

无需角速度的含通信时延卫星编队飞行自适应姿态 协同跟踪控制

胡庆雷¹ 周稼康¹ 马广富¹

摘要 针对编队卫星姿态协同跟踪控制中存在相异星间通信时变时间延迟的问题, 提出了采用一阶滤波器来设计含通信时延的输出反馈控制器, 并通过引入参数在线自适应辨识技术, 以实现利用卫星姿态误差信息来实现对卫星的转动惯量进行在线估计. 对于系统稳定性的分析, 通过构造一新型 Lyapunov 函数, 证明该控制器不仅能够有效地克服通信时间延迟对编队系统协同性的影响, 同时可论证无需角速度信息反馈的闭环系统的有界稳定性. 最后, 将提出的算法应用于只需要角速度信息反馈的卫星编队飞行的协同控制, 仿真结果表明该方法的可行性与有效性, 具有实际的应用前景.

关键词 卫星编队飞行, 姿态协同, 输出反馈, 通信时延

DOI 10.3724/SP.J.1004.2012.00462

Angle Velocity Free Attitude Synchronization Adaptive Tracking Control for Satellite Formation Flying with Time-varying Delays

HU Qing-Lei¹ ZHOU Jia-Kang¹ MA Guang-Fu¹

Abstract An output feedback structured attitude synchronization tracking control law has been developed for satellite formation flying without using explicit absolute angular velocity or relative angular velocity feedback, in which the unknown communication non-uniform various time-delays and inertia matrix are explicitly considered. More specifically, the controller structure includes a low-pass linear filter state which is derived without explicit differentiation of attitude to synthesize angular velocity-like signals, and an adaptive updating law is also involved to identify the satellite inertia matrix such that no knowledge of the inertia of the satellites in formation is required a priori. The associated stability proof is constructive and accomplished by the development of a novel Lyapunov function candidate which proves the formation systems' bounded stability. Simulation results are presented to demonstrate the effectiveness of the control law.

Key words Satellite formation flying, attitude cooperative, output feedback, communication time-delay

随着空间技术的发展, 多颗卫星编队构成一个整体实现各种空间任务的要求, 可以突破单颗卫星的功能局限性. 同时为了获取对观测目标更广范围、更多角度的探测, 需要对卫星间的相对姿态进行协调控制^[1-2].

在编队卫星系统的实用中, 由于个体间通信线路的过载、信息交互的不对称性及通信设备物理特性对信息传递速度的限制, 不可避免地出现通信时间延迟现象, 影响整体系统的稳定性. 文献 [3] 针对无向拓扑结构的分布式系统, 利用线性矩阵不等式给出了时变时间延迟的最大值限制及其变化率范围.

在此基础上, 文献 [4] 考虑有向时滞拓扑结构的稳定性分析. Yu 等^[5] 基于矩阵分析针对二阶线性分布式系统一致性问题有向拓扑结构时间延迟问题进行研究, 并且给出了定常时间延迟的最大值限制. 文献 [6] 对二阶线性系统的位置及速度进行一致性协同控制, 其中, 不仅考虑通信链路的时间延迟, 而且考虑到系统本身状态信息延迟反馈. 然而, 这些研究均是线性控制系统的研究, 而卫星姿态运动学及动力学方程均有其特殊的非线性, 上述线性系统的控制分析方法很难推广到姿态的分布式协同控制中.

进一步考虑编队卫星的实际应用中, 当系统出现角速度传感器故障或者为了节省成本采用无角速度传感器配置方案时, 编队卫星需采用仅利用卫星姿态信息的输出反馈控制, 达到对期望目标的跟踪及相对姿态的协同控制. 文献 [7] 在文献 [8] 研究成果的基础上, 针对每颗卫星及每一对相互通信的卫星, 分别引入结构类似于四元数姿态模型的辅助动力学系统, 利用辅助系统与绝对姿态误差及相对姿态误差的差值, 设计了无需绝对角速度及相对角速度信息的输出反馈控制器. 此外, 文献 [9] 在文献 [8]

收稿日期 2011-03-30 录用日期 2011-10-13
Manuscript received March 30, 2011; accepted October 13, 2011
国家自然科学基金 (61174200, 61004072), 高等学校博士学科点专项
科研基金 (20102302110031) 资助
Supported by National Natural Science Foundation of China
(61174200, 61004072) and Doctoral Program Foundation of In-
stitutions of Higher Education of China (20102302110031)
本文责任编辑 崔平远
Recommended by Associate Editor CUI Ping-Yuan
1. 哈尔滨工业大学控制科学与工程系 哈尔滨 150001
1. Department of Control Science and Engineering, Harbin
Institute of Technology, Harbin 150001

的研究基础上, 由双辅助动力学系统的设计扩展为设计单个辅助动力学系统, 同样可以使编队系统姿态及角速度相对其期望值协同达到全局渐近稳定, 从而减低了控制系统的阶数. 文献 [10] 针对动力学的拉格朗日方程表述形式设计基于无源性的姿态跟踪输出反馈设计; 文献 [11] 在此基础上对卫星姿态调节问题设计抗输入饱和的协同控制器; 文献 [12] 将文献 [11] 中的方法用于四元数表示的姿态模型, 并使编队系统姿态及角速度协同收敛于期望值. 然而, 目前未见到在考虑通信时间延迟对分布式编队控制系统影响的情况下, 对其设计输出反馈控制器并进行稳定性分析的研究成果. 文献 [13] 针对单颗刚体卫星的姿态跟踪问题涉及输出反馈控制器, 首先, 采用基于模型的二阶观测器对卫星的角速度信息进行估计, 从而设计了第一种输出反馈控制器, 进而考虑到基于模型的观测器计算量较大, 对星载计算机压力较大, 又提出了利用四元素误差信息对角速度误差信息进行估计的一阶滤波器, 从而设计了第二种输出反馈控制器, 并给出了第二种控制跟踪系统指数稳定的充分条件.

基于上述研究, 本文针对编队卫星姿态协同跟踪控制问题, 考虑星与星间通信的时间延迟问题, 在文献 [14] 的研究基础上, 给出了无需绝对角速度及相对角速度信息的输出反馈姿态协同跟踪控制器的设计方法. 同时, 通过引入参数在线自适应辨识技术, 利用卫星姿态误差信息来实现对卫星的转动惯量进行在线估计. 并证明了系统协同收敛于时变的期望姿态及角速度的有界稳定性.

1 卫星编队姿态运动学与动力学模型

考虑第 i 个从星相对于惯性系的姿态动力学和运动学, 假设 J_i 为转动惯量 ($i = 1, 2, \dots, n$), $\boldsymbol{\omega}_i$ 为星体相对于惯性系角速度矢量, $\bar{\boldsymbol{q}}_i = [q_{0i} \quad \boldsymbol{q}_i^T]^T$ 为星体相对于惯性系姿态四元数, 且 \boldsymbol{q}_i 为其矢量部分, q_{0i} 为其标量部分, 且定义 $\bar{\boldsymbol{q}}_i^*$ 为四元数的逆, 定义为: $\bar{\boldsymbol{q}}_i^* = [q_{0i} \quad -\boldsymbol{q}_i^T]^T$, $\boldsymbol{\tau}_i$ 为控制力矩, \boldsymbol{d}_i 为外部干扰力矩. 另外, 给出误差四元数及误差角速度的定义: $\bar{\boldsymbol{q}}_{ei} = \bar{\boldsymbol{q}}_{di}^* \bar{\boldsymbol{q}}_i$, $\boldsymbol{\omega}_{ei} = \boldsymbol{\omega}_i - C_{ei} \boldsymbol{\omega}_{di}$, 其中, $\bar{\boldsymbol{q}}_{di}$, $\boldsymbol{\omega}_{di}$ 为期望的姿态四元数及角速度, C_{ei} 为从期望坐标系到星 i 本体坐标系的状态转移矩阵. 由文献 [15] 可知, 误差四元数及误差角速度仍然满足文献 [7-9, 14] 描述的卫星编队姿态运动学方程, 即有:

$$\dot{\bar{\boldsymbol{q}}}_{ei} = -\frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{ei}^\times \bar{\boldsymbol{q}}_{ei} + \frac{1}{2} q_{0ei} \boldsymbol{\omega}_{ei} \quad (1a)$$

$$\dot{\boldsymbol{q}}_{ei} = -\frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{ei}^T \boldsymbol{q}_{ei} \quad (1b)$$

$$J_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ei} = \boldsymbol{\tau}_i - [\boldsymbol{\omega}_{ei} + (C_{ei} \boldsymbol{\omega}_{di})]^\times J_i [\boldsymbol{\omega}_{ei} + (C_{ei} \boldsymbol{\omega}_{di})] -$$

$$J_i [C_{ei} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{di} - \boldsymbol{\omega}_{ei}^\times C_{ei} \boldsymbol{\omega}_{di}] + \boldsymbol{d}_i \quad (1c)$$

其中, $\begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{bmatrix}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -s_z & s_y \\ s_z & 0 & -s_x \\ -s_y & s_x & 0 \end{bmatrix}$ 为叉乘算子令矩阵

$$A(\bar{\boldsymbol{q}}_{ei}) = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{q}_{ei}^T \\ q_{0ei} I_3 + \boldsymbol{q}_{ei}^\times \end{bmatrix}$$

则有 $\dot{\bar{\boldsymbol{q}}}_{ei} = \frac{1}{2} A(\bar{\boldsymbol{q}}_{ei}) \boldsymbol{\omega}_{ei}$, 并且有 $A^T(\bar{\boldsymbol{q}}_{ei}) \cdot A(\bar{\boldsymbol{q}}_{ei}) = I_3$.

至此, 在后续的研究中, 将采用式 (1) 描述的卫星编队姿态方程来进行控制系统的设计研究.

2 无需角速度信息的姿态协同跟踪控制器设计

首先, 由文献 [13] 设计如下滤波器:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i = -(\boldsymbol{x}_i + \lambda_i \bar{\boldsymbol{q}}_{ei}) \quad (2a)$$

$$\boldsymbol{z}_i = \boldsymbol{x}_i + \lambda_i \bar{\boldsymbol{q}}_{ei} \quad (2b)$$

其中, $\lambda_i > 0$, \boldsymbol{x}_i 为滤波器的状态变量, \boldsymbol{z}_i 为滤波器的输出变量. 由于卫星模型的不确定性, 在此定义参数 $\boldsymbol{\eta}_i$ 为

$$\boldsymbol{\eta}_i = [(J_i)_{11} \quad (J_i)_{12} \quad (J_i)_{13} \quad (J_i)_{22} \quad (J_i)_{23} \quad (J_i)_{33}]^T \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\eta}}_i &= \hat{\boldsymbol{\eta}}_i(0) + \\ &2 \int_0^t \left[\Lambda_i \frac{d \left(W_i^T (\boldsymbol{q}_{ei}^\times + q_{0ei} I_3)^{-1} \right)}{ds} \boldsymbol{q}_{ei} \right] ds - \\ &2 \Lambda_i W_i^T (\boldsymbol{q}_{ei}^\times + q_{0ei} I_3)^{-1} \boldsymbol{q}_{ei} - \\ &\Lambda_i W_i^T A^T(\bar{\boldsymbol{q}}_{ei}) \boldsymbol{z}_i(0) + \beta_i \int_0^t \Lambda_i W_i^T \boldsymbol{q}_{ei} ds - \\ &\theta_i \int_0^t \Lambda_i W_i^T \left[\frac{d(A^T(\bar{\boldsymbol{q}}_{ei}))}{ds} \boldsymbol{z}_i \right] ds + \\ &\Lambda_i W_i^T A^T(\bar{\boldsymbol{q}}_{ei}) \boldsymbol{z}_i + 2 \Lambda_i W_i^T (\boldsymbol{q}_{ei}^\times + q_{0ei} I_3)^{-1} \boldsymbol{q}_{ei}(0) \end{aligned} \quad (3b)$$

其中, $\hat{\boldsymbol{\eta}}_i$ 为根据姿态误差及滤波器输出对模型参数 $\boldsymbol{\eta}_i$ 的在线估计值, Λ_i 是正定加权矩阵, ε_i 为正常数, 令 $W_i = (C_{ei} \boldsymbol{\omega}_{di})^\times L(C_{ei} \boldsymbol{\omega}_{di}) + L(C_{ei} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{di})$, 并且矩阵 $L(x)$ 具有如下形式:

$$L(x) = \begin{bmatrix} (x)_1 & (x)_2 & (x)_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (x)_1 & 0 & (x)_2 & (x)_3 & 0 \\ 0 & 0 & (x)_1 & 0 & (x)_2 & (x)_3 \end{bmatrix}$$

故根据式 (3) 及式 (4), 选取编队卫星 i 的控制律为

$$\boldsymbol{\tau}_i = W_i \hat{\boldsymbol{\eta}}_i - k_i^p \boldsymbol{q}_{ei} k_i^d A^T(\bar{\boldsymbol{q}}_{ei}) \boldsymbol{z}_i -$$

$$\sum_{j=1}^n k_{ij}^p (\mathbf{q}_{ei} - \mu_{ij} R_{ij}^{T_{ij}} \mathbf{q}_{ej} (t - T_{ij})) - \sum_{j=1}^n k_{ij}^d (A^T (\bar{\mathbf{q}}_{ei}) \mathbf{z}_i - \alpha_{ij} R_{ij}^{T_{ij}} A^T (\bar{\mathbf{q}}_{ej} (t - T_{ij})) \times \mathbf{z}_j (t - T_{ij})) \quad (4)$$

其中, $k_i^p > 0$, $k_i^d > 0$ 和 $k_{ij}^p > 0$, $k_{ij}^d > 0$ 为可调控制参数. μ_{ij} 描述卫星间通信的拓扑关系, 当卫星 j 到卫星 i 有信息传递时, $\mu_{ij} = \mu_{ji} = 1$ ($i \neq j$, $i, j = 1, 2, \dots, n$), 当星间无信息传递时, $\mu_{ij} = 0$; α_{ij} 定义同 μ_{ij} . T_{ij} 为卫星 j 到卫星 i 的非负时变通信延迟, 且 $T_{ij} = T_{ji}$; $R_{ij}^{T_{ij}}$ 为星 j 本体坐标系到星 i 本体坐标系延迟形式的坐标转换矩阵, 其定义为

$$R_{ij}^{T_{ij}} = R(\bar{\mathbf{q}}_i^{-1}(t - T_{ij})\bar{\mathbf{q}}_j) = R(\bar{\mathbf{q}}_{ij}) = (2q_{0ij}^2 - 1)I_3 + 2\mathbf{q}_{ij}\mathbf{q}_{ij}^T - 2q_{0ij}(t - T_{ij})\mathbf{q}_{ij}^\times \quad (5)$$

其中, $\bar{\mathbf{q}}_{ij} = \bar{\mathbf{q}}_i^{-1}\bar{\mathbf{q}}_j$, 且 $\bar{\mathbf{q}}_{ij} = [q_{0ij} \quad \mathbf{q}_{ij}^T]^T$. 本文中的姿态协同是指各个卫星向期望姿态及角速度趋近的同时, 星间的相对姿态误差及角速度误差也同时趋近于零. 由此可得到如下结论:

定理 1. 假设状态变量 $\mathbf{y}_i = [\|\mathbf{q}_{ei}\|, \|\boldsymbol{\omega}_{ei}\|, \|\mathbf{z}_i\|]^T$ 满足:

$$B_\Delta = \{\mathbf{y}_i : \|\mathbf{y}_i\| < \Delta, \Delta < 1\} \quad (6)$$

并且当 $\|\boldsymbol{\omega}_{di}\| \leq \omega_{dM}$ 为有界函数, 且时变通信时间延迟满足:

$$\rho_{ij} (1 - \dot{T}_{ij}) \geq \frac{3(k_{ij}^p \mu_{ij})}{4} \quad (7a)$$

$$\delta_{ij} (1 - \dot{T}_{ij}) \geq \frac{3(k_{ij}^d \alpha_{ij})}{4} \quad (7b)$$

其中, ρ_{ij} , δ_{ij} 为适当的非负整数. 在理想情况 $\mathbf{d}(t) = 0$ 下, 通过调节控制参数 k_i^p , k_i^d 和 k_{ij}^p , k_{ij}^d 满足矩阵:

$$Q_i = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} > 0$$

具体形式见下述式 (12), 可使得编队卫星在控制器 (4) 的作用下协同稳定于期望值.

证明. 针对分布式通信时延系统选取 Lyapunov 函数如下:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} \int_{t-T_{ij}}^t \mathbf{q}_{ej}^T \mathbf{q}_{ej} d\mathbf{x} +$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \delta_{ij} \int_{t-T_{ij}}^t \mathbf{z}_j^T A(\bar{\mathbf{q}}_{ej}) A^T (\bar{\mathbf{q}}_{ej}) \mathbf{z}_j d\mathbf{x} \quad (8)$$

其中, ρ_{ij} , δ_{ij} 为适当非负常数; 选取 V_i 如下:

$$V_i = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 \quad (9)$$

并且

$$\begin{aligned} V_1 &= 2k_i^p \varepsilon_i (1 - q_{0ei}), & V_2 &= \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{ei}^T \varepsilon_i J_i \boldsymbol{\omega}_{ei} \\ V_3 &= \mathbf{q}_{ei}^T \beta_i J_i \boldsymbol{\omega}_{ei}, & V_4 &= -\theta_i \mathbf{z}_i^T A(\bar{\mathbf{q}}_{ei}) J_i \boldsymbol{\omega}_{ei} \\ V_5 &= \frac{1}{2} \gamma_i \mathbf{z}_i^T \mathbf{z}_i, & V_6 &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\eta}}_i^T \Lambda_i^T \tilde{\boldsymbol{\eta}}_i \end{aligned}$$

其中, β_i , θ_i , γ_i 为合适的正常数, $\tilde{\boldsymbol{\eta}}_i = \boldsymbol{\eta}_i - \hat{\boldsymbol{\eta}}_i$ 为转动惯量参数的估计误差, $\hat{\boldsymbol{\eta}}_i$ 表示参数 $\boldsymbol{\eta}_i$ 的估计值. 且有 $J_{\min} \leq \|J_i\| \leq J_{\max}$, 由此并通过配方计算, 得到:

$$\begin{aligned} V_i &\geq \frac{1}{2} k_i^p \varepsilon_i \|\mathbf{q}_{ei}\|^2 + \frac{1}{4} \varepsilon_i J_{\min} \|\boldsymbol{\omega}_{ei}\|^2 + \frac{1}{4} \gamma_i \|\mathbf{z}_i\|^2 + \\ &\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \|\mathbf{q}_{ei}\| & \|\boldsymbol{\omega}_{ei}\| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_i^p \varepsilon_i & -\beta_i J_{\max} \\ -\beta_i J_{\max} & \frac{1}{4} \varepsilon_i J_{\min} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|\mathbf{q}_{ei}\| \\ \|\boldsymbol{\omega}_{ei}\| \end{bmatrix} + \\ &\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \|\boldsymbol{\omega}_{ei}\| & \|\mathbf{z}_i\| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \varepsilon_i J_{\min} & -\theta_i J_{\max} \\ -\theta_i J_{\max} & \frac{1}{2} \gamma_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|\boldsymbol{\omega}_{ei}\| \\ \|\mathbf{z}_i\| \end{bmatrix} \quad (10) \end{aligned}$$

定义 $\mathbf{y}_i = [\|\mathbf{q}_{ei}\|, \|\boldsymbol{\omega}_{ei}\|, \|\mathbf{z}_i\|]^T$; 并定义矩阵 $Q_i = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix}$, 其中

$$q_{11} = \beta_i k_i^p + \beta_i \sum_{j=1}^n k_{ij}^p - 2 \sum_{j=1}^n \beta_j^2 - \sum_{j=1}^n \rho_{ji} \quad (11a)$$

$$q_{22} = \frac{1}{4} \lambda_i \theta_i J_{\min} - \frac{1}{2} \beta_i J_{\max} - 2 \sum_{j=1}^n \varepsilon_j^2 \quad (11b)$$

$$q_{33} = \gamma_i - \theta_i k_i^d - \theta_i \sum_{j=1}^n k_{ij}^d - 2 \sum_{j=1}^n \theta_j^2 - \sum_{j=1}^n \delta_{ji} \quad (11c)$$

$$q_{12} = q_{21} = -\frac{1}{2} \left(3\beta_i \omega_{dM} J_{\max} + \varepsilon_i \sum_{j=1}^n k_{ij}^p \right) \quad (11d)$$

$$\begin{aligned} q_{13} &= q_{31} = \\ &-\frac{1}{2} \left(\beta_i k_i^d + \theta_i k_i^p + \beta_i \sum_{j=1}^n k_{ij}^d + \theta_i \sum_{j=1}^n k_{ij}^p \right) \quad (11e) \end{aligned}$$

$$q_{23} = q_{32} = -\frac{1}{2} \left(\varepsilon_i k_i^d + \frac{1}{2} \gamma_i \lambda_i + \theta_i J_{\max} + \right.$$

$$3\theta_i\omega_{dM}J_{\max} + \varepsilon_i \sum_{j=1}^n k_{ij}^d \Big) \tag{11f}$$

对函数 V 沿系统动力学方程 (1) 对时间求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - \sum_{i=1}^n \mathbf{y}_i^T Q_i \mathbf{y}_i - \\ & \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{4} \lambda_i \theta_i J_{\min} - \theta_i f_1(\Delta) \right) \|\boldsymbol{\omega}_{ei}\|^2 - g(\mathbf{y}_i, t) \end{aligned} \tag{12}$$

其中, $0 \leq f_1(\Delta) \leq \theta_i J_{\max} \|\mathbf{z}_i\|$ 为由 Δ 及 J_i 决定而不依赖于系统控制参数的有界函数. $g(\mathbf{y}_i, t)$ 如式 (15) (见本页下方) 所示, 选取合适的控制参数 $k_i^p, k_i^d, k_{ij}^p, k_{ij}^d$ 及滤波器参数 λ_i 使得矩阵

$$Q_i > 0 \tag{13}$$

另外, 由 $k_i^p, \varepsilon_i, \gamma_i, \beta_i, \theta_i > 0$, 根据不等式性质, 并且假设 $q_{0ei} > 0$, 定义:

$$c_{\min} = \frac{1}{2} \min \left\{ k_i^p \varepsilon_i, \frac{1}{2} \varepsilon_i J_{\min}, \frac{1}{2} \gamma_i \right\} \tag{14a}$$

$$c_{\max} = \frac{1}{2} \max \{ 4k_i^p \varepsilon_i + \beta_i J_{\max}, \varepsilon_i J_{\max} + \tag{14b}$$

$$\beta_i J_{\max} + \theta_i J_{\max}, \gamma_i + \theta_i J_{\max} \}$$

根据式 (10) 可得:

$$c_{\min} \|\mathbf{y}_i\|^2 \leq V(\mathbf{y}_i) \leq c_{\max} \|\mathbf{y}_i\|^2 + g(\tilde{\boldsymbol{\eta}}_i) \tag{16}$$

由于转动惯量估计误差最终为常值, 故 $g(\tilde{\boldsymbol{\eta}}_i)$ 有界.

结合式 (16) 及式 (14) 可知当 \mathbf{y}_i 初始值在区间

$$\Omega_{\Delta} = \left\{ \mathbf{y}_i : \|\mathbf{y}_i\| < \sqrt{\frac{\Delta^2 c_{\min} - g(\tilde{\boldsymbol{\eta}}_i)}{c_{\max}}} \right\} \tag{17}$$

选取合适的控制参数 $k_i^p, k_i^d, k_{ij}^p, k_{ij}^d$ 及滤波器参数 λ_i 使得矩阵 Q_i 正定的同时满足:

$$\frac{1}{4} \lambda_i \theta_i J_{\min} \geq \theta_i f_1(\Delta) \tag{18}$$

可得到在 Ω_{Δ} 内 $\dot{V} \leq 0$, 由此可知 $\mathbf{q}_{ei}, \boldsymbol{\omega}_{ei}, \mathbf{z}_i$ 是有界的, 进而对不等式 (12) 从 0 到 ∞ 积分, 得到 $\mathbf{q}_{ei}, \boldsymbol{\omega}_{ei}, \mathbf{z}_i$ 平方从 0 到 ∞ 的积分是有界的. 由 Barbalat 引理推论^[16] 可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{q}_{ei} = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\omega}_{ei} = 0$. 由此可知编队系统 $\mathbf{q}_i \rightarrow \mathbf{q}_j \rightarrow \mathbf{q}_d, \boldsymbol{\omega}_i \rightarrow \boldsymbol{\omega}_j \rightarrow \boldsymbol{\omega}_d$. \square

$$\begin{aligned} g(\mathbf{y}_i, t) = & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\| \varepsilon_i \boldsymbol{\omega}_{ei} - \frac{k_{ij}^p \mu_{ij}}{2} R_{ij}^{T_{ij}} \mathbf{q}_{ej}(t - T_{ij}) \right\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\| \varepsilon_i \boldsymbol{\omega}_{ei} - \frac{k_{ij}^d \alpha_{ij}}{2} R_{ij}^{T_{ij}} A^T (\bar{\mathbf{q}}_{ej}(t - T_{ij})) \mathbf{z}_j(t - T_{ij}) \right\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\| \beta_i \mathbf{q}_{ei} - \frac{k_{ij}^p \mu_{ij}}{2} R_{ij}^{T_{ij}} \mathbf{q}_{ej}(t - T_{ij}) \right\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\| \beta_i \mathbf{q}_{ei} - \frac{k_{ij}^d \alpha_{ij}}{2} R_{ij}^{T_{ij}} A^T (\bar{\mathbf{q}}_{ej}(t - T_{ij})) \mathbf{z}_j(t - T_{ij}) \right\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\| \theta_i A^T (\bar{\mathbf{q}}_{ei}) \mathbf{z}_i - \frac{k_{ij}^p \mu_{ij}}{2} R_{ij}^{T_{ij}} \mathbf{q}_{ej}(t - T_{ij}) \right\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\| \theta_i A^T (\bar{\mathbf{q}}_{ei}) \mathbf{z}_i - \frac{k_{ij}^d \alpha_{ij}}{2} R_{ij}^{T_{ij}} A^T (\bar{\mathbf{q}}_{ej}(t - T_{ij})) \mathbf{z}_j(t - T_{ij}) \right\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\rho_{ij} (1 - \dot{T}_{ij}) - \frac{3(k_{ij}^p \mu_{ij})^2}{4} \right] \|\mathbf{q}_{ej}(t - T_{ij})\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\delta_{ij} (1 - \dot{T}_{ij}) - \frac{3(k_{ij}^d \alpha_{ij})^2}{4} \right] \|\mathbf{z}_j^T(t - T_{ij}) A (\bar{\mathbf{q}}_{ej}(t - T_{ij}))\|^2 \end{aligned} \tag{15}$$

注 1. 为了方便分析描述起见, 控制器 (4) 中所有控制参数均选用标量表示; 而根据实际需要, 其也可以更换为合适维数的矩阵, 仍能保证编队卫星姿态协同控制的稳定性.

注 2. 式 (13) 的控制参数的关系不等式很难从数学分析上给出其解存在性的条件, 故有一定的保守性. 然而, 考虑到一般情况下编队任务均为微小卫星, 且星间的通信链路相对较少, 通常为链状. 故通过反复验证, 可找到可行解. 另外, 在初始姿态误差较小的情况下, 假设的式 (6) 是合理的.

3 仿真分析

假设编队由 3 颗卫星组成, 为验证本文提出的控制算法的可行性与有效性, 设定卫星的参数、初始状态如下所示.

卫星参数 (Parameters of satellites)

$$J_1 = \begin{bmatrix} 24.31 & 0.2 & -0.5 \\ 0.2 & 24.37 & 0.3 \\ -0.5 & 0.3 & 23.64 \end{bmatrix}$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} 20.25 & 0.1 & -0.2 \\ 0.1 & 20.33 & 0.14 \\ -0.2 & 0.14 & 20.66 \end{bmatrix}$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} 30.35 & 0.3 & -0.6 \\ 0.3 & 30.17 & 0.46 \\ -0.6 & 0.46 & 30.61 \end{bmatrix}$$

转动惯量 (kg · m)

$$\bar{q}_1^T(0) = [0.1, 0.5, 0.7, 0.5]$$

$$\bar{q}_2^T(0) = [0, 0.58, 0.58, 0.58]$$

$$\bar{q}_3^T(0) = [0.3, 0.2, 0.91, 0.2]$$

初始姿态

$$\omega_1^T(0) = [-0.15, 0, 0]$$

$$\omega_2^T(0) = [0, 0.11, 0]$$

$$\omega_3^T(0) = [0, 0, 0.12]$$

初始角速度 (rad/s)

期望姿态

$$\bar{q}_d^T(0) = [0.3772, 0.4329, 0.6645, 0.4783]$$

期望角速度 (rad/s)

$$\omega_d^T = \frac{1}{10} \left[-\cos\left(\frac{t}{40}\right), -\sin\left(\frac{t}{50}\right), \cos\left(\frac{t}{60}\right) \right]$$

估计参数初始值

$$\hat{\eta}_1(0) = [25, 0, 0, 25, 0, 25]^T$$

$$\hat{\eta}_2(0) = [20, 0, 0, 20, 0, 20]^T$$

$$\hat{\eta}_3(0) = [30, 0, 0, 30, 0, 30]^T$$

通信时延 (s)

$$T_{12} = T_{21} = 2.1 + 0.1 \sin(0.2t)$$

$$T_{13} = T_{31} = 1.7 + 0.12 \sin(0.2t)$$

$$T_{23} = T_{32} = 2.3 + 0.15 \sin(0.2t)$$

$$k_1^p = 20; k_1^d = 4; k_2^p = 15; k_2^d = 3$$

$$k_{12}^p = 2; k_{12}^d = 0.4; k_{21}^p = 3; k_{21}^d = 0.2$$

控制参数 $k_{13}^p = 2; k_{13}^d = 0.4; k_{23}^p = 3; k_{23}^d = 0.2$

$$k_3^p = 18; k_3^d = 3; \lambda_1 = 6; \lambda_2 = 5$$

$$k_{31}^p = 3; k_{31}^d = 0.6; \lambda_3 = 5$$

$$k_{32}^p = 3; k_{32}^d = 0.6$$

根据式 (7)、式 (13) 及式 (17) 给出的条件选取控制参数, 期望姿态由式 (1a) 产生, 满足条件式 (18) 的期望角速度及期望姿态初值亦在表 1 中给出. 为了验证本文所提方法的有效性, 根据下述仿真图 1 ~ 图 3 所示结果进行分析.

由于篇幅限制, 此处给出星 3 的仿真结果为例, 控制器式 (5) 的仿真结果如图 1 所示. 由仿真结果图 1 可知控制器 (5) 在无需角速度信息的情况下, 使星 3 的姿态和角速度趋近于期望姿态及角速度, 并且可知控制力矩在有限的幅值 $2 \text{ N} \cdot \text{m}$ 内变化, 证明控制器是实际可行的.

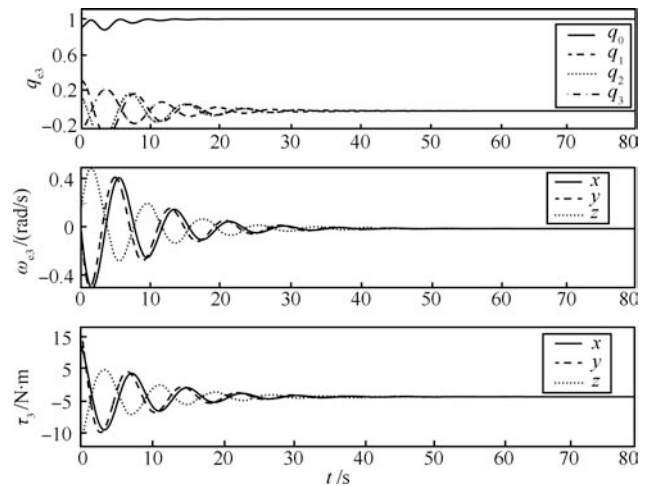


图 1 星 3 姿态误差、角速度误差和控制力矩

Fig. 1 Absolute attitude error, angular velocity error, and control torque of Satellite 3

图 2 和图 3 为星与星间的相对姿态误差曲线. 可以看出, 尽管存在模型不确定性和通信延迟的作用, 卫星的姿态仍然能够很好地达到协同. 另外, 增加星间协同控制项相比分别针对单颗卫星的单独输出反馈控制, 可以减少相对姿态误差, 提高相对的指向精度, 由于本文设计的控制器对外界干扰有一定的鲁棒性, 为了更清晰地比较精度效果, 在此比较部分的方针中加较大干扰力矩 $F_d = [-0.1025, 0.1248, -0.1415]^T$, 具体仿真结果如下, 其相对姿态误差定义为 q_{ij} .

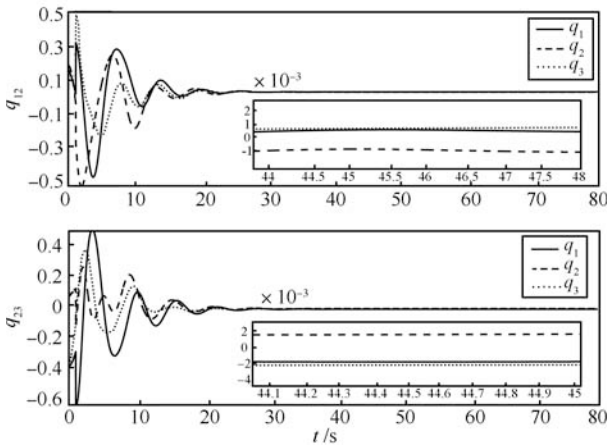


图2 星1和星2及星2和星3间相对姿态误差
(卫星协同输出反馈控制器式(4))

Fig. 2 Relative attitude with inter-satellite communication (coordinate control (4))

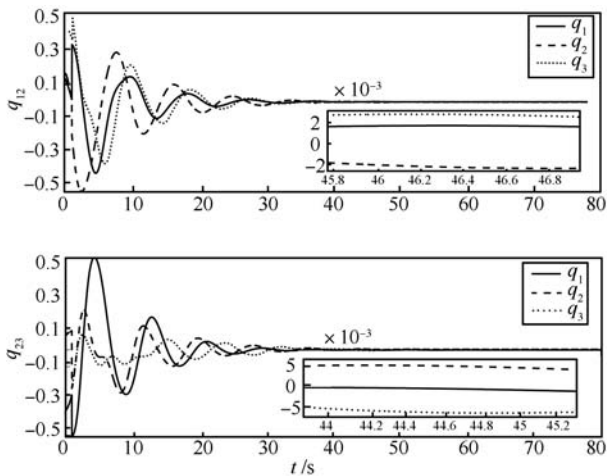


图3 星1和星2及星2和星3间相对姿态误差
(卫星单独输出反馈控制)

Fig. 3 Relative attitude with inter-satellite communication (absolute control only)

由上述仿真分析可知, 输出反馈姿态协同分布式控制可以满足卫星编队飞行实际任务的需求, 姿态协同控制的引入可以有效地提高相对姿态的协同效果. 体现了本文中论述的姿态协同输出反馈控制器在实际应用中的优越性.

4 结论

针对编队卫星姿态协同跟踪控制问题, 考虑在实际系统中存在星间通信的时间延迟问题, 从而引入一阶滤波器设计无需角速度信息反馈的控制器; 并构造特定的 Lyapunov 函数, 证明该控制器不仅能够有效地克服通信时间延迟对编队系统协同性的影响, 同时论证了无需角速度信息反馈的闭环系统

稳定性. 最后, 本文给出的仿真结果表明该方法的可行性与有效性, 具有实际的应用前景.

References

- 1 Wu B, Wang D, Poh E K. Decentralized robust adaptive control for attitude synchronization under directed communication topology. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2011, **34**(4): 1276–1282
- 2 Dimarogonas D V, Tsiotras P, Kyriakopoulos K J. Leader-follower cooperative attitude control of multiple rigid bodies. *Systems and Control Letters*, 2009, **58**(6): 429–435
- 3 Sun Y G, Wang L, Xie G. Average consensus in networks of dynamic agents with switching topologies and multiple time-varying delays. *Systems and Control Letters*, 2008, **57**(2): 175–183
- 4 Sun Y, Wang L. Group consensus in multi-agent systems with switching topologies and communication delays. *Systems and Control Letters*, 2010, **59**(6): 340–348
- 5 Yu W, Chen G, Cao M. Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems. *Automatica*, 2010, **46**(6): 1089–1095
- 6 Meng Z, Ren W, Cao Y, You Z. Leaderless and leader-following consensus with communication and input delays under a directed network topology. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2011, **41**(1): 75–88
- 7 Abdessameud A, Tayebi A. Decentralized attitude alignment control of spacecraft within a formation without angular velocity measurement. In: Proceedings of the 17th International Federation of Automatic Control World Congress. Seoul, Korea: IFAC, 2008. 1766–1771
- 8 Tayebi A. Unit quaternion-based output feedback for the attitude tracking problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, **53**(6): 1516–1520
- 9 Abdessameud A, Tayebi A. Attitude synchronization of a spacecraft formation without velocity measurement. In: Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control. Cancun, Mexico: IEEE, 2008. 3719–3724
- 10 Ren W. Distributed cooperative attitude synchronization and tracking for multiple rigid bodies. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, **18**(2): 383–392
- 11 Ren W. Distributed attitude synchronization for multiple rigid bodies with Euler-Lagrange equations of motion. In:

Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans, USA: IEEE, 2007. 2363–2368

- 12 Wu B, Wang D, Poh E K. Decentralized attitude coordinated control without velocity measurements for spacecraft formation. In: Proceedings of the 8th IEEE International Conference on Control and Automation. Xiamen, China: IEEE, 2010. 667–672
- 13 Caccavale F, Villani L. Output feedback control for attitude tracking. *Systems and Control Letters*, 1999, **38**(2): 91–98
- 14 Zhou Jia-Kang, Hu Qing-Lei, Ma Guang-Fu, Lv Yue-Yong. Adaptive L_2 -gain cooperative attitude control of satellite formation flying with time-varying delay. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2011, **32**(2): 321–329
(周稼康, 胡庆雷, 马广富, 吕跃勇. 带时变通信时间延迟的卫星编队姿态协同自适应 L_2 增益控制. 航空学报, 2011, **32**(2): 321–329)
- 15 Wen J T Y, Kreutz-Delgado K. The attitude control problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, **36**(10): 1148–1162
- 16 Khalil H K. *Nonlinear Systems (Third Edition)*. New Jersey: Prentice Hall, 2002. 323–329

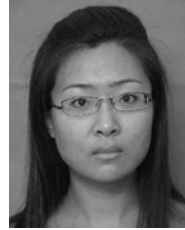


胡庆雷 哈尔滨工业大学控制科学与工程系副教授. 于 2001 年获得郑州大学电子技术与工程专业学士学位, 2003 年和 2006 年获得哈尔滨工业大学控制理论及应用专业硕士和博士学位. 主要研究方向为变结构控制, 航天器容错控制, 编队卫星飞行控制.

E-mail: huqinglei@hit.edu.cn

(HU Qing-Lei) Associate professor in the Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology. He received his bachelor degree from the Department of Electrical and Electronic Engineering, Zhengzhou University in 2001, and master and Ph.D. degrees from the

Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology in 2003 and 2006, respectively. His research interest covers variable structure control, spacecraft fault tolerant control, and spacecraft formation control.)



周稼康 哈尔滨工业大学控制科学与工程系博士研究生. 2005 年获得北京理工大学自动化专业学士学位, 2009 年获得哈尔滨工业大学控制科学与工程系硕士学位. 主要研究方向为航天器编队飞行控制, 航天器姿态控制及非线性时滞系统控制. 本文通信作者.

E-mail: jkang.zhou@gmail.com

(ZHOU Jia-Kang) Ph.D. candidate in the Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology. She received her bachelor degree in automation from Beijing Institute of Technology in 2005, her master degree in control science and engineering from Harbin Institute of Technology in 2009. Her research interest covers spacecraft formation control, spacecraft attitude control, and nonlinear time-delay systems. Corresponding author of this paper.)



马广富 哈尔滨工业大学控制科学与工程系教授. 分别于 1983 年、1987 年、1993 年获得哈尔滨工业大学自动控制专业, 控制理论及应用专业, 飞行器控制、制导与仿真学科学士、硕士、博士学位. 主要研究方向为航天器姿态控制, 航天器编队飞行控制及非线性控制理论.

E-mail: magf@hit.edu.cn

(MA Guang-Fu) Professor in the Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology. He received his bachelor degree in automatic control in 1983, master degree in control theory and application in 1987, and Ph.D. degree in control, guidance and simulation from Harbin Institute of Technology in 1993, respectively. His research interest covers spacecraft attitude control, spacecraft formation control, and nonlinear control theory.)