

文章编号: 1000-6893(2001) 02-0109-04

压电驱动器用于薄板型结构振动主动控制研究

陈伟民, 管德, 李敏, 诸德超

(北京航空航天大学 飞行器设计与应用力学系, 北京 100083)

ACTIVE VIBRATION CONTROL OF THIN PLATE WITH PIEZOELECTRIC ACTUATORS

CHEN Wei-min, GUAND De, LI Min, ZHU De-chao

(Dept. of Flight Vehicle Design and Applied Mechanics, Beijing University of
Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

摘要: 对一个带有压电铺层的悬臂层合板进行了振动主动控制的分析和试验。不但采用了速率反馈, 还用现代控制理论的设计方法研究了最优控制问题, 设计了相应的数字式控制试验系统, 进行了试验验证, 并对 2 种控制律的结果进行了比较。同时还研究了机电耦合刚阵的影响。

关键词: 压电驱动器; 机电耦合; 阻尼; 速率反馈; 最优控制

中图分类号: V214.3+3; V249 文献标识码: A

Abstract: Analysis and experiments of the active vibration control to a plate with piezoelectric actuators are summarized. Both velocity feedback and linear quadratic Gauss(LQG) control were analyzed and tested. Digital control systems were designed and tested. Calculated and tested results are compared. The effect of mechanical-electric coupling was also investigated.

Key words: piezoelectric actuator; coupling of mechanics-electricity; damping; velocity feedback; optimal control

压电材料做为驱动器用于航空、航天结构的主动控制, 其驱动力直接作用于结构本体上, 减少了中间环节, 提高了作用效率; 而且压电驱动器可以根据需要在本体结构上灵活分布。随着新压电材料的研制, 压电常数成量级地显著提高, 使得压电材料取代舵面用于实际飞机翼面上越来越可能成为现实。本文就带有压电铺层的薄板型结构的运动方程及振动主动控制做了理论研究, 并进行了相应的试验验证。

1 压电层合板运动方程及状态方程

图 1 表示一个层合板, 其中间为铝板, 上下表面粘贴薄的压电陶瓷片。有如下假设: ①压电铺层与铝板之间无剪切变形; ②层合板满足平面假设; ③压电层很薄, 场强在厚度方向为常数; ④每一压电单元的同一压电层上的电压为常数。

采用四边形弯曲板元, 每个节点有 3 个自由度: z 向位移 w ; 绕 x, y 轴的转角 θ_x, θ_y , 压电铺层沿 z 方向极化, 由文献[1]可得自由振动有限元方程

$$\left. \begin{aligned} M_{uu}\{\ddot{u}\} + K_{uu}\{u\} + K_{u\phi}\{\phi\} &= \{0\} \\ K_{\phi}\{u\} + K_{\phi\phi}\{\phi\} &= \{0\} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

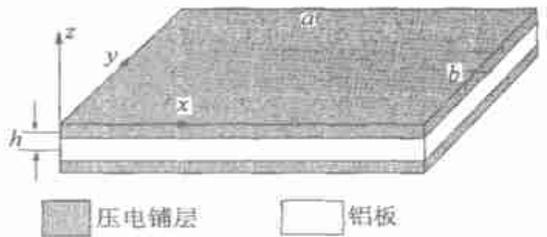


图 1 压电层合板示意图

Fig. 1 Piezoelectric laminated plate

其中: $\{u\}$ 为节点位移向量; $\{\phi\}$ 为压电铺层的电压向量; M_{uu} 为质量阵; K_{uu} 为刚阵。由于压电铺层, 还有压电刚度阵 $K_{u\phi} = -K_{\phi}^T, K_{u\phi} = B_u^T e B_{\phi} \Delta V$; e 为压电应力常数阵; B_u, B_{ϕ} 分别为位移、电压分布函数构成的矩阵; K_{ϕ} 为压电铺层的介电常数阵; $K_{\phi\phi} = B_{\phi}^T \epsilon B_{\phi} \Delta V$ 。

将方程(1)的下半部分代入到上半部分, 消去电压项, 可得方程

$$M_{uu}\{\ddot{u}\} + K\{u\} = \{0\} \quad (2)$$

其中: $K = K_{uu} - K_{u\phi} K_{\phi\phi}^{-1} K_{\phi u} = K_{uu} - \Delta K$ 。可以从方

程(2) 求出固有频率和模态。

引入广义坐标 ξ , 令 $u = \alpha \xi$, 再对方程(2) 进行变换, 得系统运动方程的另一种表达式

$$\begin{cases} \dot{\xi} \\ \xi \end{cases} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \begin{cases} \xi \\ \dot{\xi} \end{cases} + \begin{bmatrix} 0 \\ F \end{bmatrix} V \quad (3)$$

其中: M, C, K, F 分别为广义质量、广义阻尼、广义刚度、广义电压力矩阵; V 为作用电压。

这里用的压电片在 z 方向加电压时, 会在 x, y 方向产生位移。由于铝板上下表面对称粘贴压电片, 所以形成对 x, y 轴的弯矩 M_x, M_y 由文献 [2]:

$$\bar{F}_i = \int_A \begin{bmatrix} \phi_x & \phi_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \end{Bmatrix} dA \quad (4)$$

其中: ϕ_x, ϕ_y 是第 i 个固有模态在 x, y 方向的曲率; M_x, M_y 为 $C_p d_{31} h / (1 - \mu)$, C_p 为压电材料的弹性模量; d_{31} 为压电材料的压电应变常数; h 为压电铺层中面到铝板中面的垂直距离。

如果以板上 A 点的速度为测量输出信号 y , 则 y 与状态向量的关系即传感方程为

$$y = [z_{A1} \ z_{A2} \ \dots \ z_{An}] \dot{\xi} = z_{An} \dot{\xi} = \begin{bmatrix} 0 & z_{An} \end{bmatrix} \begin{cases} \xi \\ \dot{\xi} \end{cases} \quad (5)$$

其中: z_{Ai} 为 A 点第 i 阶模态的 z 方向模态值。

综合式(3)、式(5), 系统的状态方程可计为

$$\begin{cases} \dot{x} = A_m x + B_m V \\ y = C_m x \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{其中: } x = \begin{cases} \xi \\ \dot{\xi} \end{cases}; A_m = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix};$$

$$B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ F \end{bmatrix}; C_m = [0 \ z_{An}]。$$

2 主动控制控制律设计

为了简明且不失一般性, 取前 2 阶振动模态(一、二级弯曲), 广义质量为单位阵; ω_1, ω_2 分别为第 1、第 2 阶模态频率。

对于速率反馈, 即 $V = -k_g y = -k_g C_m x$ 。

对于二次型高斯最优控制令 $V = -K_0 x, K_0$

使二次型性能指标 $J = \int_0^{\infty} [x^T Q x + \phi R \phi] dt$ 最小。

通常系统的状态 x 不是完全可测的, 而且实际系统中存在噪声干扰, 设系统状态方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = A_m x + B_m u + \Gamma w \\ y = C_m x + v \end{cases} \quad (7)$$

式中: w 和 v 分别是对状态变量量测和输出变量

量测的随机干扰, 均为零均值 Gauss 随机过程且协方差阵分别为 $E[w w^T] = Q, 0, E[v v^T] = R, R > 0$ 。根据 Kalman 滤波理论, 令 x_c 为 x 的最优估计信号, Kalman 滤波器的增益矩阵为 K_f, K_0, K_f 由最优控制理论求出。

至此, 可得控制律的状态方程表达式为

$$\begin{cases} \dot{x}_c = (A_m - K_f C - B_m K_0) x_c + K_f y \\ \bar{V} = -K_0 x_c \end{cases} \quad (8)$$

值得注意的是按第 2 节设计出来的控制律其阶数与状态方程的阶数相等, 假设取 5 阶自然振动模态, 则控制律阶数为 10 阶。控制律的阶数太高不但实现起来困难, 而且实现精度也会降低。要对控制律进行降阶。用平衡实现法降阶, 即采用一个相似变换, 对控制律进行平衡实现, 以平衡系统的可控性、可观性 Gramian 矩阵来度量不同子空间的可控性、可观性, 从平衡系中删除弱可控、可观部分, 保留强可控、可观部分做为原系统的低阶近似, 降阶系统具有原系统的性质, 且输入、输出特性不会有太大变化。对于不同的计算模型, 加权阵一般根据经验选取。通常需要经过几次迭代方能得到满意的控制律。要实现数字控制, 需要对已经求得的控制律进行离散。这里使用了 Tustin 变换。而且还需要正确选择采样频率, 并对数/模、模/数转换以及控制律运算过程的相位差进行补偿。

典型的最优控制律设计流程见图 2。

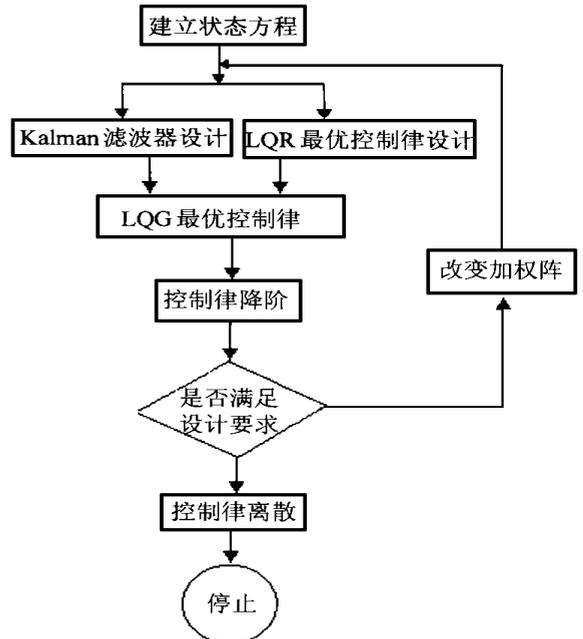


图 2 最优控制律设计流程图

Fig. 2 Flow chart of optimal control law design

3 计算与实验结果

3.1 计算与试验对象描述

计算和试验模型是一块 $205\text{mm} \times 20\text{mm} \times 0.92\text{mm}$ 的悬臂铝板上, 下表面对称粘贴 4 组 $50\text{mm} \times 20\text{mm} \times 0.3\text{mm}$ 的压电片(图 3)。测量位置分别取测量点 $A(200, 0, 10, 0)$ 和测量点 $B(70, 0, 10, 0)$ 2 点; 以根部的一组压电片为驱动器。

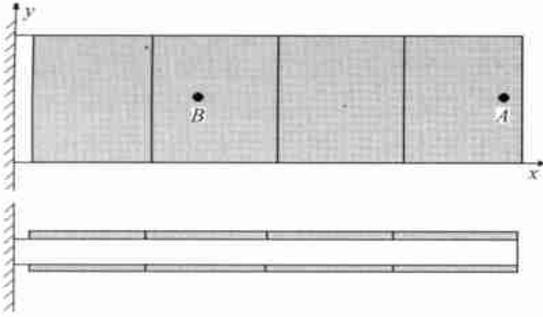


图 3 模型示意图

Fig. 3 Model

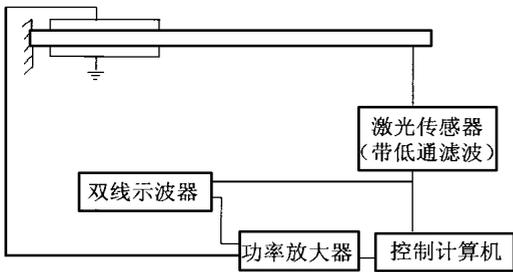


图 4 数字式控制系统试验示意图

Fig. 4 Digital control system in experiment

数字式控制系统的试验设置见图 4。A 或 B 点的速度信号用激光测速仪测量, 采用激光测速, 不用在试件上粘贴传感器, 避免了传感器附加质量的影响, 测量精度高。

3.2 地面共振试验

用扬声器非接触地激振模型, 通过 A 点的速度测量, 求出了模型固有频率。为了观察 ΔK 的影响, 分别在压电片的上下两极导通和不导通的情

况下, 测量了固有频率, 见表 1。

表 1 模型固有频率 单位/Hz
Table 1 Inherent frequencies of model

	1 弯	2 弯	3 弯
上下极面导通	17.5	112	324
上下极面未导通	17.8	113	326

可见, 对于这里的模型, ΔK 并没有明显的影响。

3.3 主动控制

振动主动控制试验的方法是给模型一个初始位移, 然后测量其衰减历程, 并对衰减历程进行了频谱分析。对于速率反馈分测量点为 A 或 B 两种情况, 不同速率反馈增益下模态阻尼的计算和试验结果见表 2(由于第 2 阶模态的响应很小, 所以没能求出试验值), 计算与试验数据吻合较好。从表中可以看出: 不同的传感位置对模态阻尼的影响不同, 这取决于传感位置与驱动位置的相互关系; 在小变形的范围内, 模态阻尼与反馈增益基本呈线性关系。

对于最优控制以 A 点为测量点。经计算发现, 通过选取合适的加权阵, 最优控制可以使模态阻尼都增大, 这一点是前面的同样以 A 点为测量点的速率反馈所不能做到的。

为了比较 2 种控制的结果, 试验时采取同样的初始位移, 同时采用相同的初始反馈电压。图 5 ~ 图 7 分别给出了开环、闭环最优控制和闭环速率反馈的 A 点速度自谱曲线。表 3 中给出了计算的特征根实部。从图中的峰值和表中的特征根的实部可以看出, 2 种控制律都可以明显地控制第 1 阶模态, 但是当 A 点做测量点时, 速率反馈反而激励了 2 阶模态。分析原因, 对于 1 阶模态, A 点的速度响应和压电驱动器处的模态曲率符号相同; 而对于 2 阶模态则两个符号相反。对于速率反馈这就直接反映为反馈压电广义力的符号不同, 导致两对模态一个是抑制一个是激励的结果。而对于最优控制, 控制律是频率的有理分式, 不同频率下压电广义力都可以起到抑制作用。

表 2 速率反馈计算与实验测量阻尼值($\times 10^{-2}$)

Table 2 Analyzed and measured damping for velocity rate feed-back

反馈增益(A 点为测量点)	0.0	0.00424	0.00737	0.0226	0.0250	0.0481
计算值(1 阶)		0.584	0.691	1.216	1.30	2.09
实验值(1 阶)	0.437	0.589	0.604	1.170	1.28	1.89
反馈增益(B 点为测量点)	0.0	0.0252	0.040	0.0578	0.155	0.178
计算值(1 阶)		0.621	0.728	0.857	1.560	1.733
实验值(1 阶)	0.437	0.610	0.704	0.861	1.540	1.680

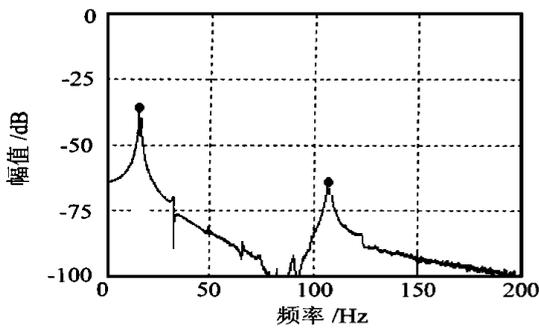


图5 开环试验速度自谱曲线

Fig. 5 Velocity auto-spectrum of open-loop experiment

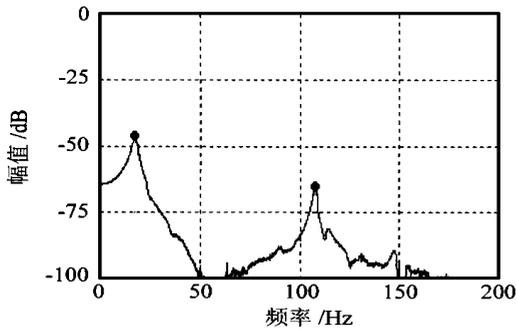


图6 闭环(最优控制)试验速度自谱曲线

Fig. 6 Velocity auto-spectrum of closed-loop (optimal control) experiment

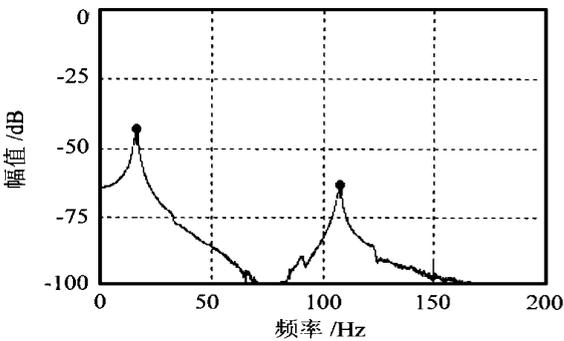


图7 闭环(速率反馈)试验速度自谱曲线

Fig. 7 Velocity auto-spectrum of closed-loop (velocity rate feedback) experiment

表3 开闭环模型特征根实部

Table 3 Real parts of eigenvalue for open-and closed-model

	1 阶	2 阶
开环	- 0.47	- 2.58
速率反馈	- 1.40	- 1.53
最优控制	- 1.57	- 3.16

4 结论

采用压电陶瓷片做为驱动器,通过速率反馈和最优控制都可以很好地抑制薄板的振动,抑制效果与传感和驱动的相对位置有关。为了达到同时抑制多阶模态的效果,建议今后可以在速率反馈设计中把相角的影响考虑进去,效果会好一些。

参考文献

- [1] Tzou H S, Tseng C I. Distributed dynamic identification and controls of flexible shell: theory and finite element development [R]. AIAA-90-1089-CP, 1990.
- [2] Hwang W S, Hyun C P. Finite element modeling of piezoelectric sensors and actuators [J]. AIAA Journal, 1993, 31 (5): 930 ~ 937.

作者简介:



陈伟民 女, 33岁, 博士生, 工程师。从事型号歼击机结构强度设计工作, 主要工作为颤振分析, 气动伺服弹性分析。曾获部级科技进步奖2项, 光华科技工作者基金奖1项。1997年, 于北京航空航天大学攻读博士学位, 研究兴趣: 压电智能结构的颤振和振动主动抑制。

管德男, 67岁, 中国工程院院士, 著名颤振专家。



李敏 男, 32岁, 博士生, 工程师。从事型号歼击机结构强度设计工作, 主要工作为颤振分析, 颤振风洞试验模型设计和试验。曾获部级科技进步奖2项。1995年, 于北京航空航天大学攻读硕士和博士学位, 研究兴趣: 结构动力学, 低速冲击, 振动试验, 激光测振技术在振动试验中的应用等。

诸德超 男, 67岁, 北京航空航天大学教授, 博士生导师。主要从事结构动力学研究。