

# 长期演进系统中一种低复杂度球形译码算法

李小文, 彭德义\*, 谭兵, 王振宇

(重庆邮电大学 移动通信技术重点实验室, 重庆 400065)

(\*通信作者电子邮箱 pengdeyi1987@126.com)

**摘要:**在长期演进(LTE)系统中,球形译码算法拥有接近于最大似然(ML)的误码率(BER)性能。针对在16QAM和64QAM等高阶调制情况下球形译码算法计算复杂度和所需硬件资源的急剧增加,提出了一种调整符号搜索策略的改进型球形译码算法。该算法在不同的检测层采用特定的符号搜索方案,并结合一种基于信噪比的动态调整半径方法。在无线瑞利信道环境下,对各种球形译码算法进行了仿真。仿真结果表明,提出的改进型算法基本保持传统球形译码算法较低的BER性能,同时还有效地降低了计算复杂度和硬件实现复杂度。

**关键词:**长期演进;球形译码;高阶调制;误码率;计算复杂度

**中图分类号:** TN929.5; TP301.6 **文献标志码:** A

## Low complexity sphere decoding algorithm in LTE system

LI Xiao-wen, PENG De-yi\*, TAN Bing, WANG Zhen-yu

(Key Laboratory of Mobile Communication of Chongqing, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

**Abstract:** The sphere decoding algorithm has the optimal Bit Error Ratio (BER) performance that approximates to Maximum Likelihood (ML) in Long Term Evolution (LTE) system. Concerning the computational complexity and required hardware resources of this algorithm increase significantly for detection of 16-QAM and 64-QAM modulated signal streams, an improved sphere decoding algorithm, which changed symbol search strategy, was proposed. A given symbol search scheme at different detection layer, and combined with a new definition for sphere radius of dynamic modifications was adopted in this algorithm. Both of the traditional and improved algorithms were simulated on the condition of Rayleigh fading channel. The simulation results show that the improved algorithm has a small BER degradation, and it also effectively reduces both computational complexity and required hardware resources compared to the traditional sphere decoding algorithm.

**Key words:** Long Term Evolution (LTE); sphere decoding; high-level modulation; Bit Error Rate (BER); computational complexity

## 0 引言

在长期演进(Long Term Evolution, LTE)系统中,为了恢复发送端发送过来的数据,采用了信号检测技术,即信道均衡技术。由于频谱资源的有限以及峰值速率的大大提高,需要一种性能优异且可实现的信号检测方法。最大似然(Maximum Likelihood, ML)检测算法是一种性能最优的信号检测算法,但是其最大的问题是太高的计算复杂度,特别是在16QAM和64QAM调制时进行星座点的搜索基本不可能实现。而球形译码<sup>[1]</sup>的最基本原则是以更低的译码复杂度来接近最大似然解。

自Viterbo和Boutros针对具有栅格星座图的信号提出球形译码算法以来,许多研究者考虑将球形译码算法应用到多输入多输出(Multi-Input Multi-Output, MIMO)系统中,在提高系统容量的同时,获得更好的信号检测性能。文献[2]研究表明,球形译码算法能取得比垂直贝尔实验室分层空时(Vertical-Bell Labs Layered Space Time, V-BLAST)检测更好的性能。文献[3-4]进一步推导了简化的实现方法。为了能够满足LTE多天线情形下的性能要求,球形译码算法在高

阶星座调制方案下的译码复杂度还需要降低。最近很多文献提出了一些改进方案来降低球形译码算法的复杂度<sup>[5]</sup>,包括重新排列码本集合、早停节点搜索等算法<sup>[6]</sup>。这些算法虽能在一定程度上降低实现复杂度,但是复杂度还是很高。本文在深度优先球形译码(Depth First Sphere Decoding, DFS)算法的基础上,针对16QAM和64QAM高阶调制,对原有的深度优先算法进行了改进,增加了球形译码算法的数据吞吐量,同时大大降低了信号检测器的硬件实现复杂度。

## 1 球形译码算法原理

降低最大似然译码计算复杂度的最根本出发点就是要尽量减少搜索的点数,而球形译码就是用较少的计算量来获取最大似然译码性能的一种算法。根据信道传输模型可以得到:

$$\| \mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x} \| \leq d \quad (1)$$

其中: $\mathbf{y}$ 为接收符号, $\mathbf{x}$ 为发送符号, $\mathbf{H}$ 为冲激响应矩阵, $d$ 为搜索半径,如果 $d$ 太大就增加了搜索范围,从而增加复杂度。对信道转移矩阵 $\mathbf{H}$ 进行QR分解,则式(1)可以变换为:

收稿日期:2011-08-29;修回日期:2011-11-13。 基金项目:国家科技重大专项(2009ZX3002-009)。

作者简介:李小文(1955-),男,重庆人,教授,主要研究方向:TD-SCDMA系统、TD-LTE系统;彭德义(1987-),男,湖南湘潭人,硕士研究生,主要研究方向:TD-LTE系统物理层算法、DSP软件;谭兵(1987-),男,重庆人,硕士研究生,主要研究方向:TD-LTE系统物理层算法、FPGA硬件;王振宇(1987-),男,山东菏泽人,硕士研究生,主要研究方向:TD-LTE系统物理层算法、DSP软件。

$$d^2 \geq \| \mathbf{Q}_1^* \mathbf{y} - \mathbf{R} \mathbf{x} \|^2 + \| \mathbf{Q}_2^* \mathbf{y} \|^2 \quad (2)$$

令  $r' = \mathbf{Q}_1^* \mathbf{y}, d'^2 = d^2 - \| \mathbf{Q}_2^* \mathbf{y} \|^2$ , 可以变为:

$$d'^2 \geq \sum_{i=1}^m (r'_i - \sum_{j=1}^m r_{i,j} x_j)^2 \quad (3)$$

展开变换得到一个必要条件为:

$$\left[ \frac{-d' + r'_m}{r_{m,m}} \right] \leq x_m \leq \left[ \frac{d' + r'_m}{r_{m,m}} \right] \quad (4)$$

当选中满足条件的  $x_m$  时, 计算下一个值  $x_{m-1}$ , 这时就需要重新计算半径。  $d'^2_{m-1} = d'^2 - (r'_m - r_{m,m} x_m)^2$ , 并且  $r'_{m-1,m} = y'_{m-1} - r_{m-1,m} x_m$ , 这时可以得到:

$$\left[ \frac{-d'_{m-1} + r'_{m-1,m}}{r_{m-1,m-1}} \right] \leq x_{m-1} \leq \left[ \frac{d'_{m-1} + r'_{m-1,m}}{r_{m-1,m-1}} \right] \quad (5)$$

再确定一个  $x_{m-1}$ , 继续计算下一个值  $x_{m-2}$ 。

## 2 传统深度优先球形译码算法

所有可能的发送调制符号可以映射成一棵树, 树的深度根据天线数目而定<sup>[7]</sup>。深度优先算法从根节点开始向下对孩子节点进行搜索, 直到搜索到第一级或者该级的所有孩子节点都已经遍历。在进行搜索回溯时, 返回到当前节点中没有遍历的下一个节点<sup>[8]</sup>。

下面给出球形译码算法流程:

输入参数  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{y}, r' = \mathbf{Q}_1^* \mathbf{y}, d'$ 。

第1步 设置

$k = m$

$$d'^2_m = d^2 - \| \mathbf{Q}_2^* \mathbf{y} \|^2$$

$$r'_{m|m+1} = r'_m$$

第2步 设置上界值  $UB(x_k) = \left\lfloor \frac{(d'_k + r'_{k|k+1})}{r_{k,k}} \right\rfloor$ , 下

界值  $DB(x_k) = \left\lceil \frac{(-d' + r'_m)}{r_{k,k}} \right\rceil - 1$ 。

第3步  $x_k = x_k + 1$ , 如果  $x_k \leq UB(x_k)$ , 则跳至第4步; 否则跳至第6步。

第4步  $k = k + 1$ , 如果  $k = m + 1$ , 则终止计算; 否则跳至第3步。

第5步 如果  $k = 1$ , 则跳至第6步; 否则, 运行以下操作后跳至第2步。

$k = k - 1$

$$r'_{k|k+1} = r'_k - \sum_{j=k+1}^m r_{k,j} x_j$$

$$d'^2_k = d'^2_{k+1} - (r'_{k+1|k+2} - r_{k+1,k+1} x_{k+1})^2$$

第6步 找到结果, 计算数组  $\mathbf{x}, \mathbf{H} * \mathbf{x}$  与接收信号  $\mathbf{y}$  差距  $d'^2_m - d'^2_1 + (y_1 - r_{1,1} s_1)^2$ , 跳至第4步。

## 3 改进型高阶调制球形译码算法

在深度优先球形译码检测器中, 对搜索到的每一个节点都要计算度量值  $T$ 。可以通过动态调整初始半径来提高球形检测器的吞吐量, 文献[9]提出一旦确定了有效解, 根据部分欧氏距离 (Partial Euclidean Distance, PED) 及时更新半径, 同时文献[7]提出 SE (Schnorr-Euchner) 排序, 对树的每一级的所有节点根据欧氏距离进行排序, 优先搜索最小的 PED。本文采用一种基于信噪比 (Signal-to-Noise Ratio, SNR) 的动态

半径调整算法<sup>[10-11]</sup>。高阶调制如 16QAM 或 64QAM 调制时, 搜索的节点数相比 QPSK 将成指数级增加。为此, 本文提出一种改进型深度优先球形译码算法。该算法在进行树搜索过程中, 对于复信道矩阵, 在第三层和第二层仅保存每个父节点的两个孩子节点, 而将其他的节点消除, 这样的操作虽然会丧失一定的译码精度, 但是明显地减少了迭代次数, 从而大大降低译码复杂度。为不失一般性, 本文的研究建立在  $4 \times 4$  的 MIMO 信道模型上, 因而得到  $4 \times 4$  的信道转移矩阵  $\mathbf{H}$ 。

初始化 对该复数矩阵按照如下规则进行实数化:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \text{Re}(\tilde{\mathbf{H}}) & -\text{Im}(\tilde{\mathbf{H}}) \\ \text{Im}(\tilde{\mathbf{H}}) & \text{Re}(\tilde{\mathbf{H}}) \end{bmatrix}$$

从而形成  $8 \times 8$  的信道转移矩阵; 然后对实数矩阵  $\mathbf{H}$  进行 QR 分解, 再按照以下步骤进行:

第1步 设置

$k = m$

$$r'_{m|m+1} = r'_m$$

$$d'^2_m = d^2 - \| \mathbf{Q}_2^* \mathbf{y} \|^2$$

第2步 设置上界  $UB(x_k) = \left\lfloor \frac{(d'_k + r'_{k|k+1})}{r_{k,k}} \right\rfloor$ , 下界

值  $DB(x_k) = \left\lceil \frac{(-d' + r'_m)}{r_{k,k}} \right\rceil - 1$ 。

第3步 如果  $DB(x_k) \leq x_k \leq UB(x_k)$ , 那么跳至第4步; 否则改变码本集合  $codebook$  元素个数, 同时对码本元素按照 PED 进行排序。

第4步 如果该搜索所在的层数在第 8, 5, 4, 1 层, 则保存所有节点 (16QAM 节点数为 4, 64QAM 节点数为 8); 如果在第 7, 6, 3, 2 层, 则仅保存按照 PED 排序后的前两个节点, 即该层码本  $codebook(k)$  集合元素仅为 2 个。然后, 判断是否该层已搜索节点数目超过该维码本  $codebook(k)$  集合元素个数, 如果是则跳至第5步; 否则跳至第6步。

第5步  $k = k + 1$ , 如果  $k = m + 1$ , 则终止计算; 否则, 跳至第3步。

第6步 如果  $k = 1$ , 则跳至第7步; 否则, 进行以下操作后跳至第2步。

$k = k - 1$

$$r'_{k|k+1} = r'_k - \sum_{j=k+1}^m r_{k,j} x_j$$

$$d'^2_k = d'^2_{k+1} - (r'_{k+1|k+2} - r_{k+1,k+1} x_{k+1})^2$$

第7步 找到结果, 计算  $\mathbf{H} * \mathbf{x}$  与接收信号  $\mathbf{y}$  的差距  $d = d'^2_m - d'^2_1 + (r'_1 - r_{1,1} r'_1)^2$ , 即为该条径的偏差值保存, 同时将其与上次计算的差值进行比较, 较小值存储。跳至第5步。

## 4 仿真结果

本文采用 Matlab 对各种球形译码算法性能进行了仿真, 采用 4 发 4 收的 MIMO 传输模式<sup>[12]</sup>, 采用蒙特卡罗仿真, 在两种高阶调制方式 (16QAM 和 64QAM) 下分别对两种球形译码方案 (2-norm 和 inf-norm) 进行详细仿真。在此条件下的同一维搜索星座节点数分别为 4 或者 8, 同时由于是 4 发 4 收传输模式, 故算法的搜索路径就为深度为 8 的树。

从图 1 可看出: 在低信噪比条件下, 传统球形译码算法和改进型球形译码算法的 BER 性能非常接近; 但是在高信噪比

条件下,不管是传统型算法还是改进型算法,基于2范数的球形译码算法的性能总高于基于无穷范数的球形译码算法<sup>[13]</sup>,仿真结果支持了理论。同时可以看出,虽然改进型算法BER性能相对于传统算法有一定程度的降低,原因是改进型算法消除了码本集合中的部分元素,但是基于2范数的译码算法已经非常接近于基于无穷范数的传统算法。

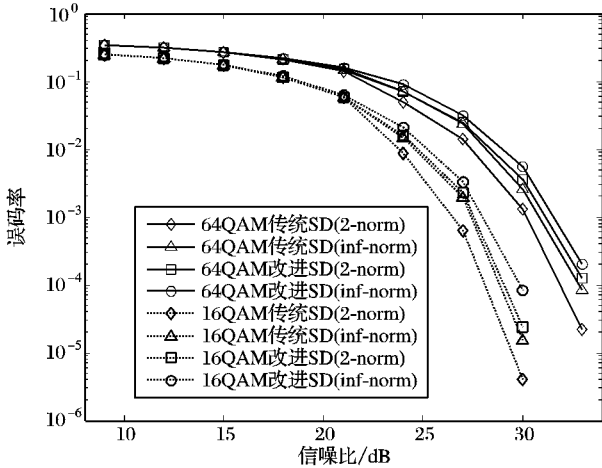


图1 高斯信道下各算法误码率(4收4发的天线系统)

从图2可看出:在低信噪比条件下,基于无穷范数的球形译码算法的复杂度明显小于基于2范数的球形译码算法,特别在低信噪比条件下差别较大,仿真结果支持了理论。同时在低信噪比(8 dB ~ 18 dB)条件下,改进型算法的平均迭代次数约为传统型算法的1/6,这是因为在进行星座点的穷举搜索时,改进型算法在两个检测层忽略了基于欧氏距离排序相对靠后的星座点的判决,说明改进型算法有效降低了实现的复杂度。参照文献[14-15]中有关硬件实现规模的计算方法,采用超大规模集成电路(Very Large Scale Integration, VLSI)进行实现,改进型算法相对于传统算法大幅度地减少了所需要的处理器的个数(在最坏的搜索情况下,16QAM和64QAM两种调制方式搜索路径分别减少 $16 \times 240$ 和 $4096 \times 240$ ),从而有效提高检测系统的吞吐量。若采用主频为1 GHz的TMS320C64x系列芯片,进行DSP软件实现,一条指令周期耗时1 ns,则一个符号的检测周期可以减少近2  $\mu$ s,每秒的处理能力可达到兆位。从仿真曲线可以看出,随着调制阶数的增加改善的性能更加明显,同时随着信噪比的增加,各种算法的性能都达到了几乎相同的水平。

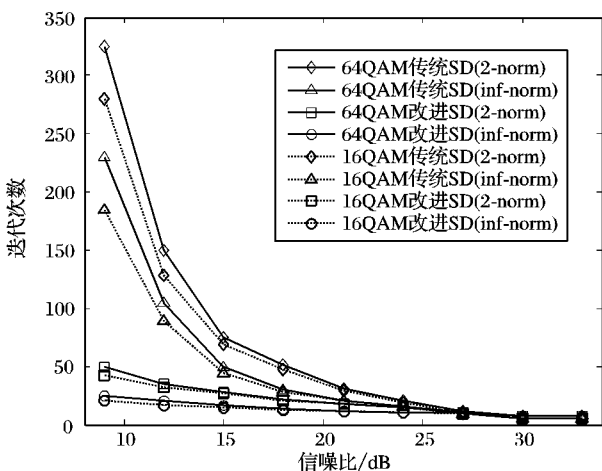


图2 高斯信道下各算法复杂度(4收4发的天线系统)

## 5 结语

本文在研究了基于2范数和基于无穷范数球形译码算法,针对在MIMO系统中高阶调制解调情况下,结合一种基于SNR的动态调整半径方法,提出一种调整符号搜索策略的改进型球形译码算法。以较小的误码率性能损失换取了很大的复杂度的降低,从而保证了其在LTE无线综测仪表中的应用。

### 参考文献:

- [1] VITERBO E, BOUTROS J. A universal lattice code decode for fading channel[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1999, 45(5): 1639 - 1642.
- [2] DAMEN O, CHKEIF A, BELFIORE J-C. Lattice code decoder for space-time codes[J]. IEEE Communication Letters, 2000, 4(5): 161 - 163.
- [3] HASSIBI B, VIKALO H. On the sphere-decoding algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(8): 2806 - 2818.
- [4] VIKALO H, HASSIBI B. On the sphere-decoding algorithm II. generalization, second-order statistics and applications to communications[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(8): 2819 - 2834.
- [5] GUO J W, SHIM B N, SINGER A C, et al. Low-complexity decoding via reduced dimension maximum-likelihood search[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3): 1780 - 1793.
- [6] BARBERO L G, THOMPSON J S. A fixed-complexity MIMO detector based on the complex sphere decoder [C]// SPAWC '06: Proceedings of IEEE 7th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2006: 1 - 5.
- [7] 孙永军, 苏昕, 易克初. 一种基于球形译码的分层空时译码算法[J]. 电路与系统学报, 2008, 13(5): 22 - 25.
- [8] 马小晶, 刘亮, 叶凡, 等. 基于可配置型K-Best的MIMO信号检测器[J]. 计算机工程, 2009, 35(4): 236 - 238.
- [9] DAMEN M O, GAMAL H E, CAIRE G. On maximum likelihood detection and the search for the closest lattice point[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2003, 49(10): 2389 - 2402.
- [10] SCHNORR C P, EUCHNER M. Lattice basis reduction: Improved practical algorithms and solving subset sum problems[J]. Mathematical Programming, 1994, 66(1/2/3): 181 - 191.
- [11] ZHAO W, GINNAKIS G B. Sphere decoding algorithms with improved radius search[J]. IEEE Transactions on Communications, 2005, 53(7): 1104 - 1109.
- [12] 3GPP TS 36.211 v9.1.0, Physical channels and modulation: Release 9[S], 2010.
- [13] SEETHALER D, BOLCSKEI H. Infinity-norm sphere-decoding [C]// ISIT 2008: IEEE International Symposium on Information Theory. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 2002 - 2006.
- [14] BURG A, BORGMANN M, WENK M, et al. VLSI implementation of MIMO detection using the sphere decoding algorithm[J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2005, 40(7): 1566 - 1577.
- [15] GUO Z, NILSSON P. Algorithm and implementation of the K-best sphere decoding for MIMO detection[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2009, 24(4): 491 - 503.