B S J. Reaction wheel low-speed compensation using a dither signal[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1993, 16(4): 617-622.
- [3] Armstrong B. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction[J]. Automatica, 1994, 30(7): 1083-1138.
- [4] Armstrong B, Amin B. PD control in the presence of static friction: a comparison of algebraic and describing function analysis[J]. Automatica, 1996, 32(5): 679-692.
- [5] Iwens R P, Bernier G E, et al. Design study for LANDSAT-D attitude control system[R]. N77-24171, 1977.
- [6] 曾葵铨. 李雅普诺夫直接法在自动控制中的应用[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1985. 120-128.
- [7] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1996. 211-225.

## 作者简介:



王炳全 1971年8月生,现为哈尔滨工业大学博士研究生。主要研究方向为:现代小卫星姿态控制理论与应用研究, Kalman 滤波理论及其在空间飞行器姿态估计中的应用研究,一体化仿真技术研究。



崔祜涛 1970年生,博士,哈尔滨工业大学航天工程与力学系讲师。主要研究方向为:TF/TA飞行器轨迹规划轨迹跟踪设计理论与应用研究,多变量控制理论及其在航天控制中的应用研究,BTT导弹控制技术研究等。



杨尧 1938年生,教授,博士生导师,长期从事航空宇航方面的科学研究,主要方向为:现代小卫星姿态控制理论研究,BTT导弹控制技术研究,多变量控制理论及其在航天控制中的应用研究,大挠性充液卫星非线性控制技术等等。