

文章编号:1000-6893(2010)09-1824-08

基于杂波子空间估计的 MIMO 雷达降维 STAP 研究

翟伟伟^{1,2}, 张弓³, 刘文波²

(1. 上海无线电设备研究所, 上海 200090)

(2. 南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016)

(3. 南京航空航天大学 信息科学与技术学院, 江苏 南京 210016)

Study of Reduced-rank STAP Based on Estimation of Clutter Subspace for MIMO Radar

Zhai Weiwei^{1,2}, Zhang Gong³, Liu Wenbo²

(1. Shanghai Radio Equipment Research Institute, Shanghai 200090, China)

(2. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

(3. College of Information Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

摘 要: 多输入多输出(MIMO)雷达是近年来出现的一种新体制雷达,针对 MIMO 体制的机载雷达开展空时自适应处理(STAP)技术研究是值得进一步努力的方向。本文研究了机载 MIMO 雷达 STAP 技术的降维算法,通过对 STAP 技术杂波抑制原理进行分析,推导并得到一种基于杂波子空间的降维算法。结合扁长椭球波函数(PSWF)的特点,提出了一种基于杂波子空间估计的降维算法,并与若干降维算法的杂波抑制性能进行比较。结果表明,当存在阵元幅相误差时,该算法在保持杂波抑制性能的同时能够有效地降低 STAP 算法的运算量。

关键词: 多输入多输出雷达;空时自适应处理;降维算法;扁长椭球波函数;杂波子空间估计

中图分类号: V243.2; TN957.52 **文献标识码:** A

Abstract: Multiple input multiple output (MIMO) radar is a new radar system developed recently and space time adaptive processing (STAP) for airborne MIMO radar systems deserves further research. This article mainly studies a reduced-rank STAP algorithm in an airborne MIMO radar system. According to an analysis of the clutter suppression principle of STAP, a reduced-rank algorithm based on clutter subspace is derived. On the basis of the reduced-rank algorithm, and combined with the feature of prolate spheroidal wave functions (PSWF), the article proposes a new reduced-rank algorithm based on the estimation of clutter subspace and compares its performance with several other reduced-rank algorithms. The results show that when there exist amplitude and phase errors in the array elements, the new algorithm can effectively reduce computational complexity at the same time keep the clutter suppression performance of the STAP algorithm.

Key words: multiple input multiple output radar; space time adaptive processing; reduced-rank algorithm; prolate spheroidal wave function; estimation of clutter subspace

多输入多输出(MIMO)雷达是 2003 年提出的一种新体制雷达^[1],一直以来受到雷达界的广泛关注和高度重视。该雷达系统结合了多信号技术和阵列技术,具有诸多优点,如可实现空间分集提高雷达探测和估算性能、改善分辨率、提高雷达抗信号截获性能等^[2]。目前国内外对 MIMO 雷达的研究主要集中在 3 种不同形式的 MIMO 雷

达系统:①收发全分集 MIMO 雷达,发射阵元间距和接收间距都很大,目标为分布式复杂大目标,主要研究它的目标检测性能;②发射分集 MIMO 雷达,发射阵元间距很大,接收阵元间距较小,通常小于波长的一半,主要研究它的波达角估计性能;③基于相控阵体制的 MIMO 雷达,发射阵元和接收阵元间距都很小,目标通常为点目标,通过发射正交信号,在接收端进行数字波束形成(DBF)。

近年来,从发射波形优化^[3]、目标参数估计^[4]

收稿日期:2009-09-21; 修订日期:2010-06-04

基金项目:国家自然科学基金(61071163);航空科学基金(2008ZC52026)

通讯作者:张弓 E-mail: gzhang@nuaa.edu.cn

等方面对基于相控阵体制的 MIMO 雷达进行了研究,也有研究者对空时自适应处理(STAP)技术在 MIMO 雷达中的扩展应用做了一些工作^[5-8]。STAP 技术在 MIMO 雷达中的扩展较早出现在文献[5]中,文献[6]从波形优化的角度对 MIMO 雷达中的 STAP 应用做了相应分析,文献[7]则给出了收发可分离的降维相参信号处理方法和基于逼近理论的降维相参信号处理方法。在文献[8]中,C. Y. Chen 等利用扁长椭球波函数(PSWF)估算理想杂波子空间,并通过矩阵分解及矩阵求逆引理^[9]等数学变换推导得到一种新的降维算法,并同其他降维算法相比较分析了理想条件下的杂波抑制性能。由于该降维算法主要通过数学变换得到,其物理意义在文献[8]中作者并未表述清楚。

本文首先分析 STAP 技术杂波抑制原理,推导得到一种基于杂波子空间的降维算法。在此基础上,借鉴文献[8]中 PSWF 函数的思想,提出了一种基于杂波子空间估计的降维算法,使得运算量进一步降低,并且该算法物理意义更加明确。最后分析了阵元幅相误差对杂波抑制性能的影响,并与若干降维算法进行了比较。

1 信号模型

MIMO 雷达阵列结构如图 1 所示。发射端有 M 个阵元,阵元间距为 d_t ,接收端有 N 个接收阵元,阵元间距为 d_r ,每个阵元均为全向天线。 θ 为地面散射体或目标的俯仰角, φ 为地面散射或目标的方位角, ψ 为相应的空间锥角。发射阵列和接收阵列为平行的均匀线阵,且二者距离得较近。雷达平台沿线阵轴向运动,速度为 v 。这样的假设与大多数机载地面动目标显示系统一致。 M 个发射阵元同时发射相互正交的窄带信号,每

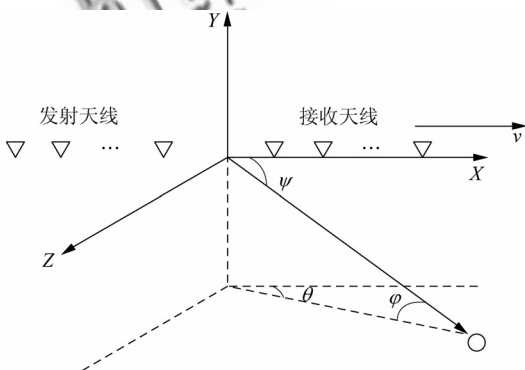


图 1 MIMO 雷达系统结构图

Fig. 1 MIMO radar system structure diagram

个相干脉冲处理间隔(CPI)发射 L 个脉冲,脉冲重复周期(PRI)为 T_r 。第 $m(m=0,1,\dots,M-1)$ 个发射阵元在慢时间 $l(l=0,1,\dots,L-1)$ 时刻发射的信号可表示为

$$u_m(t+lT_r) = s_m(t)e^{j2\pi f(t+lT_r)} \quad (1)$$

式中: $0 \leq t < \tau$, τ 为时间常数; $s_m(t)$ 为第 m 个阵元发射基带信号; f 为载波频率。

第 $n(n=0,1,\dots,N-1)$ 个阵元所接收到的信号经过解调后可表示为

$$\left. \begin{aligned} y_n(t) &= \sum_{m=0}^{M-1} a_t s_m(t) e^{j2\pi(nf_s + lf_t + \frac{md_t}{\lambda} \cos \psi_t)} + \\ & \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{i=0}^{N_c-1} a_i s_m(t) e^{j2\pi(nf_{s,i} + lf_{t,i} + \frac{md_t}{\lambda} \cos \psi_i)} + n_n \\ \cos \psi &= \cos \varphi \cos \theta \\ f_t &= \frac{2(v \cos \psi_t + v_t)}{\lambda} T_r \\ f_s &= \frac{d_r}{\lambda} \cos \psi_i \\ f_{s,i} &= \frac{d_r}{\lambda} \cos \psi_i \\ f_{t,i} &= \frac{2v \cos \psi_i}{\lambda} T_r \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: N_c 为一个距离环内的杂波点数; ψ_t 为多普勒频移空间锥角; ψ_i 为第 i 个杂波块的空间锥角; v_t 为平台速度多普勒频移; λ 为载波波长; f_s 和 f_t 分别为目标归一化空间频率和多普勒频移; $f_{s,i}$ 和 $f_{t,i}$ 分别为距离环上第 i 个杂波块的归一化空间频率和多普勒频移; a_t 为目标信号复幅值; a_i 为杂波信号复幅值; n_n 为接收机内部噪声。

对接收到的信号做匹配滤波后,可得到第 m 个阵元慢时间 l 时刻在第 n 个阵元处的响应为

$$\left. \begin{aligned} y_{n,m,l} &= a_t e^{j2\pi(nf_s + lf_t + \frac{md_t}{\lambda} \cos \psi_t)} + \\ & \sum_{i=0}^{N_c-1} a_i e^{j2\pi(nf_{s,i} + lf_{t,i} + \frac{md_t}{\lambda} \cos \psi_i)} + n_{n,m,l} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: $n_{n,m,l}$ 为接收机内部噪声。

定义

$$\left\{ \begin{aligned} \gamma &= \frac{d_t}{d_r} \\ \beta &= \frac{f_{t,i}}{f_{s,i}} = \frac{2vT_r}{d_r} \end{aligned} \right.$$

则式(3)可简化为

$$y_{n,m,l} = a_t e^{j2\pi f_s(n+\gamma m)} e^{j2\pi f_t l} + \sum_{i=0}^{N_c-1} a_i e^{j2\pi f_{s,i}(n+\gamma m+\beta l)} + n_{n,m,l} \quad (4)$$

式(4)的空时数据矢量可表示为

$$\mathbf{y} = a_t \mathbf{s}_r(\psi_t) \otimes \mathbf{s}_d(f_t) \otimes \mathbf{s}_t(\psi_t) + \sum_{i=0}^{N_c-1} a_i \mathbf{s}_r(\psi_i) \otimes \mathbf{s}_d(f_{t,i}) \otimes \mathbf{s}_t(\psi_i) + \mathbf{n} \quad (5)$$

式中: \mathbf{n} 为接收机噪声矢量; $\mathbf{s}_r(\psi)$ 为接收阵列空域导向矢量; $\mathbf{s}_t(\psi)$ 为发射阵列空域导向矢量; $\mathbf{s}_d(f_t)$ 为时域导向矢量; 且

$$\begin{cases} \mathbf{s}_r(\psi) = [1 & e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d_r \cos \psi} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{\lambda} (N-1) d_r \cos \psi}]^T \\ \mathbf{s}_t(\psi) = [1 & e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d_t \cos \psi} & \dots & e^{j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1) d_t \cos \psi}]^T \\ \mathbf{s}_d(f_t) = [1 & e^{j2\pi f_t} & \dots & e^{j2\pi(L-1)f_t}]^T \end{cases}$$

对于全空时自适应滤波器的结构, 对 \mathbf{y} 进行自适应滤波, 设其权矢量为 \mathbf{w} , 则滤波器的输出为

$$\mathbf{z} = \mathbf{w}^H \mathbf{y} \quad (6)$$

根据最小方差无失真响应(MVDR)准则: 在保证系统对目标的增益不变, 即 $\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}$ 的前提下, 使系统输出的杂波功率剩余

$$\mathbf{w}^H \mathbf{s}(f_s, f_t) = 1 \quad (7)$$

最小, 即可得到最优权矢量

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mu \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(f_s, f_t) \quad (8)$$

式中: \mathbf{R} 为杂波加噪声协方差矩阵; $\mathbf{s}(f_s, f_t)$ 为目标空时导向矢量; $\mu = 1 / [\mathbf{s}(f_s, f_t)^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(f_s, f_t)]$ 为一复常数。

从式(4)可以看到, 接收信号的空域相位差由发射阵元和接收阵元的位置共同决定。当 $\gamma = N$, 即 $d_t = Nd_r$ 时, $n + \gamma m$ 最大值为 $NM - 1$, 相当于在接收端有 NM 个虚拟接收阵元。与相控阵雷达相比, 大大增加了系统的空域分辨率, 较高的空域分辨率对主杂波内的杂波源具有很好的抑制作用。但同时也导致协方差矩阵 \mathbf{R} 的维数增至 $(NML) \times (NML)$, 这使 STAP 技术变得更加复杂, 不但难以获得估计杂波协方差矩阵的独立同分布的样本数, 而且对该高阶的协方差矩阵求逆, 其运算量也是难以接受的。因此, 降维问题在 MIMO 雷达中变得更为突出。

2 基于杂波子空间的降维算法

杂波加噪声协方差矩阵 \mathbf{R} 是正定赫米特矩阵, 对其进行特征分解^[10], 有

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^P \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \sigma_n^2 \sum_{i=P+1}^{NML} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \quad (9)$$

式中: $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_P$, λ_p ($p = 1, 2, \dots, P$) 为协方差矩阵的 P 个大特征值, 为正实数; 其他 $NML - P$ 个特征值近似等于噪声方差 σ_n^2 ; \mathbf{v}_i 为第 i 个特

征矢量。[$\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \dots \ \mathbf{v}_P$] 构成杂波子空间的一组完备正交基矢量。

由于 \mathbf{R}^{-1} 也是正定赫米特矩阵, 因此

$$\mathbf{R}^{-1} = \sum_{i=1}^P \frac{1}{\lambda_i} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=P+1}^{NML} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \quad (10)$$

将式(10)代入式(8)可得最优权矢量为

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mu \left(\frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{s}(f_s, f_t) - \sum_{i=1}^P a_i \mathbf{v}_i \right) \quad (11)$$

$$a_i = \left(\frac{1}{\sigma_n^2} - \frac{1}{\lambda_i} \right) \mathbf{v}_i^H \mathbf{s}(f_s, f_t) \quad (12)$$

式(11)和式(12)表明, 最优权矢量 \mathbf{w}_{opt} 是矢量组 [$\mathbf{s}(f_s, f_t) \ \mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \dots \ \mathbf{v}_P$] 的线性组合。

对式(11)作变换可得

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mu \left(\frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{s}(f_s, f_t) - \mathbf{V}_c \mathbf{A} \right) \quad (13)$$

式中: $\mathbf{A} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_P]^T$; $\mathbf{V}_c = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \dots \ \mathbf{v}_P]$, 为 $(NML) \times P$ 维的降维转换矩阵, MNL 和 P 分别为降维前后数据的维数, 该降维矩阵与数据的特征结构有关, 即 STAP 在特征子空间内进行。由于降维时利用了杂波的相关特性, 因此它是一种统计意义上与数据有关的降维方法^[11], 但特征子空间 \mathbf{V}_c 需要通过对高维协方差矩阵 \mathbf{R} 做特征分解获得。将式(12)代入 \mathbf{A} 中, 有

$$\mathbf{A} = \left[\frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{I}_P - (\boldsymbol{\Sigma}^2)^{-1} \right] \mathbf{V}_c^H \mathbf{s}(f_s, f_t) \quad (14)$$

式中: \mathbf{I}_P 为 P 维的单位矩阵; $\boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}(\mathbf{V}_c^H \mathbf{R} \mathbf{V}_c)$ 为 P 维的对角矩阵, 对角线元素即为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_P$, 表示杂波噪声投影在基矢量 \mathbf{v}_i 上的能量, 即 $\lambda_i = \mathbf{v}_i^H \mathbf{R} \mathbf{v}_i$ ($i = 1, 2, \dots, P$)。

因此, 最优权值计算公式最终可表示为

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mu \left\{ \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{I}_{MNL} - \mathbf{V}_c \left[\frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{I}_P - (\text{diag}(\mathbf{V}_c^H \mathbf{R} \mathbf{V}_c)^2)^{-1} \right] \mathbf{V}_c^H \right\} \mathbf{s}(f_s, f_t) \quad (15)$$

从式(15)可以看到, 计算最优权值的基础为协方差矩阵 P 个大特征值对应的特征向量, 而对高阶矩阵做特征分解是十分复杂的。因此, 可设法简单地寻找 P 个独立的基矢量, 与 \mathbf{V}_c 构成同一个子空间, 利用其和 $\mathbf{s}(f_s, f_t)$ 同样可计算出 \mathbf{w}_{opt} 。当然, 要得到与 \mathbf{V}_c 子空间严格一致的一组新的基矢量比较困难, 但是在一定近似条件下是可以得到的^[10]。

3 MIMO 雷达杂波子空间估计

3.1 MIMO 雷达杂波子空间

首先考虑式(4)中的杂波项,可表示为

$$y_{n,m,l}^{(c)} = \sum_{i=0}^{N_c-1} a_i e^{j2\pi f_{s,i}(n+\gamma m+\beta l)} \quad (16)$$

定义

$$\mathbf{c}_i = [c_{i,0,0,0} \quad c_{i,1,0,0} \quad \cdots \quad c_{i,N-1,M-1,L-1}]^T \quad (17)$$

式中: $c_{i,n,m,l} = e^{j2\pi f_{s,i}(n+\gamma m+\beta l)}$ 。

将信号 $\{y_{n,m,l}^{(c)}\}$ 写为列向量的形式,则有

$$\mathbf{y}^{(c)} = \sum_{i=0}^{N_c-1} \rho_i \mathbf{c}_i \quad (18)$$

式中: ρ_i 为均值为零方差为 $\sigma_{c_i}^2$ 的独立的高斯随机变量。杂波协方差矩阵可表示为

$$\mathbf{R}_c = E[\mathbf{y}^{(c)}(\mathbf{y}^{(c)})^H] = \sum_{i=0}^{N_c-1} \sigma_{c_i}^2 \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i^H \quad (19)$$

即 $\text{span } \mathbf{R}_c = \text{span } \mathbf{C}$, $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_0 \quad \mathbf{c}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{c}_{N_c-1}]$ 。杂波协方差矩阵 \mathbf{R}_c 的秩为^[8]

$$\text{rank } \mathbf{R}_c \approx \lceil \gamma(M-1) + N + \beta(L-1) \rceil \quad (20)$$

式中: $\lceil \cdot \rceil$ 为向上取整。

由式(17)可以得出,向量 \mathbf{c}_i 是对式(21)的非均匀采样:

$$c(t, f_{s,i}) = \begin{cases} e^{j2\pi f_{s,i} t} & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (21)$$

式中: $T = \gamma(M-1) + N - 1 + \beta(L-1)$; $-0.5 \leq f_{s,i} \leq 0.5$, 且 $c(t, f_{s,i})$ 函数为时间带宽有限信号。根据此特点,并结合 PSWF 函数的性质,可将 $c(t, f_{s,i})$ 展开为有限项 PSWF 函数基之和的形式^[8]。

3.2 PSWF 函数估计杂波子空间基矢量

扁长椭球波函数集^[12] $\{\varphi_k(t)\} (k=1, 2, \dots)$ 在无穷区间和有限区间都是正交的。PSWF 函数系列是带限 $[-W, W]$ 和时限 $L^2[0, T]$ 空间上的完备正交基,是下列积分方程的特征函数:

$$\int_0^T \varphi_k(c, x) \frac{\sin[\omega(t-x)]}{\pi(t-x)} dx = \lambda_k(c) \varphi_k(c, t), 0 \leq t \leq T \quad (22)$$

式中: $\varphi_k(c, t)$ 为扁长椭球的特征函数; $\lambda_k(c)$ 为其对应的特征值。它们都是扁长椭球参量 C 的函数, $C = T\omega/2 = 2\pi TW/2 = \pi TW$ 称为系统的时间带宽积,表示系统的设计自由度。

式(22)表明,输入函数 $\varphi_k(c, t)$ 经过角频率 ω 限制和时间 T 限制之后,系统的输出函数为 $\varphi_k(c, t)$ 乘上一个小于 1 的正系数 $\lambda_k(c)$, 即

$$\lambda_k(c) = \frac{\int_0^T \varphi_k^2(c, t) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_k^2(c, t) dt} \quad (23)$$

式(23)表示函数 $\varphi_k(c, t)$ 在时域 $[0, T]$ 内的能量占总能量的比重,即扁长椭球波函数的特征值越大,集中在有限时域 $[0, T]$ 内的能量就越多。由定义可知 $\lambda_0(c)$ 为最大的特征值时,即特征函数 $\varphi_0(c, t)$ 通过一个时间限制 $[0, T]$ 和频带限制 $[-W, W]$ 系统之后,能量最大限度集中,其能量损失最小。

在采用有限 PSWF 函数基近似表示信号 $c(t, f_{s,i})$ 时,为提高精度,应该保证信号能量损失尽可能地小。而 $\lambda_k(c)$ 表示第 k 阶 PSWF 函数基 $\varphi_k(c, t)$ 的能量集中度,故在选取有限项时应选择具有较大特征值的函数基。由文献[12]可知,当 $k \leq 2C/\pi = 2WT$ 时, $\lambda_k(c)$ 接近 1; 当 $k > 2C/\pi$ 时, $\lambda_k(c)$ 经历指数衰减迅速趋于 0。因此,可选择上述 $\lceil 2WT + 1 \rceil$ 个 PSWF 函数基近似表达 $c(t, f_{s,i})$, 即

$$c(t, f_{s,i}) \approx \sum_{k=0}^{r_c-1} \alpha_{i,k} \varphi_k(c, t) \quad (24)$$

式中: $r_c = \lceil 2WT + 1 \rceil = \lceil \gamma(M-1) + N + \beta(L-1) \rceil$, 其中 $W = 0.5$; $\alpha_{i,k} = \int_0^T c(t, f_{s,i}) \varphi_k^*(c, t) dt$, 其中 $*$ 表示复共轭。

因此式(17)中的杂波信号可表示为

$$c_{i,n,m,l} = c(n + \gamma m + \beta l, f_{s,i}) \approx \sum_{k=0}^{r_c-1} \alpha_{i,k} \varphi_k(c, n + \gamma m + \beta l) \quad (25)$$

将该信号写为 $(NML) \times 1$ 的向量:

$$\mathbf{c}_i \approx \sum_{k=0}^{r_c-1} \alpha_{i,k} \mathbf{u}_k \quad (26)$$

定义 $\mathbf{U}_c = [\mathbf{u}_0 \quad \mathbf{u}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_{k-1} \quad \mathbf{u}_k \quad \cdots \quad \mathbf{u}_{r_c-1}]$, 其中 \mathbf{u}_k 是由元素 $\varphi_k(c, n + \gamma m + \beta l)$ 组成的向量。最终得到

$$\text{span } \mathbf{R}_c = \text{span } \mathbf{C} \approx \text{span } \mathbf{U}_c \quad (27)$$

尽管 PSWF 函数 $\{\varphi_k(c, t)\}$ 相互正交,但由于非均匀采样破坏了其正交性,因此, $\{\mathbf{u}_k\}$ 一般不是相互正交的。对 \mathbf{U}_c 做施密特正交变换,可得到 $\mathbf{Q}_c = [\mathbf{q}_0 \quad \mathbf{q}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{q}_{r_c-1}]$, 可以作为构成杂波子空间的一组完备正交基矢量,与杂波特征矢量近似形成同一个子空间,同样可以计算得到最优权矢量 \mathbf{w}_{opt} 。在实际应用中,PSWF 函数 $\varphi_k(c, t)$ 可以离线计算并存储在内存中,当雷达参数 n, m, l, γ, β 发生改变,通过对 PSWF 函数 $\varphi_k(c, t)$ 重新采样获得新的杂波子空间的完备正交基。相对于用大量满足独立同分布条件的辅助样本来估计一个全空时杂波协方差矩阵,并对一个高维矩阵做特征分解得到特征空间,该方法需要的运算量更少。

4 基于杂波子空间估计的降维算法

\mathbf{Q}_c 可以作为构成杂波子空间的一组完备正交基矢量,与杂波特征矢量 \mathbf{V}_c 近似形成同一个杂波子空间。将 \mathbf{Q}_c 代入式(15)中,可得到最优权矢量为

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mu \left\{ \frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{I}_{MNL} - \mathbf{Q}_c \left[\frac{1}{\sigma_n^2} \mathbf{I}_P - (\text{diag}(\mathbf{Q}_c^H \mathbf{R} \mathbf{Q}_c)^2)^{-1} \right] \mathbf{Q}_c^H \right\} \mathbf{s}(f_s, f_t) \quad (28)$$

式中: $\text{diag}(\mathbf{Q}_c^H \mathbf{R} \mathbf{Q}_c)$ 的对角线元素为 $\mathbf{q}_i^H \mathbf{R} \mathbf{q}_i (i=1, 2, \dots, P)$, 表示杂波噪声投影在基矢量 \mathbf{q}_i 上的能量; \mathbf{Q}_c 为 $(NML) \times P$ 维的降维矩阵,利用 \mathbf{Q}_c 中 P 个独立的基矢量和目标空时导向矢量 $\mathbf{s}(f_s, f_t)$ 同样可以计算得到最优权值。

该方法避免了对 $(NML) \times (NML)$ 全维协方差矩阵 \mathbf{R} 做特征分解以获得特征矢量,避免了对全维的协方差矩阵 \mathbf{R} 进行求逆运算,只需要对 P 维的对角矩阵进行求逆,大大降低了计算最优权值时的运算量。在实际应用中,PSWF 函数 $\varphi_k(c, t)$ 可以离线计算并存储在内存中,而 P 个独立的基矢量 \mathbf{q}_i 可以通过对 PSWF 函数采样获得,当雷达参数 $m, n, k, L_s, \gamma, \beta$ 发生改变,通过对 PSWF 函数重新采样获得新的杂波子空间的完备正交基矢量。

上述杂波子空间假设没有误差的理想条件,杂波加噪声协方差矩阵 \mathbf{R} 大特征值的个数为 $\lceil \gamma(M-1) + N + \beta(L-1) \rceil$, 此时杂波特征矢量形成的子空间称为理想杂波子空间 Θ_c 。接收阵元处接收到的杂波数据属于空间 Θ_c 。当存在阵元误

差时,各列子阵方向图发生差异,破坏了空间的一致性,使杂波过程产生一个小的扰动分量。这时接收阵元处接收到的杂波数据一般不再属于 Θ_c , 但主要分量仍在 Θ_c 中,而由误差引起的小分量则偏离 Θ_c , 即杂波子空间发生扰动,扰动分量偏离 Θ_c 的情况具有随机性^[13]。因此,虽然阵元误差使得协方差矩阵 \mathbf{R} 大特征值的个数增加,但在误差较小即扰动分量较小的情况下,前 $\lceil \gamma(M-1) + N + \beta(L-1) \rceil$ 个大特征值对应的杂波特征矢量所构成的子空间仍能捕获到杂波的主要分量,与理想杂波子空间 Θ_c 近似相等。

由以上分析可知,尽管 PSWF 完备正交基矢量 \mathbf{Q}_c 是在理想条件下得到的,对应着理想杂波子空间,但是在存在阵元幅相误差且降维 STAP 处理器维数均为 $\lceil \gamma(M-1) + N + \beta(L-1) \rceil$ 时, \mathbf{V}_c 与 \mathbf{Q}_c 近似相等(即 \mathbf{V}_c 与 \mathbf{Q}_c 的列矢量近似相等)。因此可以得到结论:基于杂波子空间的降维算法(即根据式(15)计算权值)与基于杂波子空间基矢量估计的降维算法(即根据式(28)计算权值)在受到较小阵元幅相误差影响时理论上具有相近的性能。相对于基于杂波子空间的降维算法需要满足大量独立同分布条件的辅助样本,且对一个高维的矩阵做特征分解,该算法的运算量大大降低,同时对基于特征子空间的自适应降维算法如何有效地降低运算量,从理论研究迈向实际应用,有一定的启发作用。

5 仿真实验

通过仿真实验对利用 PSWF 完备正交基代替杂波特征矢量形成杂波子空间的精确性进行验证,并对基于杂波子空间估计的降维算法杂波抑制性能进行分析比较。在仿真过程中, MIMO 雷达系统主要参数如下:发射阵元 $M=5$,接收阵元 $N=6$,时域脉冲数 $L=8$,辅助样本数为 200,脉冲重复频率 $f_r=2\,434.8$ Hz,波长 $\lambda=0.23$ m,载机高度 $H=9$ km,载机速度 $v=140$ m/s,输入杂噪比 $\text{CNR}=60$ dB,输入信噪比 $\text{SNR}=0$ dB, $\gamma=N$, $\beta=1$,杂波谱沿斜对角分布。

根据第 3.2 节所述原理生成所需的 PSWF 函数基 $\varphi_k(c, t)$,求得相应的特征值 λ_k 。如图 2 所示,当 $k \leq 2WT=36$ 时, λ_k 趋于 1;而当 $k > 36$ 时, λ_k 迅速衰减为 0,这与理论结果完全一致。图 3 为前 4 阶 PSWF 函数基的能量谱,在满足时域有限 $[0, 36]$ s 条件的同时,其能量主要限制在 $[-0.5, 0.5]$ Hz 的频带范围内。

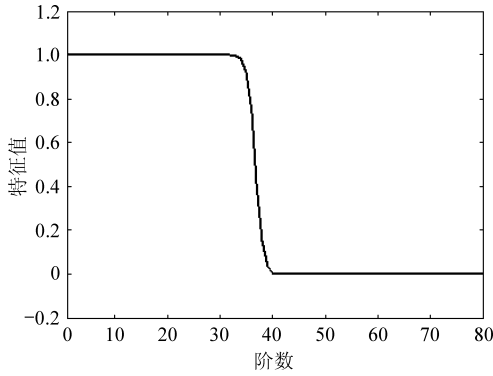


图 2 PSWF 特征值曲线
Fig. 2 PSWF eigenvalue curve

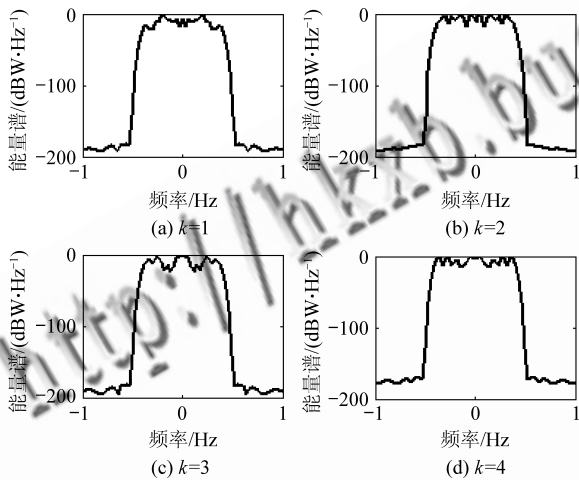


图 3 PSWF 函数基能量谱
Fig. 3 PSWF basic energy spectrum

通过对 PSWF 函数 $\{\varphi_k(c, t)\}$ 非均匀采样, 并经过正交化处理, 可得到杂波子空间的 PSWF 正交基矢量 Q_c , 噪声子空间 $Q_n = I - Q_c Q_c^H$ 。杂波与噪声投影在每个基矢量上的能量为 $q_i^H R q_i$, 如图 4 所示。为方便比较, 同时给出了矩阵 R 的特征谱, 大特征值的个数为 $\lceil \gamma(M-1) + N + \beta(L-1) \rceil = 37$ 。从图 4 中可以看到, 与矩阵 R 的特征谱相比, 在没有误差的理想情况下, 杂波能量几乎全部落在 PSWF 正交基矢量中。因此可以得出结论: 利用 PSWF 完备正交基代替杂波特征矢量可近似形成同一个杂波子空间。与对矩阵做特征分解相比, 该方法不需要雷达数据样本, 而且 PSWF 完备正交基可随雷达参数的改变而改变。

对基于杂波子空间的降维算法、基于杂波子空间估计的降维算法及特征相消器 (EC) 降维算法的杂波抑制性能进行了比较分析。图 5(a) 和图 5(b) 分别为在理想条件下基于杂波子空间的降维算法和基于杂波子空间估计的降维算法的滤波响应, 降维处理器维数为 37。从图 5 中可以看

到, 在理想条件下, 两种降维算法的滤波响应一致, 均可在检测目标位置处形成最大响应。该仿真结果进一步验证了利用 PSWF 正交基矢量代替杂波特征矢量近似杂波子空间的合理性及正确性。

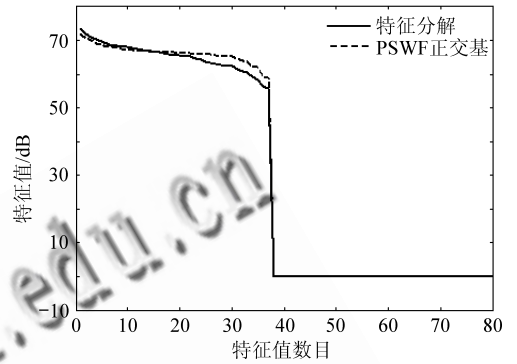
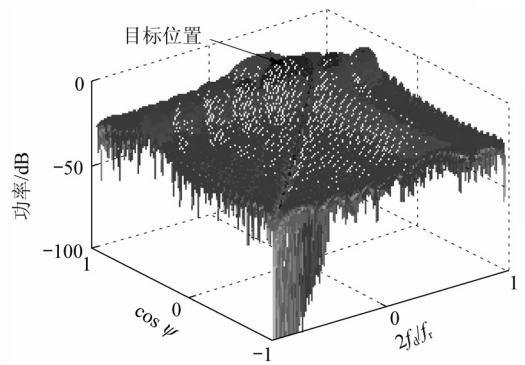
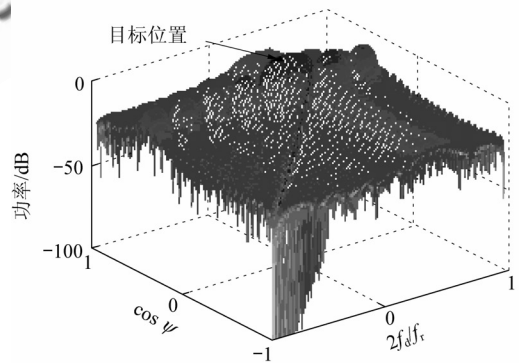


图 4 杂波与噪声在每个基矢量上的投影能量分布
Fig. 4 Projection of clutter and noise on each basis



(a) 基于杂波子空间的降维算法



(b) 基于杂波子空间估计的降维算法

图 5 两种降维算法滤波响应

Fig. 5 Filter response of two reduced-rank algorithms

图 6 为理想条件下特征相消器降维算法的滤波响应, 降维处理器维数 37。该降维算法亦在特征子空间进行, 由于 EC 算法的权矢量位于与杂波子空间正交的噪声子空间, 对杂波的抑制能力加强, 故与前面两种降维算法相比在杂波处形成

更低的凹口。

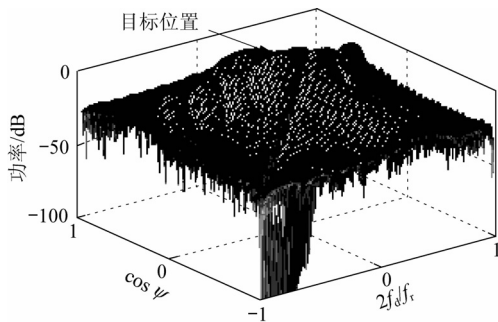


图6 EC降维算法滤波响应

Fig. 6 Filter response of eigencanceler reduced-rank algorithm

图7为3种降维算法在空间频率 $f_s=0$ 时的改善因子(IF)曲线,并考虑了没有阵元幅相误差和存在5%阵元幅相误差(幅度误差为5%,相位误差为5%)两种情况,降维处理器维数均为37。从图7中可以看到,无论是在主杂波区还是在副瓣杂波区,在没有误差的情况下,3种降维算法的杂波抑制性能完全一致。当存在5%的阵元幅相误差时,3种降维算法的杂波抑制性能仍然十分接近,这与第4节得到的结论一致。但是,相对于另外两种降维算法,基于杂波子空间估计的降维算法在保持杂波抑制性能的同时计算量却大大降低。

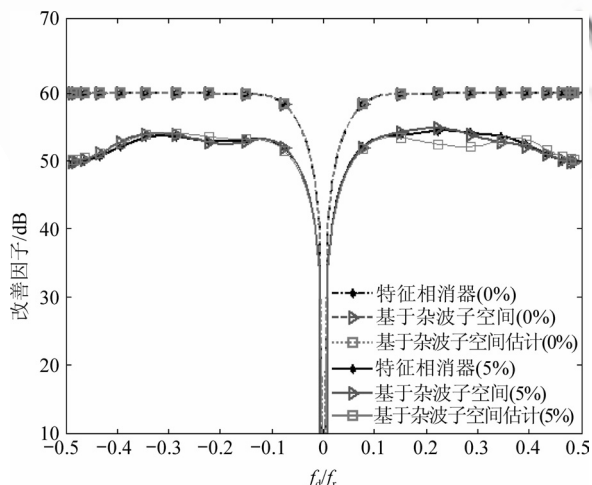


图7 改善因子比较

Fig. 7 Improved factor comparison

6 结论

通过对STAP技术杂波抑制原理进行分析,推导得到一种基于杂波子空间的降维算法,提出

了一种基于杂波子空间估计的降维算法,使得运算量进一步降低。分析了阵元幅相误差对杂波抑制性能的影响,结果表明,该算法在保持杂波抑制性能的同时能够有效地降低STAP算法的运算量。在实际应用中,PSWF函数 $\{\varphi_k(c,t)\}$ 可以离线计算并存储在内存中,若雷达参数 m,n,l,γ,β 发生改变,通过对PSWF函数 $\{\varphi_k(c,t)\}$ 重新采样获得新的杂波子空间完备正交基。由于文中的PSWF完备正交基是在理想条件下得到的,为提高性能,在以后的工作中可考虑基于实时接收的杂波数据对PSWF完备正交基进行修正。

参考文献

- [1] Rabideau D J, Parker P, Rabideau D. Ubiquitous MIMO multifunction digital array radar[C]// Conference Record of the 37th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. 2003, 1: 1057-1064.
- [2] 何子述, 韩春林, 刘波. MIMO雷达概念及其技术特点分析[J]. 电子学报, 2005, 33(12A): 143-147.
He Zishu, Han Chunlin, Liu Bo. MIMO radar and its technical characteristic analyses[J]. Chinese Journal of Electronics, 2005, 33(12A): 143-147. (in Chinese)
- [3] Yang Y J, He Z S, Xia W. Waveform design for MIMO radar using Kronecker structured matrix estimation [C]// IEEE International Conference on Communication Systems, 2008: 431-435.
- [4] Jin M, Liao G S, Li J. Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar [J]. Signal Processing, 2009, 89(2): 244-251.
- [5] Bliss W, Forsythe K W. Multiple input multiple output (MIMO) radar and imaging: degrees of freedom and resolution [C]// Conference Record of the 37th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. 2003, 1: 54-59.
- [6] Zeng J K, He Z, Liu B. Adaptive space-time-waveform processing for MIMO radar [C]// International Conference on Communications, Circuits and Systems. 2008: 641-643.
- [7] Feng D Z, Li X M, Lu H, et al. Two-sided minimum-variance distortionless response beamformer for MIMO radar [J]. Signal Processing, 2009, 89(3): 328-332.
- [8] Chen C Y, Vaidyanathan P P. MIMO radar space-time adaptive processing using prolate spheroidal wave functions [J]. IEEE Transactions Signal Process, 2008, 56(2): 623-635.
- [9] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 68-71.
Zhang Xianda. Matrix analysis and application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 68-71. (in Chinese)
- [10] 王永良, 彭应宁. 空时自适应信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 68-71.
Wang Yongliang, Peng Yingning. Space-time adaptive signal processing[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 68-71. (in Chinese)

大学出版社, 2000: 47-50.

Wang Yongliang, Peng Yingning. Space-time adaptive processing [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000: 47-50. (in Chinese)

- [11] 张良. 机载相控阵雷达降维 STAP 研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 1999.

Zhang Liang. Study of reduced-rank STAP for airborne phased array radar[D]. Xi'an: Xidian University, 1999. (in Chinese)

- [12] 陈国东, 武穆清. UWB 脉冲正交综合优化设计算法[J]. 电子科技大学学报, 2008, 37(5): 660-663.

Chen Guodong, Wu Muqing. Optimal pulse design based on synthesis of PSWFs for UWB[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2008, 37(5): 660-663. (in Chinese)

- [13] 廖桂生, 保铮, 张玉洪, 等. 阵元幅相误差对 AEW 雷达二维杂波谱的影响[J]. 电子学报, 1994, 22(3): 116-117.

Liao Guisheng, Bao Zheng, Zhang Yuhong, et al. On 2-D

clutter spectra for AEW radars with imperfect arrays[J]. Chinese Journal of Electronics, 1994, 22(3): 116-117. (in Chinese)

作者简介:

翟伟伟(1983—) 男, 硕士研究生。主要研究方向: 雷达信号处理、空时自适应处理。

E-mail: luck_shawn@yahoo. cn

张弓(1964—) 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 雷达信号处理、目标探测与识别。

E-mail: gzhang@nuaa. edu. cn

刘文波(1968—) 女, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 数字信号处理、非线性动力学、计算机自动测控。

E-mail: wenboliu@nuaa. edu. cn

(编辑: 张利平, 晓坤)