

文章编号: 1000-6893(2000) 02-0175-04

基于 LMI 的航空发动机鲁棒 H 控制器设计

谢光华, 曾庆福

(西北工业大学 数据处理中心, 陕西 西安, 710072)

ROBUST H CONTROLLER DESIGN FOR AERO-ENGINE BASED ON LMI

XIE Guang-hua, ZENG Qing-fu

(Data Processing Center, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

摘要: 研究了系统矩阵均具有参数不确定性系统的非标准 H 鲁棒控制问题。基于 LMI 的 H 控制器设计方法, 给出了参数不确定性系统用 3 个线性矩阵不等式表征的非标准 H 控制问题可解的充分必要条件, 采用“内点法”求解线性矩阵不等式, 可得使闭环系统对于所有可能的参数不确定性均二次稳定且传递函数的 H 范数 γ 有界的鲁棒控制解。该方法应用于非“标准”系统——某型双转子涡轮喷气发动机稳态双变量调节控制器的设计, 通过在气动热力学模型上的仿真结果表明, 取得了良好的结果。

关键词: 航空发动机; 线性矩阵不等式; 参数不确定性; 鲁棒 H 控制

中图分类号: V233.7 文献标识码: A

Abstract: In this paper the non-standard robust H control problem for the systems with parameter uncertainty in all system matrices is investigated. Based on the Linear Matrix Inequality H controller designing approach, the necessary and sufficient condition that the non-standard H control problem for the systems with parameter uncertainty can be solved is obtained in terms of three linear matrix inequalities. Applying the interior-point methods to solve the LMIs, the robust control solutions that stabilize the close-loop system quadratically and guarantee the H norm of transfer function of close-loop system bound γ for all possible uncertainties are constructed. This method is applied to design the steady state two variable regulating controller of a non-standard system—a certain double spool turbojet aero-engine. And through the simulation results on aero-thermodynamic model, it shows that a preferable effect is achieved.

Key words: aero-engine; linear matrix inequality; parameter uncertainty; robust H control

航空发动机是一个非常复杂的高度非线性系统, 工作范围宽广, 在不同平衡工作点的线性化模型, 虽然结构相同, 但各参数一般存在很大差异。如果将这种差异视为围绕基准模型的参数摄动, 则航空发动机稳态控制器的设计就是结构参数摄动系统鲁棒控制器综合问题。

由于作为被控对象的发动机增广数学模型不满足标准 H 控制问题的假设条件, 发动机控制又是典型的非标准 H 控制问题。对于非标准 H 控制问题, 许多学者研究了各种处理方法, 但或者是将非标准 H 控制问题转换为标准 H 控制问题, 可解条件不直观, 或者所提方法非常繁琐, 计算量大, 控制器阶数高, 不能满足工程实际要求。近几年发展起来的基于 LMI 的 H 控制问题求解方法, 受到了人们普遍关注^[1~4]。

本文基于 LMI 的结构摄动系统非标准 H 控制器设计方法, 只需求解 3 个线性矩阵不等式,

计算简单, 并且所得控制器阶数不超过被控系统的阶数。本文运用该方法对某双转子涡轮喷气发动机全包线分 29 个区域设计了 29 个控制器, 并以气动热力学模型作为被控对象进行了仿真验证。

1 基于 LMI 的结构摄动系统非标准 H 鲁棒控制器设计方法

考虑广义参数不确定性系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= (A + \Delta A)x + (B_1 + \Delta B_1)w + (B_2 + \Delta B_2)u \\ z &= (C_1 + \Delta C_1)x + (D_{11} + \Delta D_{11})w + (D_{12} + \Delta D_{12})u \\ y &= (C_2 + \Delta C_2)x + (D_{21} + \Delta D_{21})w + (D_{22} + \Delta D_{22})u \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中:

$$\begin{bmatrix} \Delta A & \Delta B_1 & \Delta B_2 \\ \Delta C_1 & \Delta D_{11} & \Delta D_{12} \\ \Delta C_2 & \Delta D_{21} & \Delta D_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \Sigma(t) [F_1 \ F_2 \ F_3]$$

$$\sigma_{\max}[\Sigma(t)] \leq \rho \quad (2)$$

假设 1: (A, B_2) 为可稳定对, (C_2, A) 为可检测

对。考虑设计动态输出反馈控制器

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_c &= A_c x_c + B_c y \\ u &= C_c x_c \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

定理 1^[5] 广义参数不确定性系统式(1)存在动态输出反馈控制器式(3),使得系统二次稳定且 H 范围 \mathcal{Y} 有界,当且仅当参数确定性系统

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax[\mathcal{Y}^{-1}B_1 \quad \lambda E_1] \begin{bmatrix} \hat{w} \\ w \end{bmatrix} + B_2 u \\ \begin{bmatrix} \hat{z} \\ z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_1 \\ \lambda^{-1} \rho F_1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \mathcal{Y}^{-1}D_{11} & \lambda E_2 \\ \lambda^{-1} \mathcal{Y}^{-1} \rho F_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \\ &\quad \begin{bmatrix} \hat{w} \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{12} \\ \lambda^{-1} \rho F_3 \end{bmatrix} u \\ y &= C_2 x + [\mathcal{Y}^{-1}D_{21} \quad \lambda E_3] \begin{bmatrix} \hat{w} \\ w \end{bmatrix} + D_{22} u \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$L_B = \left\{ X \quad R^{n \times n} \mid X = X^T > 0, \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \\ F_3 \end{bmatrix} \times \right.$$

$$\left. \begin{bmatrix} AX + XA^T + \mathcal{Y}^2 B_1 B_1^T + \lambda^2 E_1 E_1^T & XC^T + \mathcal{Y}^2 B_1 D_{11}^T + \lambda^2 E_1 E_2^T & XF^T + \mathcal{Y}^2 B_1 F_2^T \\ C_1 X + \mathcal{Y}^2 D_{11} B_1^T + \lambda^2 E_2 E_1^T & \mathcal{Y}^2 D_{11} D_{11}^T + \lambda^2 E_2 E_2^T - I & \mathcal{Y}^2 D_{11} F_2^T \\ F_1 X + \mathcal{Y}^2 F_2 B_1^T & \mathcal{Y}^2 F_2 D_{11}^T & \mathcal{Y}^2 F_2 F_2^T - \lambda^2 \rho^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_2 \\ D_{12} \\ F_3 \end{bmatrix}^T < 0 \right\} \quad (6)$$

$$L_C = \left\{ Y \quad R^{n \times n} \mid Y = Y^T > 0, \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \\ E_3^T \end{bmatrix} \times \right.$$

$$\left. \begin{bmatrix} YA + A^T Y + C_1^T C_1 + \lambda^{-2} \rho^2 F_1^T F_1 & YB_1 + C_1^T D_{11} + \lambda^{-2} \rho^2 F_1^T F_2 & YE_1 + C_1^T E_2 \\ B_1^T Y + D_{11}^T C_1 + \lambda^{-2} \rho^2 F_2^T F_1 & D_{11}^T D_{11} + \lambda^{-2} \rho^2 F_2^T F_2 - \mathcal{Y}^2 I & D_{11}^T E_2 \\ E_1^T Y + E_2^T C_1 & E_2^T D_{11} & E_2^T E_2 - \lambda^{-2} I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2^T \\ D_{21}^T \\ E_3^T \end{bmatrix}^T < 0 \right\} \quad (7)$$

证明:略。

至此,给出了以 3 个线性矩阵不等式表征的参数不确定性系统非标准 H 鲁棒控制问题的可解条件,通过“内点法”求解式(5)~式(7)可得动态输出反馈 H 鲁棒控制器。

2 航空发动机稳态非标准 H 控制器设计

某型双转子涡喷发动机若只考虑转子的惯性,忽略气容效应等高频动态的影响,则在发动机各平衡工作点用偏导数方法由气动热力学模型线性化得到状态空间模型

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_p &= A_p x_p + B_{1p} w_p + B_{2p} u_p \\ y_p &= C_p x_p + D_{1p} w_p + D_{2p} u_p \end{aligned} \right\}$$

式中: $x_p = [N_L \quad N_H]^T$; $w_p = [H \quad Ma]^T$; $u_p = [W_f \quad A_8]^T$; $y_p = [N_L \quad T_6]^T$; $N_L, N_H, W_f, A_8, T_6, H, Ma$ 分别为低压转子转数、高压转子转

存在动态输出反馈控制器式(3),使得闭环系统内稳定且传递函数 H 范数小于 1。

为了满足适定性条件,同时也不失一般性,

假设 2: $D_{22} = 0$ 。

本文在整个推导过程中只包含以上 2 个假设条件,没有有关 $P_{12}(s)$ 和 $P_{21}(s)$ 在虚轴上不含零点的约束条件,属于非标准 H 控制问题。

定理 2 对于线性时不变系统式(4),以下结论等价:①存在动态输出反馈 H 控制;② $L_D \cap \emptyset$, 其中

$$L_D = \left\{ (X, Y) \quad R^{n \times n} \times R^{n \times n} \mid \begin{bmatrix} X & L_B, Y & L_C \\ X & I \\ I & Y \end{bmatrix} \right\} \quad (5)$$

数、主燃油流量、尾喷口面积、低压涡轮出口总温、飞行高度和飞行马赫数;“-”表示相对于平衡点的无因次增量。

假设主燃油执行机构和尾喷口执行机构都近似为单位增益一阶惯性环节,其时间常数分别为 0.1s 和 0.5s^[6],则加入执行机构惯性环节的发动机增广模型为

$$\begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} A_p & B_{2p} & B_{1p} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -10.0 & 0.0 & \mathbf{0} & 10.0 & 0.0 \\ & & 0.0 & -2.0 & 0.0 & 2.0 \\ \hline C_p & D_{2p} & D_{1p} & \mathbf{0} \\ \hline C_p & D_{2p} & D_{1p} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

本文将发动机飞行包线划分为 29 个区域,其

中在 $H = [1.3, 2.6]$ km, $Ma = [0.0, 0.8]$ 的飞行区域内,以 $H = 2.0$ km, $Ma = 0.5$ 时额定状态($n_L = 0.95$)的模型作为标称被控系统,其它模型视为参数摄动,并将文献[7]的奇异值分解法推广到系统矩阵全摄动情况,求得参数摄动结构化描述:

$$A_P = \begin{bmatrix} -2.2937 & 0.67664 \\ -0.0480 & -2.5831 \end{bmatrix};$$

$$B_{1P} = \begin{bmatrix} 0.1069 & -0.1550 \\ 0.0767 & -0.0806 \end{bmatrix};$$

$$B_{2P} = \begin{bmatrix} 0.5199 & 1.8318 \\ 0.5078 & 0.6261 \end{bmatrix};$$

$$C_P = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 \\ -0.1390 & 0.1045 \end{bmatrix};$$

$$D_{1P} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 \\ 0.0846 & -0.0863 \end{bmatrix};$$

$$D_{2P} = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 \\ 0.4828 & -0.2358 \end{bmatrix};$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 4.3027 & -0.4327 & -0.0313 \\ 0.7145 & 2.1064 & -0.3593 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix};$$

$$E_2 = E_3 = \begin{bmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.3065 & 0.5823 & 0.6382 \end{bmatrix};$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0.7686 & 0.9205 & -0.1494 & -0.1760 \\ -0.7168 & 0.6090 & -0.1242 & 0.0472 \\ 0.0964 & 0.0465 & 0.0726 & 0.5350 \\ -0.0772 & 0.0472 & 0.0276 & 0.1094 \\ 0.0122 & -0.0100 & -0.0210 & 0.0093 \\ -0.0014 & 0.0111 & 0.0712 & -0.0107 \end{bmatrix}$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} 0.0049 & 0.0938 \\ -0.0627 & -0.2091 \\ 0.0361 & -0.1282 \\ -0.0357 & 0.4211 \\ -0.1527 & -0.0106 \\ -0.0110 & -0.0043 \end{bmatrix}; F_3 = [0]_{6 \times 2}$$

$$\rho = 0.6089.$$

可以看出, D_{12} , F_3 非列满秩, D_{21} , E_3 非行满秩,本文发动机控制为非标准H 控制问题.应用本文方法,式(5)~式(7)中取 $\gamma = 1.0$, $\lambda = 0.6$ 求解可得控制器

$$A_c = \begin{bmatrix} -20.0953 & -21.1119 & 0.9852 & -2.0015 \\ -1.6727 & 57.5716 & -49.7778 & -58.0875 \\ -11.0699 & 7.3050 & -191.8463 & -69.8007 \\ -6.5046 & 3.6944 & -93.9564 & -37.0192 \end{bmatrix}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 4.4778 & 0.0938 \\ -6.9471 & 0.0909 \\ 215.1339 & 0.6771 \\ 107.3259 & 2.0657 \end{bmatrix}; D_c = [0]_{2 \times 2}$$

$$C_c = \begin{bmatrix} -0.3539 & -5.0107 & -5.4256 & -5.9640 \\ 8.6270 & 6.0816 & -6.8700 & -4.5238 \end{bmatrix}$$

将控制器串入发动机气动热力学模型实现输出反馈闭环控制,控制规律为同时保持低压转子转速和涡轮出口温度为常数,并假设温度传感器为单位增益的一阶惯性环节,时间常数为0.5s,仿真时加入温度传感器惯性.图1为 $N_L = 0.90$ 状态当 $Ma = 0.5$ 高度在2.5s时由2.5km经过6s降到1.4km的调节曲线, N_L 超调不超过8转,摆动量不超过1转,调节时间(从8.5s开始按2转计算)不超过3s, T_6 超调不超过2.5K,摆动量不超过0.1K,调节时间(按0.3K计算)不超过3s,图2为额定状态当 $H = 2.0$ km 马赫数 Ma 在2.5s时由0.2经过6s升到0.8的调节曲线, N_L 超调不超过11转,摆动量不超过4转,调节时间(按5转计算)不超过2.5s, T_6 超调不超过5K,摆动量不超过0.2K,调节时间(按0.3K计算)不超过3s.

3 结论

本文基于干扰抑制下的二次稳定理论,采用基于LMI的结构摄动系统非标准H 控制器设计方法,对某型双转子涡喷发动机稳态控制器进行了设计,实现了低压转子转数和涡轮后温度同时保持常数的双变量调节方案.从图中可以看出,闭环系统有很好的干扰抑制性能和鲁棒稳定性,在额定状态设计的控制器对不超过参数摄动范围的其它状态也具有鲁棒稳定性,控制取得了良好的效果.其它区域控制器在各设计区域同样具有鲁棒性.需要指出的是,在有些情况下超调过大控制量会出现饱和,对控制性能有影响,可以采用前馈或IWP^[8] (Integrator Windup Protection) 方案调整控制器的状态,这方面还有待于进一步研究.

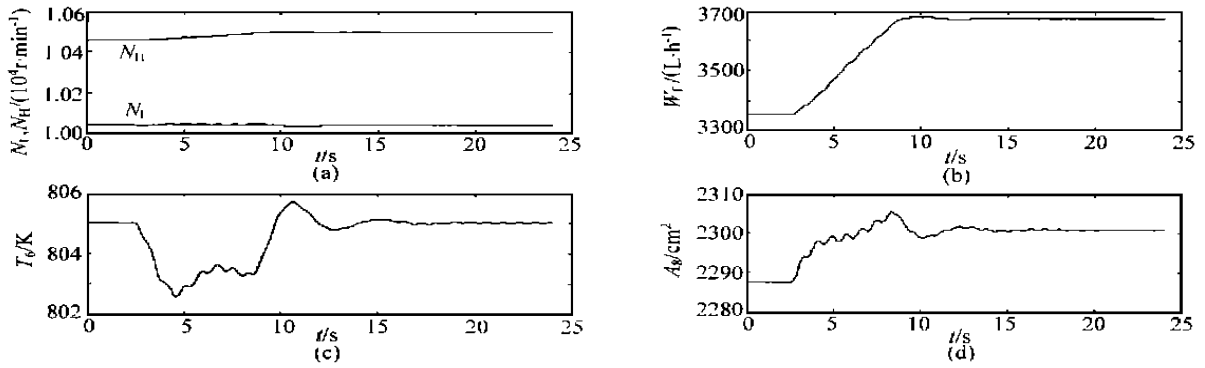


图 1 调节曲线($n_L = 0.90$ 状态)

(a) 高、低压转子转速; (b) 主供油量; (c) 低压涡轮出口总温响应曲线; (d) 尾喷口面积调节曲线

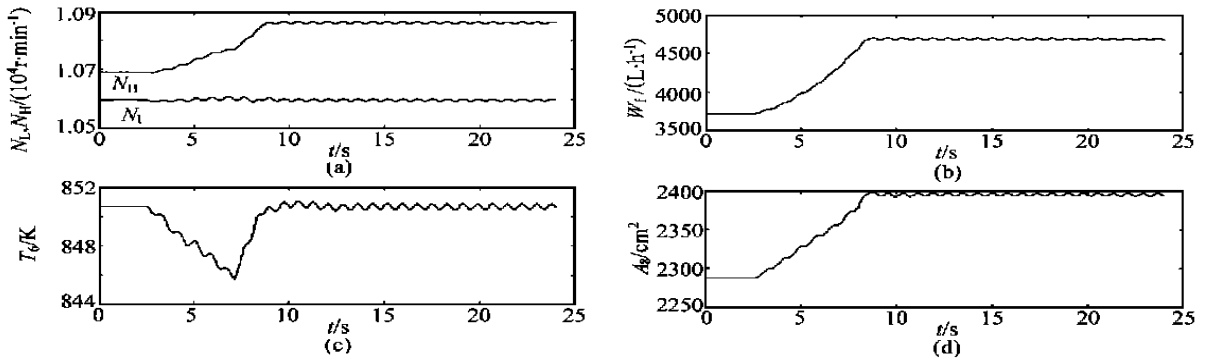


图 2 调节曲线(额定状态)

(a) 高、低压转子转速; (b) 主供油量; (c) 低压涡轮出口总温响应曲线; (d) 尾喷口面积调节曲线

参 考 文 献

[1] Iwasaki T, Skelton R E. All controllers for the general H control problem: LMI existence conditions and state space formulas[J]. Automatica, 1994, 30: 1307 ~ 1317.

[2] Boyd S, Ghaoui L E, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

[3] Gahinet P, Apkarian P. A linear matrix inequality approach to H control[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 1994, 4: 421 ~ 448.

[4] Jabbari F. Output feedback controllers for systems with structured uncertainty[J]. AC, 1997, 42(5): 715 ~ 719.

[5] Gu K. H control of systems under norm bounded uncertainties in all system matrices[J]. AC, 1994, 39(6): 1320 ~ 1322.

[6] 姚华. WSX 发动机数控系统控制规律研究[A]. 第七届发动机自动控制学术讨论会论文集[C]. 1994. 1 ~ 9.

[7] 吕跃飞, 黎中伟, 熊学泉, 等. 航空发动机多变量 PI 型鲁棒控制器[J]. 航空学报, 1997, 18(4): 412 ~ 416.

[8] Adibatla S, Collier G J, Zhao X, et al. H Control Design for a Jet Engine[R]. AIAA, 98-3753, 1998.

作者简介:



谢光华 男, 1969 年生, 1996 年于西北工业大学获硕士学位, 现为该校博士研究生。研究方向为航空推进系统模拟与控制。Tel: 029-8493956。



曾庆福 男, 1937 年生, 现为西北工业大学航空动力与热力工程系教授, 主要研究方向为航空推进系统/控制系统仿真及航空发动机鲁棒控制。Tel: 029-8493956。