文章编号: 1000-6893(2001) 02-0160-03

一种系统辨识的递阶算法及其在飞机颤振试飞中的应用

王进华, 史忠科, 曹　力, 戴冠中
(西北工业大学 自动控制系, 陕西 西安　710072)

ORDER RECURSIVE METHOD OF LEAST SQUARE SYSTEM IDENTIFICATION AND ITS APPLICATION TO FLIGHT TEST

WANG Jin-hua, SHI Zhong-ke, CAO Li, DAI Guan-zhong
(Department of Automatical Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an　710072, China)

摘　要: 在研究协方差矩阵特性的基础上,给出一种最小二乘辨识系统的递阶算法。该算法与自回归模型参数辨识的 Levinson 方法相似,利用协方差矩阵的特性,由低阶模型参数递阶算出高一阶的参数,用阶次辨识方法确定模型阶次。避免了最小二乘系统辨识批处理方法中的高阶矩阵求逆及最小二乘系统辨识递推算法中的循环修正,提高了计算的效率。该辨识方法成功地应用于飞机颤振特性的辨识。

关键词: 辨识; 最小二乘; 递阶算法; 颤振辨识
中图分类号: V215.3+4; V217.1　　文献标识码: A

Abstract: After inspecting the properties of the covariance matrix, a recursive method of system parameter estimation is derived upon LSE. Like Levinson algorithm in an autoregression model identification, this method, taking advantage of the specification of the covariance matrix, calculates the higher order parameters from the lower order parameters and identifies the model order by using the ordinary order identification methods. This method avoids the high order matrix inverse operation in batch process of LSE, providing a more effective estimation method. Finally, this method is successfully used in the identification of aircraft buffeting characteristics.

Key words: identification; LSE; recursive estimation; aircraft buffeting characteristics

颤振辨识是飞机颤振试飞的一个重要环节,一般的辨识方法难以得到满意效果,有时递推算法还会导致辨识发散。由于最小二乘法[1,2](LS)简单、易用、具有良好的统计特性,而广泛用于系统辨识中。通常最小二乘系统辨识(LSE)方法有批处理及递推处理 2 种方法。批处理直接对协方差阵求逆,当系统阶次较高时,计算工作量大。递推处理[1~3]由新的一组输入- 输出值,得到估计参数的修正值,直到估计值收敛(按事先给定的一个小数来判定),需要一个较长的循环过程。特别是当系统模型也要辨识时,每给定一个模型阶次,都要重复上述过程,计算效率很低。

本文在分析协方差矩阵特点的基础上,得到最小二乘系统辨识的一种递阶方法。将本文所述方法应用到飞机颤振特性辨识中。结果表明,该方法正确、有效。

1　系统描述

本文讨论线性定常单输入- 单输出(SISO)系统如下

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-1) + \xi(t) \quad (1)$$

其中: $y(t)$ 和 $u(t)$ 分别为系统的输入和输出; $\xi(t)$ 为与输入无关的零均值的白噪声。

$$A(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{n} a_i z^{-i}$$

$$B(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i z^{-i}$$

设系统参数向量为

$$\theta = [-a_1 \quad -a_2 \quad \cdots \quad -a_n \quad b_0 \quad b_1 \quad \cdots \quad b_{n-1}]^{\mathrm{T}}$$

同时, t 时刻的输入输出数据构成的向量为

$$\varphi(t) = [y(t-1) \quad y(t-2) \quad \cdots \quad y(t-n) \quad u(t-1) \quad u(t-2) \quad \cdots \quad u(t-n)]^{\mathrm{T}}$$

则式(1)可写成

$$y(t) = \varphi^{\mathrm{T}}(t)\theta + \xi(t)$$

若假定已知 $t = 1, 2, \cdots, N$ 时刻的 $y(t)$ 及 $\varphi(t)$ 值,并记

$$\boldsymbol{Y}(N) = [y(1) \quad y(2) \quad \cdots \quad y(N)]^{\mathrm{T}}$$
$$\Phi(N) = [\varphi(1) \quad \varphi(2) \quad \cdots \quad \varphi(N)]^{\mathrm{T}}$$

在满足充分激励条件下,且 N 足够大,可求得系统参数 θ 的最小二乘估计 $\hat{\theta}$ 为

收稿日期: 1999-07-02; 修订日期: 2000-10-19
基金项目: 自然科学基金(69874031)、国防基金资助项目
文章网址: http://www.hkxb.net.cn/hkxb/2001/02/0160/

$$\hat{\theta}=(\Phi^{T}(N)\Phi(N))^{-1}\Phi^{T}(N)\boldsymbol{Y}(N) \qquad (2)$$

2　递阶算法

为得到递阶算法, 需对式(2)的协方差阵作进一步的研究, 记 $\boldsymbol{R}=\Phi^{T}(N)\Phi(N)$ 及

$$r_y(i)=\sum_{i=1}^{N}y(k)y(k-i)$$

$$r_u(i)=\sum_{i=1}^{N}u(k)u(k-i)$$

$$r_{yu}(i)=\sum_{i=1}^{N}y(k)u(k-i)$$

$$r_{uy}(i)=\sum_{i=1}^{N}u(k)y(k-i)$$

则式(2)可记为:

$$\hat{\theta}=\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{V}$$

其中

$$\boldsymbol{V}=\Phi^{T}(N)\boldsymbol{Y}(N)=[r_y(1)\ \cdots\ r_n(n)\mid r_{yu}(1)\ \cdots\ r_{yu}(n)]$$

将协方差矩阵进行整理、重排, 记阶次为 1 时的协方差矩阵记为 $\boldsymbol{R}_1$, 阶次为 n 时的协方差矩阵记为 $\boldsymbol{R}_n$, 则

$$\boldsymbol{R}_n=\left[\begin{array}{cc|cc|c|cc}
r_y(0) & r_{yu}(0) & r_y(1) & r_{yu}(1) & \cdots & r_y(n-1) & r_{yu}(n-1)\\
r_{uy}(0) & r_u(0) & r_{uy}(1) & r_u(1) & \cdots & r_{uy}(n-1) & r_u(n-1)\\
\hline
r_y(1) & r_{uy}(1) & r_y(0) & r_{yu}(0) & \cdots & r_y(n-2) & r_{yu}(n-2)\\
r_{yu}(1) & r_u(1) & r_{uy}(0) & r_u(0) & \cdots & r_{uy}(n-2) & r_u(n-2)\\
\hline
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\
\hline
r_y(n-1) & r_{uy}(n-1) & r_y(n-2) & r_{uy}(n-2) & \cdots & r_y(0) & r_{yu}(0)\\
r_{yu}(n-1) & r_u(n-1) & r_{yu}(n-2) & r_u(n-2) & \cdots & r_{uy}(0) & r_u(0)
\end{array}\right]$$

协方差矩阵具有如下特点:

(1) $\boldsymbol{R}_n$ 是对称矩阵。

(2) 将 $\boldsymbol{R}_n$ 分解成 n 行、n 列个 2×2 阶的分块矩阵, 则其斜对角线元素相等。即有

$$\boldsymbol{R}_n=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}(0) & \boldsymbol{R}(1) & \cdots & \boldsymbol{R}(n)\\ \boldsymbol{R}^{T}(1) & \cdots & \cdots & \vdots\\ \vdots & \cdots & \cdots & \boldsymbol{R}(1)\\ \boldsymbol{R}^{T}(\mathrm{n}) & \cdots & \boldsymbol{R}^{T}(1) & \boldsymbol{R}(0)\end{bmatrix}$$

其中:

$$\boldsymbol{R}(i)=\begin{bmatrix}r_y(i) & r_{yu}(i)\\ r_{uy}(i) & r_u(i)\end{bmatrix}\quad i=0,1,\cdots,n-1$$

(3) $\boldsymbol{R}_{n+1}$ 可表示如下

$$\boldsymbol{R}_{n+1}=\left[\begin{array}{c|c}\boldsymbol{R}_n & \boldsymbol{S}_n\\ \hline \boldsymbol{S}_n^{T} & \boldsymbol{R}_1\end{array}\right]=\left[\begin{array}{c|c}\boldsymbol{R}_1 & \boldsymbol{T}_n^{T}\\ \hline \boldsymbol{T}_n & \boldsymbol{R}_n\end{array}\right] \qquad (3)$$

其中:

$$\boldsymbol{S}_n=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}(n)\\ \boldsymbol{R}(n-1)\\ \vdots\\ \boldsymbol{R}(1)\end{bmatrix};\ \boldsymbol{T}_n=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}^{T}(1)\\ \boldsymbol{R}^{T}(2)\\ \vdots\\ \boldsymbol{R}^{T}(n)\end{bmatrix}$$

同样, 将 n 阶参数重新排列如下

$$\hat{\theta}_n=[-\hat{a}_1\ \ \hat{b}_0\mid-\hat{a}_2\ \ \hat{b}_1\mid\cdots\mid-\hat{a}_n\ \ \hat{b}_{n-1}]^{T}$$

$$\boldsymbol{V}_n=[r_y(1)\ \ r_{yu}(1)\mid r_y(2)\ \ r_{yu}(2)\mid\cdots\mid r_y(n)\ \ r_{yu}(n)]^{T}$$

则 n 阶 SISO 线性定常系统式(1)的最小二乘参数估计 $\hat{\theta}_n=\boldsymbol{R}_n^{-1}\boldsymbol{V}_n$ 可按如下的递阶方法求得

(1) 计算 $\boldsymbol{R}_{S_1}=\boldsymbol{R}_1^{-1}\boldsymbol{S}_1$ 及 $\boldsymbol{R}_{T_1}=\boldsymbol{R}_1^{-1}\boldsymbol{T}_1$; (4)

(2) 计算

$$\boldsymbol{S}_n^{*}=\begin{bmatrix}r_y(n+1) & r_{yu}(n+1)\\ r_{uy}(n+1) & r_u(n+1)\end{bmatrix};$$

$$\boldsymbol{T}_n^{*}=\begin{bmatrix}r_y(n+1) & r_{uy}(n+1)\\ r_{yu}(n+1) & r_u(n+1)\end{bmatrix} \qquad (5)$$

(3) 设已求得 n 阶 $\boldsymbol{R}_{S,n}$ 及 $\boldsymbol{R}_{T,n}$, 则 $\boldsymbol{R}_{S,n+1}$ 及 $\boldsymbol{R}_{T,n+1}$ 可按如下方法递推

$$\boldsymbol{R}_{S,n+1}=\left[\begin{array}{c}\boldsymbol{R}_{S,n}^{*}\\ \hline \boldsymbol{R}_{S,n}-\boldsymbol{R}_{T,n}\boldsymbol{R}_{S,n}^{*}\end{array}\right];$$

$$\boldsymbol{R}_{T,n+1}=\left[\begin{array}{c}\boldsymbol{R}_{T,n}-\boldsymbol{R}_{S,n}\boldsymbol{R}_{T,n}^{*}\\ \boldsymbol{R}_{T,n}^{*}\end{array}\right] \qquad (6)$$

$$\boldsymbol{R}_{S,n}^{*}=(\boldsymbol{R}_1-\boldsymbol{T}_n^{T}\boldsymbol{R}_{T,n})^{-1}(\boldsymbol{S}_n^{*}-\boldsymbol{T}_n^{T}\boldsymbol{R}_{S,n}) \qquad (7)$$

$$\boldsymbol{R}_{T,n}^{*}=(\boldsymbol{R}_1-\boldsymbol{S}_n^{T}\boldsymbol{R}_{S,n})^{-1}(\boldsymbol{T}_n^{*}-\boldsymbol{S}_n^{T}\boldsymbol{R}_{T,n}) \qquad (8)$$

(4) 系统辨识参数为

$$\hat{\theta}_n=\boldsymbol{R}_{T,n}\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} \qquad (9)$$

3　阶次估计

有许多方法, 如 Astrom 的 F 检验, Akaike 的 FPE 准则、AIC 准则等, 用于系统模型估计时的阶次判定, 本文不涉及这方面的内容。本文只是考虑如何在递阶估计中, 得到上述阶估计法则所

需要的信息。

若估计模型阶次为 n 时的系统参数估计值为 $\hat{\theta}_n$，则预报误差为

$$\hat{\xi}(t) = y(t) - \varphi^{\mathrm{T}}(t)\hat{\theta}_n$$

样本数为 N 时的预报误差的平方和为

$$J_N = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\hat{\xi}^2(t) = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left(y(t) - \varphi^{\mathrm{T}}(t)\hat{\theta}_n\right)^2$$

当 $\xi(t)$ 为零均值白噪声，且与输入 $u(t)$ 无关时，可得到

$$J_N = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\left(y^2(t) - y(t)\varphi^{\mathrm{T}}(t)\hat{\theta}_n\right) = \frac{1}{N}\left(r_y(0) - \boldsymbol{V}_n^{\mathrm{T}}\hat{\theta}\right)$$

比较式(3)、式(8)及上式可知，$r_y(0) - \boldsymbol{V}_n^{\mathrm{T}}\hat{\theta}_n$ 正是式(8)计算的 $\boldsymbol{R}_1 - \boldsymbol{T}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{T,n}$ 的第 1 行、第 1 列元素。因此，按上述式(4)～式(9)递阶估计系统参数时，可同时得到相应的残差。

4 飞机颤振特性辨识

颤振辨识是掌握飞机特性的一个重要环节，由于在颤振试验中，有很大的随机干扰，以及颤振特性的多峰性，用批处理方法进行辨识，容易取得较好的结果。本文第 3 节所述，是一种批处理辨识方法。它用递阶算法，避免了传统批处理方法在辨识阶系统时，需求 $2n$ 阶矩阵逆。其辨识过程可概括如下：

第 1 步：按式(4)计算 $\boldsymbol{R}_{S,1}$，$\boldsymbol{R}_{T,1}$，这是 2 个 2×2 方阵。

第 2 步：计算 $\boldsymbol{R}_1 - \boldsymbol{T}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{T,n}$，这是个 2×2 方阵，其第 1 行、第 1 列为预报误差的平方和 NJ_N，用它来进行阶次判定。

第 3 步：按式(7)、式(8)计算 $\boldsymbol{R}^*_{S,n}$，$\boldsymbol{R}^*_{T,n}$，这是 2 个 2×2 方阵。

第 4 步：按式(6)计算 $\boldsymbol{R}_{S,n+1}$，$\boldsymbol{R}_{T,n+1}$，这是 2 个 $2n\times2$ 矩阵。

第 5 步：返回到第 2 步，进行阶次判定。

第 6 步：若已得到适宜的阶次，即可结束。相应的模型参数按式(9)计算得到。

在上述过程中，若已知模型阶次，则可不进行第 2 步，直接按递阶算法算到给定模型阶为止。

利用上述算法对某国产飞机的颤振试飞结果进行了辨识。根据飞行试验数据所得颤振辨识的结果如图 1 所示，相应的飞机颤振幅值频率特性为模型为

$$H(\mathrm{j}\omega) = \frac{K(1 + b\mathrm{j}\omega)}{1 + a_1\mathrm{j}\omega - a_2\omega^2}$$

由图 1 可知，所得模型阶次是正确的，辨识结果令人满意。

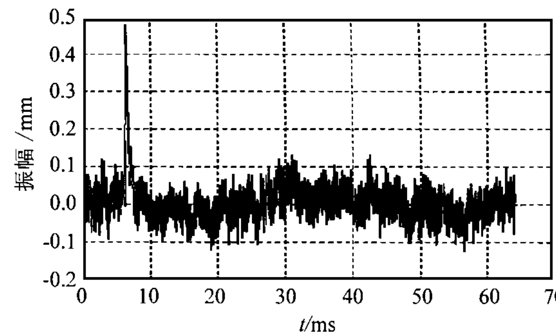

图 1 飞机颤振辨识结果

Fig.1 Result of aircraft buffeting identification

参 考 文 献

[1] Goodwin G C, Payne R L. Dynamic system identification-experiment design and data analysis[M]. Academic Press, 1977.

[2] 韩崇昭，王月娟，万百五. 随机系统理论[M]. 西安：西安交通大学出版社，1987.

[3] 史忠科. 固定区间平滑的新算法及其在飞行试验中的应用[J]. 自动化学报，1991，17(3)：323～328.

作者简介：

王进华 1963 生，男，福建上杭人，西北工业大学博士研究生，高级工程师，主要研究方向：估计、辩识方法，H_∞ 控制，鲁棒控制。

史忠科 1956 生，男，陕西岐山人，毕业于西北工业大学，获博士学位。现为西北工业大学自动控制系教授、博士生导师。目前的研究领域：估计、辩识方法，鲁棒控制，智能控制，交通控制等。

曹 力 1967 生，男，浙江台州人，西北工业大学博士研究生，主要研究方向：非线性系统、图象处理。

戴冠中 1937 生，男，西北工业大学教授，现任校长，“控制理论及控制工程”学科博士生导师。目前研究的方向：具有通讯网络的大系统理论，智能控制与应用，并行处理与并行仿真计算机，控制理论在信号处理中的应用等。