Journal of Computer Applications
计算机应用,2012,32(3):649-653
ISSN 1001-9081
CODEN JYIIDU
2012-03-01
http://www.joca.cn

文章编号:1001-9081(2012)03-0649-05
doi:10.3724/SP.J.1087.2012.00649

基于多专家区间数的多属性群决策方法

毛军军[1,2*],王翠翠[1],姚登宝[1]
(1. 安徽大学 数学科学学院,合肥 230039;
2. 计算智能与信号处理教育部重点实验室(安徽大学),合肥 230039)
(*通信作者电子邮箱 wccjiayou@163.com)

摘　要:针对区间数的多专家多属性决策问题,提出了一种基于非线性规划模型的群决策方法。该方法建立如下准则:在不同对象和属性下,当某专家的估计值与所有专家估计值的均值越靠近时,则其专家权重就越大;反之就越小。基于该准则利用区间距离公式和规划模型解决了专家权重难以确定的问题。结合集成算子理论,利用区间数算术平均算子将决策矩阵集成为综合决策矩阵,再利用属性权重将其集成为综合属性值,通过二维可能度建立比较可能度矩阵,然后利用排序向量法进行排序。最后通过实例分析验证了该方法的可行性和合理性。

关键词:区间数;群决策;专家权重;算子集成理论;可能度

中图分类号:TP18;TP301.6　　**文献标志码**:A

Method for multi-attribute group decision-making based on multi-experts' interval numbers

MAO Jun-jun[1,2*], WANG Cui-cui[1], YAO Deng-bao[1]
(1. *School of Mathematical Sciences, Anhui University, Hefei Anhui* 230039, *China*;
2. *Key Laboratory of Intelligent Computing and Signal Processing of Ministry of Education* (*Anhui University*), *Hefei Anhui* 230039, *China*)

Abstract: A group decision-making method based on non-linear programming model was proposed for multi-attribute problem based on multi-experts' interval numbers. This method had constructed the following principles: under different objects and attribute conditions, the weight of an expert would be bigger if his evaluation value was close to the mean value of all experts' evaluation; on the other hand, smaller. Based on this, the problem that experts' weights were hard to be determined had been solved successfully with interval distance formula and programming model. According to aggregated operator theory, decision-making matrices had be aggregated into a collective decision-making matrix by use of interval weighted arithmetic aggregated operator, then aggregated into an overall attribute value by attribute weights, and with two-dimensions possibility degree, a possibility degree matrix had been constructed to rank all objects by ranking vectors method. Finally, a case study was presented to verify the proposed method's feasibility and rationality.

Key words: interval number; group decision-making; experts' weight; aggregated operator theory; possibility degree

0　引言

多属性决策是一种对已有信息挖掘和知识发现[1]的方法,广泛应用于实际中。近年来,人们逐渐将研究对象由实数扩展为区间,提出了一系列针对区间数的多属性决策方法:文献[2]研究了区间值信息系统中的优势关系,提出了属性约简和规则获取方法;文献[3-6]分别研究了区间数多属性决策的集成算子问题并针对不同情形给出了求解权重的具体方法;文献[7]从时间序列角度提出了一种动态几何加权平均算子;文献[8]分别从单值和区间两个角度研究直觉模糊集的多属性决策问题,并利用规划模型解决了专家权重的获取问题;文献[9]利用灰色关联分析来研究区间数的多属性决策问题,并将其应用到军事领域的电子对抗中;文献[10]研究了属性值和偏好皆为区间数的多专家群体决策问题;文献[11]虽然利用自适应迭代算法求出具有偏好信息的专家权重,但是只给出了总体专家权重,不能灵活地处理实际的群决策问题;文献[12]利用条件概率定义区间数的相似度,提出区间数的一种排序方法;文献[13]基于区间型直觉模糊集定义一种新的得分函数,但是在实际中发现这种方法无法处理隶属度和非隶属度上下界之和相等的情况;文献[14]虽然提出改进的办法,但引进过多参数给实际决策带来很大的不便;文献[15]利用偏好关系矩阵,从比较的观点出发研究了区间直觉模糊集的排序问题。

在实际的决策中,由于不同专家的知识、经验不尽相同,难免受到主观因素的影响,从而使做出的决策与实际产生一定的偏差,不能达到理想的效果。鉴此,研究多专家联合决策问题尤其是多专家权重的获取问题显得格外重要。在求解专家权重时可基于如下准则:在不同属性和对象下,当某专家的估计值与所有专家估计值的均值越靠近,则对应的专家权重就越大(反之就越小),由此结合区间数间距离建立非线性规划模型来确定专家权重;然后,再通过区间数算术加权平均算子将多个决策矩阵集成为综合决策矩阵,并利用文献[3]介绍的属性权重的确定方法,将综合决策矩阵集成为综合属性值;最后,结合二维形式的区间数可能度计算公式建立比较可

收稿日期:2011-08-17;**修回日期**:2011-12-09。　**基金项目**:国家自然科学基金资助项目(61073117);安徽大学学术创新团队项目(KJTD001B);安徽省高等学校青年基金资助项目(2011SQRL186)。

作者简介:毛军军(1973-),女,浙江杭州人,副教授,博士,主要研究方向:智能计算、统计决策;　王翠翠(1989-),女,安徽宿州人,硕士研究生,主要研究方向:不确定理论、多属性决策;　姚登宝(1987-),男,安徽合肥人,硕士研究生,主要研究方向:概率统计。

能度矩阵,利用排序向量法进行排序。

1 预备知识

在实际决策过程中,决策信息有时以区间数形式表达,为了更清楚地阐述后面所提出的多属性决策方法,这里首先介绍几个相关概念及性质。

定义 1[3] 区间数。记 $\tilde{a} = [a^{L}, a^{U}] = \{x: a^{L} \le x \le a^{U}, a^{L}, a^{U} \in \mathbf{R}\}$,称 $\tilde{a}$ 为一个区间数。

设 $\tilde{a} = [a^{L}, a^{U}]$ 和 $\tilde{b} = [b^{L}, b^{U}]$ 为两个区间数且 $\beta \ge 0$,可定义如下区间数的运算法则:

1) 当且仅当 $a^{L} = b^{L}$ 和 $a^{U} = b^{U}$ 时,$\tilde{a} = \tilde{b}$;

2) $\tilde{a} + \tilde{b} = [a^{L} + b^{L}, a^{U} + b^{U}]$;

3) $\beta\tilde{a} = [\beta a^{L}, \beta a^{U}]$。

定义 2 区间数加权算术平均算子(简称 IWAA 算子)。设 $\tilde{a}_i = [a_i^{L}, a_i^{U}](i = 1,2,\cdots,n)$ 是一组区间数,称映射 $IWAA: \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n \to \mathbf{R} \times \mathbf{R}$,为区间数加权算术平均算子,若:

$$IWAA_w(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \cdots, \tilde{a}_n) = \sum_{i=1}^{n} \tilde{a}_i w_i = \left[\sum_{i=1}^{n} a_i^{L} w_i, \sum_{i=1}^{n} a_i^{U} w_i\right]$$

其中加权向量:

$$\boldsymbol{w} = (w_1, w_2, \cdots, w_n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1; w_i \in [0,1], i = 1,2,\cdots,n$$

定义 3 可能度。设 $\tilde{a} = [a^{L}, a^{U}]$ 和 $\tilde{b} = [b^{L}, b^{U}]$ 为两个区间数,可定义它们之间的比较可能度定义如下:

1) 若 $b^{L} \ge a^{U}$ 时,$P\{\tilde{a} \ge \tilde{b}\} = 0$。

2) 若 $a^{L} \ge b^{U}$ 时,$P\{\tilde{a} \ge \tilde{b}\} = 1$。

3) 若 $a^{L} \le b^{L} \le a^{U} \le b^{U}$ 时,

$$P\{\tilde{a} \ge \tilde{b}\} = \frac{|a^{U} - b^{L}|^2}{2S}$$

其中:$S = (a^{U} - a^{L}) \times (b^{U} - b^{L})$(下同)。

4) 若 $a^{L} \le b^{L} < b^{U} \le a^{U}$ 时,

$$P\{\tilde{a} \ge \tilde{b}\} = \frac{|2a^{U} - b^{L} - b^{U}| \times |b^{U} - b^{L}|}{2S}$$

5) 若 $b^{L} < a^{L} < a^{U} < b^{U}$ 时,

$$P\{\tilde{a} \ge \tilde{b}\} = \frac{|a^{U} + a^{L} - 2b^{L}| \times |a^{U} - a^{L}|}{2S}$$

6) 若 $b^{L} < a^{L} < b^{U} < a^{U}$ 时,

$$P\{\tilde{a} \ge \tilde{b}\} = 1 - \frac{|b^{U} - a^{L}|^2}{2S}$$

可能度 $P\{\tilde{a} \ge \tilde{b}\}$ 表示区间数 $\tilde{a} = [a^{L}, a^{U}]$ 优于区间数 $\tilde{b} = [b^{L}, b^{U}]$ 可能程度,它是对进行区间数比较的一种测度方法。通过分析发现,上面所定义的可能度具有以下性质。

性质 1 设 $\tilde{a} = [a^{L}, a^{U}]$ 和 $\tilde{b} = [b^{L}, b^{U}]$ 为两个区间数,则它们之间的比较可能度 $P\{\tilde{a} \ge \tilde{b}\}$ 满足以下性质:

1) $0 \le P(\tilde{a} \ge \tilde{b}) \le 1$。

2) 当且仅当 $b^{U} \le a^{L}$,$P(\tilde{a} \ge \tilde{b}) = 1$。

3) 当且仅当 $a^{U} \le b^{L}$,$P(\tilde{a} \ge \tilde{b}) = 0$。

4) 互补性。$P(\tilde{a} \ge \tilde{b}) + P(\tilde{a} \le \tilde{b}) = 1$,特别地,$P(\tilde{a} \ge \tilde{a}) = 1/2$。

5) $P(\tilde{a} \ge \tilde{b}) \ge 1/2 \Leftrightarrow a^{U} + a^{L} \ge b^{U} + b^{L}$,尤其 $P(\tilde{a} \ge \tilde{b}) = 1/2 \Leftrightarrow a^{U} + a^{L} = b^{U} + b^{L}$。

6) 传递性。对于3个区间数 $\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}$,若 $P(\tilde{a} \ge \tilde{b}) \ge 1/2$ 且 $P(\tilde{b} \ge \tilde{c}) \ge 1/2$,则 $P(\tilde{a} \ge \tilde{c}) \ge 1/2$。

定义 4 设 $\tilde{a} = [a^{L}, a^{U}]$ 和 $\tilde{b} = [b^{L}, b^{U}]$ 为两个区间数,则它们之间的距离可定义为:

$$d(\tilde{a}, \tilde{b}) = \sqrt{(a^{L} - b^{L})^2 + (a^{U} - b^{U})^2}$$

可以证明,上述定义的距离满足如下性质:

1) 非负性。$d(\tilde{a}, \tilde{b}) \ge 0$(当且仅当 $\tilde{a} = \tilde{b}$,$d(\tilde{a}, \tilde{b}) = 0$)。

2) 对称性。$d(\tilde{a}, \tilde{b}) = d(\tilde{b}, \tilde{a})$。

3) 传递性。设 $\tilde{c} = [c^{L}, c^{U}]$ 为另一个区间数,则 $d(\tilde{a}, \tilde{b}) \le d(\tilde{a}, \tilde{c}) + d(\tilde{c}, \tilde{b})$。

2 基于多专家区间数的多属性群决策方法

在多专家的属性值为区间数的多属性群决策问题中,设 $\boldsymbol{k} = \{1,2,\cdots,t\}$ 表示 t 个专家决策者的集合,$\boldsymbol{X} = \{x_1, x_2, \cdots, x_m\}$ 表示有限个对象的集合,$\boldsymbol{A} = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ 表示对象的属性集合,$\boldsymbol{w} = (w_1, w_2, \cdots, w_n)$ 表示属性的权重向量,其中 $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1, w_i \in [0,1](i = 1,2,\cdots,n)$。

对于专家 $k(k = 1,2,\cdots,t)$ 而言,对象 x_i 按属性 a_j 进行测度,得到 x_i 关于 a_j 的属性值 $\tilde{a}_{ij}^{(k)}$,从而构成原始决策矩阵 $\boldsymbol{A}^{(k)} = (\tilde{a}_{ij}^{(k)})_{m\times n} = ([a_{ij}^{L(k)}, a_{ij}^{U(k)}])_{m\times n}$。属性类型一般分为效益型和成本型两种,其中效益型属性是指属性值越大越好的属性,成本型属性是指属性值越小越好的属性。由于不同类型属性具有不同的量纲,因此对不同属性下的属性值进行比较是没有意义的(相同量纲的除外)。为了消除不同物理量纲对决策结果的影响,对于多专家区间数的多属性决策问题决策时先按下列公式对原始决策矩阵 $\boldsymbol{A}^{(k)}$ 进行无量纲化处理得到规范化决策矩阵 $\boldsymbol{R}^{(k)} = (\tilde{r}_{ij}^{(k)})_{m\times n} = ([r_{ij}^{L(k)}, r_{ij}^{U(k)}])_{m\times n}$,采用规范化方法如下:

1) 若属性 a_i 为效益型,则

$$\begin{cases} r_{ij}^{L(k)} = \dfrac{a_{ij}^{L(k)}}{\sum_{i=1}^{m} a_{ij}^{U(k)}} \\ r_{ij}^{U(k)} = \dfrac{a_{ij}^{U(k)}}{\sum_{i=1}^{m} a_{ij}^{L(k)}} \end{cases} \tag{1}$$

其中:$i = 1,2,\cdots,m$; $j = 1,2,\cdots,n$; $k = 1,2,\cdots,t$。

2) 若属性 a_i 为成本型,则

$$\begin{cases} r_{ij}^{L(k)} = \dfrac{(a_{ij}^{L(k)})^{-1}}{(\sum_{i=1}^{m} a_{ij}^{U(k)})^{-1}} \\ r_{ij}^{U(k)} = \dfrac{(a_{ij}^{U(k)})^{-1}}{(\sum_{i=1}^{m} a_{ij}^{L(k)})^{-1}} \end{cases} \tag{2}$$

其中:$i = 1,2,\cdots,m$; $j = 1,2,\cdots,n$; $k = 1,2,\cdots,t$。

在对原始决策矩阵 $\boldsymbol{A}^{(k)}$ 进行规范化后,决策问题的研究对象转化成了规范化后的矩阵 $\boldsymbol{R}^{(k)}(k = 1,2,\cdots,t)$。下面将给出不同专家权重的确定方法。

在决策过程中,为了能得到更合理的结果往往需要多个专家共同决策,因而多个专家的权重经常事先给出。然而,实际生活中,不同专家有不同的知识和经验,他们对不同属性的估计决策程度不同,如果多专家对所有属性的权重都赋予相同值的话,对决策结果有一定的影响。因此,为了克服这一缺陷,对于专家权重的确定采用以下原则:在某个属性下,当某个专家对该属性值的估计越靠近所有专家对该属性值估计的平均值,则该专家的权重就越大;反之,对应的权重就越小。这样可以避免专家由于某些主观原因造成对属性值的估计偏差,从而提高决策的准确性和客观性。

设不同专家的规范化决策矩阵为 $\boldsymbol{R}^{(k)}=(\tilde{r}_{ij}^{(k)})_{m\times n}=([r_{ij}^{L(k)},r_{ij}^{U(k)}])_{m\times n}$(其中 $k=1,2,\cdots,t$),这 t 个专家在对象 x_i 属性 a_j 下的专家权重向量为$\tilde{\boldsymbol{w}}_{ij}=(w_{ij}^{(1)},w_{ij}^{(2)},\cdots,w_{ij}^{(t)})$,对这 t 个决策矩阵求平均,得到平均值矩阵 $\boldsymbol{M}=(\widetilde{m}_{ij})_{m\times n}$,其中:

$$\widetilde{m}_{ij}=\frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t}\tilde{r}_{ij}^{(k)}=\left[\frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t}\tilde{r}_{ij}^{L(k)},\frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t}\tilde{r}_{ij}^{U(k)}\right]$$

则由定义 4 知,专家 k 的估计值与他们的均值之间的距离为:

$$d(\tilde{r}_{ij}^{(k)},\widetilde{m}_{ij})=\sqrt{\left(r_{ij}^{L(k)}-\frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t}\tilde{r}_{ij}^{L(k)}\right)^2+\left(r_{ij}^{U(k)}-\frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t}\tilde{r}_{ij}^{U(k)}\right)^2}$$

基于前面专家权重确定的准则,可以构建如下非线性规划模型:

$$\min F=\sum_{k=1}^{t}d(\tilde{r}_{ij}^{(k)},\widetilde{m}_{ij})(w_{ij}^{(k)})^2$$

$$\text{s.t.}\quad \sum_{k=1}^{t}w_{ij}^{(k)}=1,\quad i=1,2,\cdots,m,\quad j=1,2,\cdots,n$$

为求得此模型的最优解,构造拉格朗日函数:

$$L(w_{ij}^{(k)},\lambda)=\sum_{k=1}^{t}d(\tilde{r}_{ij}^{(k)},\widetilde{m}_{ij})(w_{ij}^{(k)})^2+2\lambda\left(\sum_{k=1}^{t}w_{ij}^{(k)}-1\right)$$

对 $w_{ij}^{(k)}$ 和 λ 分别求偏导,并令:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial L(w_{ij}^{(k)},\lambda)}{\partial w_{ij}^{(k)}}=2d(\tilde{r}_{ij}^{(k)},\widetilde{m}_{ij})w_{ij}^{(k)}+2\lambda=0\\ \dfrac{\partial L(w_{ij}^{(k)},\lambda)}{\partial \lambda}=2\left(\sum_{k=1}^{t}w_{ij}^{(k)}-1\right)=0\end{cases}$$

对方程组求解,可以得到专家权重:

$$w_{ij}^{(k)}=[d(\tilde{r}_{ij}^{(k)},\widetilde{m}_{ij})]^{-1}\left\{\sum_{k=1}^{t}[d(\tilde{r}_{ij}^{(k)},\widetilde{m}_{ij})]^{-1}\right\}^{-1}\qquad(3)$$

从式(3)可以发现,专家权重只与距离 $d(\tilde{r}_{ij}^{(k)},\widetilde{m}_{ij})$ 有关,当距离 $d(\tilde{r}_{ij}^{(k)},\widetilde{m}_{ij})$ 越小时,即专家的估计值越接近平均值,专家的权重就越大;反之,专家权重就越小。这样可以避免因各个专家有限的知识和经验做出过高或过低的估计,从而导致结果的不理想,同时也符合前述的专家权重确定原则。

当每个专家在不同对象和属性下的权重确定以后,就可以对规范化的决策矩阵进行集成,利用 IWAA 算子将决策矩阵 $\boldsymbol{R}^{(k)}=(\tilde{r}_{ij}^{(k)})_{m\times n}$(其中 $k=1,2,\cdots,t$)集成为综合决策矩阵 $\boldsymbol{R}=(\tilde{r}_{ij})_{m\times n}$,其中:

$$\tilde{r}_{ij}=\sum_{k=1}^{t}\tilde{r}_{ij}^{(k)}w_{ij}^{(k)}=\left[\sum_{k=1}^{t}r_{ij}^{L(k)}w_{ij}^{(k)},\sum_{k=1}^{t}r_{ij}^{U(k)}w_{ij}^{(k)}\right]\qquad(4)$$

下面我们仅考虑在属性权重信息 $\boldsymbol{w}=(w_1,w_2,\cdots,w_n)$ 完全已知的情况下的决策方法,对于属性权重信息完全未知和不完全的情形的决策方法见文献[3]。

利用 IWAA 算子计算综合决策矩阵 $\boldsymbol{R}=(\tilde{r}_{ij})_{m\times n}$ 的每个对象 x_i 的综合属性值 $\tilde{r}_i$:

$$\tilde{r}_i=w_1\tilde{r}_{i1}+w_2\tilde{r}_{i2}+\cdots+w_n\tilde{r}_{in};i=1,2,\cdots,m\qquad(5)$$

对每个 $\tilde{r}_i$ 而言,它仍然是一个区间数,因而利用定义 3 可以得到每个对象间的比较可能度 $P_{ij}(\tilde{r}_i\geqslant\tilde{r}_j)$,从而得到比较可能度矩阵 $\boldsymbol{P}=(P_{ij}(\tilde{r}_i\geqslant\tilde{r}_j))_{m\times m}$。由性质 1 知比较可能度矩阵 $\boldsymbol{P}$ 是一个模糊互补判断矩阵,利用模糊互补判断矩阵排序理论的排序公式:

$$v_i=\frac{1}{m(m-1)}\left(\sum_{j=1}^{m}P_{ij}+\frac{m}{2}-1\right);i=1,2,\cdots,m\qquad(6)$$

得到比较可能度矩阵 $\boldsymbol{P}$ 的排序向量 $\boldsymbol{v}=(v_1,v_2,\cdots,v_m)$,并利用 $v_i(i=1,2,\cdots,m)$ 对区间数 $\tilde{r}_i$ 进行排序,从而得出 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_m\}$ 中的对象排序即得到最优方案。

基于多专家区间数的多属性决策方法的具体步骤如下:

第 1 步 对于专家 $k(k=1,2,\cdots,t)$ 而言,对象 x_i 按属性 a_j 进行测度,得到 x_i 关于 a_j 的属性值 $\tilde{a}_{ij}^{(k)}$,从而构成原始决策矩阵 $\boldsymbol{A}^{(k)}=(\tilde{a}_{ij}^{(k)})_{m\times n}=([a_{ij}^{L(k)},a_{ij}^{U(k)}])_{m\times n}$,利用式(1)~(2)进行无量纲化处理得到规范化决策矩阵 $\boldsymbol{R}^{(k)}=(\tilde{r}_{ij}^{(k)})_{m\times n}=([r_{ij}^{L(k)},r_{ij}^{U(k)}])_{m\times n}$。

第 2 步 利用式(3)求出每个专家在不同对象和属性下的权重,再利用式(4)得到综合决策矩阵 $\boldsymbol{R}=(\tilde{r}_{ij})_{m\times n}$。

第 3 步 利用式(5)得到综合决策矩阵 $\boldsymbol{R}=(\tilde{r}_{ij})_{m\times n}$ 的每个对象 x_i 的综合属性值 $\tilde{r}_i$,再利用可能度的计算公式得到比较可能度矩阵 $\boldsymbol{P}=(P_{ij}(\tilde{r}_i\geqslant\tilde{r}_j))_{m\times m}$。

第 4 步 利用式(6)得到可能度矩阵 $\boldsymbol{P}$ 的排序向量 $\boldsymbol{v}=(v_1,v_2,\cdots,v_m)$,并按其分量大小对方案进行排序,得到最优决策方案。

3 实例分析

考虑具有区间数的多属性群决策[11]问题,有 6 个备选方案(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6)和 4 个属性(a_1,a_2,a_3,a_4),有 4 位专家针对 6 个备选方案分别给出在不同属性下的估计区间数(如表 1 ~ 4 所示),假设属性权重为 $\boldsymbol{w}=\{0.3,0.4,0.1,0.2\}$,则可得到如下的决策过程。

表 1 专家 1 的估计区间数

方案	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	[1.8,2.2]	[1.2,1.8]	[1.8,2.3]	[5.4,5.6]
x_2	[2.5,2.7]	[2.8,3.0]	[1.8,2.0]	[6.5,6.6]
x_3	[1.8,2.3]	[1.6,2.0]	[1.9,2.3]	[4.4,4.6]
x_4	[2.0,2.4]	[1.5,2.1]	[1.8,2.3]	[4.9,5.1]
x_5	[1.2,1.8]	[1.7,2.5]	[1.7,2.3]	[5.3,5.7]
x_6	[2.3,2.6]	[2.3,2.9]	[1.6,2.2]	[5.9,6.5]

表 2 专家 2 的估计区间数

方案	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	[1.6,2.0]	[1.3,1.9]	[1.9,2.4]	[5.3,5.8]
x_2	[2.2,2.6]	[2.9,3.1]	[1.9,2.1]	[6.7,6.8]
x_3	[1.5,2.1]	[1.9,2.4]	[2.0,2.4]	[4.6,4.8]
x_4	[2.0,2.4]	[1.6,2.2]	[1.9,2.5]	[5.1,5.3]
x_5	[2.1,2.3]	[1.8,2.7]	[1.8,2.3]	[4.3,4.9]
x_6	[3.1,3.3]	[2.1,3.4]	[2.1,2.4]	[5.5,5.8]

表 3 专家 3 的估计区间数

方案	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	[1.0,1.0]	[1.0,1.5]	[1.3,2.0]	[4.8,5.2]
x_2	[1.6,1.6]	[2.4,2.5]	[1.3,1.7]	[6.0,6.1]
x_3	[1.1,1.5]	[1.3,2.0]	[1.5,1.8]	[4.1,4.2]
x_4	[1.6,2.0]	[1.1,1.7]	[1.3,2.0]	[4.6,4.9]
x_5	[1.7,2.3]	[1.3,1.8]	[1.6,2.1]	[5.4,5.8]
x_6	[2.1,2.8]	[2.2,3.2]	[1.7,2.4]	[4.6,6.1]

表 4 专家 4 的估计区间数

方案	a_1	a_2	a_3	a_4
x_1	[1.6,2.0]	[1.3,1.9]	[1.9,2.4]	[5.3,5.8]
x_2	[2.2,2.6]	[2.9,3.1]	[1.9,2.1]	[6.7,6.8]
x_3	[1.5,2.1]	[1.9,2.4]	[2.0,2.4]	[4.6,4.8]
x_4	[2.0,2.4]	[1.6,2.2]	[1.9,2.5]	[5.1,5.3]
x_5	[1.8,2.7]	[2.1,2.7]	[1.7,2.2]	[4.8,5.3]
x_6	[2.5,2.9]	[1.4,3.1]	[1.8,2.4]	[5.1,6.2]

利用所提出的多属性决策方法,得的决策过程为:

1) 将上述表格转化为原始决策矩阵,分别记为 $\boldsymbol{A}^{(1)}$、$\boldsymbol{A}^{(2)}$、$\boldsymbol{A}^{(3)}$、$\boldsymbol{A}^{(4)}$。

2) 为简单起见,不妨设所有属性都是效益型指标,利用式(1),得到规范化后决策矩阵 $\boldsymbol{R}^{(1)}$、$\boldsymbol{R}^{(2)}$、$\boldsymbol{R}^{(3)}$ 和 $\boldsymbol{R}^{(4)}$ 分别为:

$$\boldsymbol{R}^{(1)}=\begin{bmatrix}[0.1286,0.1897] & [0.0839,0.1622] & [0.1343,0.2170] & [0.1593,0.1728]\\ [0.1786,0.2328] & [0.1958,0.2703] & [0.1343,0.1887] & [0.1917,0.2037]\\ [0.1286,0.1983] & [0.1119,0.1802] & [0.1418,0.2170] & [0.1298,0.1420]\\ [0.1429,0.2069] & [0.1049,0.1892] & [0.1343,0.2170] & [0.1563,0.1759]\\ [0.0857,0.1552] & [0.1608,0.2613] & [0.1194,0.2075] & [0.1563,0.1759]\\ [0.1643,0.2241] & [0.1608,0.2613] & [0.1194,0.2075] & [0.1740,0.1944]\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}^{(2)}=\begin{bmatrix}[0.1088,0.1600] & [0.0828,0.1638] & [0.1348,0.2069] & [0.1587,0.1841]\\ [0.1497,0.2008] & [0.1847,0.2672] & [0.1348,0.1810] & [0.2006,0.2156]\\ [0.1020,0.1680] & [0.1210,0.2069] & [0.1418,0.2069] & [0.1377,0.1524]\\ [0.1361,0.1920] & [0.1019,0.1897] & [0.1348,0.2155] & [0.1527,0.1683]\\ [0.1429,0.1840] & [0.1146,0.2328] & [0.1277,0.1983] & [0.1287,0.1556]\\ [0.2109,0.2640] & [0.1338,0.2931] & [0.1489,0.2069] & [0.1647,0.1841]\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}^{(3)}=\begin{bmatrix}[0.0893,0.1099] & [0.0787,0.1613] & [0.1083,0.2299] & [0.1486,0.1763]\\ [0.1429,0.1758] & [0.1890,0.2688] & [0.1083,0.1954] & [0.1858,0.2068]\\ [0.0982,0.1648] & [0.1024,0.2151] & [0.1250,0.2069] & [0.1269,0.1424]\\ [0.1429,0.2198] & [0.0866,0.1828] & [0.1083,0.2299] & [0.1424,0.1661]\\ [0.1518,0.2527] & [0.1024,0.1935] & [0.1333,0.2414] & [0.1672,0.1966]\\ [0.1875,0.3077] & [0.1772,0.3441] & [0.1417,0.2759] & [0.1424,0.2068]\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R}^{(4)}=\begin{bmatrix}[0.1088,0.1724] & [0.0844,0.1696] & [0.1357,0.2143] & [0.1550,0.1835]\\ [0.1497,0.2241] & [0.1883,0.2768] & [0.1357,0.1875] & [0.1959,0.2152]\\ [0.1020,0.1810] & [0.1234,0.2143] & [0.1429,0.2143] & [0.1345,0.1519]\\ [0.1361,0.2069] & [0.1039,0.1964] & [0.1357,0.2232] & [0.1491,0.1677]\\ [0.1224,0.2328] & [0.1364,0.2411] & [0.1214,0.1964] & [0.1404,0.1677]\\ [0.1701,0.2500] & [0.0909,0.2768] & [0.1286,0.2143] & [0.1491,0.1962]\end{bmatrix}$$

3) 利用式(3),得到各个专家在不同对象不同属性下的权重为:

$$\boldsymbol{w}^{(1)}=\begin{bmatrix}0.2196 & 0.2554 & 0.2571 & 0.3055\\ 0.2499 & 0.2606 & 0.2594 & 0.2870\\ 0.2509 & 0.2799 & 0.2467 & 0.2733\\ 0.2550 & 0.2582 & 0.2633 & 0.2841\\ 0.2647 & 0.2483 & 0.2431 & 0.2810\\ 0.2771 & 0.2949 & 0.2520 & 0.3032\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{w}^{(2)}=\begin{bmatrix}0.2428 & 0.2511 & 0.2726 & 0.2402\\ 0.2407 & 0.2480 & 0.2771 & 0.2609\\ 0.2577 & 0.2541 & 0.2644 & 0.2517\\ 0.2708 & 0.2533 & 0.2660 & 0.2637\\ 0.3133 & 0.2348 & 0.2722 & 0.2446\\ 0.2886 & 0.2447 & 0.2956 & 0.3064\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{w}^{(3)}=\begin{bmatrix}0.3233 & 0.2488 & 0.2072 & 0.2293\\ 0.3010 & 0.2522 & 0.1985 & 0.2203\\ 0.2565 & 0.2190 & 0.2358 & 0.2452\\ 0.2317 & 0.2418 & 0.2119 & 0.2010\\ 0.2179 & 0.2667 & 0.2193 & 0.2325\\ 0.1903 & 0.2352 & 0.1971 & 0.1746\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{w}^{(4)}=\begin{bmatrix}0.2143 & 0.2447 & 0.2631 & 0.2250\\ 0.2084 & 0.2392 & 0.2650 & 0.2318\\ 0.2349 & 0.2470 & 0.2531 & 0.2298\\ 0.2425 & 0.2467 & 0.2566 & 0.2421\\ 0.2061 & 0.2502 & 0.2654 & 0.2419\\ 0.2440 & 0.2246 & 0.2553 & 0.2158\end{bmatrix}$$

利用式(4),得到综合决策矩阵为:

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}[0.1069,0.1530] & [0.0825,0.1642] & [0.1294,0.2162] & [0.1557,0.1787]\\ [0.1548,0.2079] & [0.1895,0.2707] & [0.1297,0.1876] & [0.1937,0.2102]\\ [0.1077,0.1778] & [0.1150,0.2030] & [0.1381,0.2113] & [0.1322,0.1470]\\ [0.1394,0.2058] & [0.0995,0.1895] & [0.1292,0.2210] & [0.1474,0.1646]\\ [0.1255,0.2014] & [0.1179,0.2225] & [0.1271,0.2118] & [0.1482,0.1738]\\ [0.1836,0.2579] & [0.1414,0.2921] & [0.1349,0.2225] & [0.1603,0.1938]\end{bmatrix}$$

假设属性权重 $\boldsymbol{w}=\{0.3,0.4,0.1,0.2\}$,利用式(5)可得到每个对象的综合属性值如下:

$$\tilde{r}=\{[0.1091,0.1689],[0.1740,0.2314],[0.1185,0.1851],[0.1240,0.1926],[0.1271,0.2054],[0.1572,0.2552]\}$$

由定义 4 可得到比较可能度矩阵为:

$$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}0.5000 & 0.0000 & 0.3190 & 0.2462 & 0.1867 & 0.0118\\ 1.0000 & 0.5000 & 0.9839 & 0.9561 & 0.2905 & 0.4645\\ 0.6810 & 0.0161 & 0.5000 & 0.4089 & 0.3226 & 0.0597\\ 0.7538 & 0.0439 & 0.5911 & 0.5000 & 0.3992 & 0.0932\\ 0.8133 & 0.1095 & 0.6774 & 0.6008 & 0.5000 & 0.1514\\ 0.9882 & 0.5355 & 0.9403 & 0.9068 & 0.8486 & 0.5000\end{bmatrix}$$

最后利用式(6),得到可能度矩阵 $\boldsymbol{P}$ 的排序向量为:

$\boldsymbol{v}$ = (0.108 8,0.226 5,0.132 9,0.146 0,0.161 7,0.224 0)

所以这6个备选方案的排序为$x_2 \succ x_6 \succ x_5 \succ x_4 \succ x_3 \succ x_1$,即根据各位专家的评估和考虑这4个属性的情况下,应该选择第2个方案。从原始数据本身可以看到,对于大部分属性,每个专家对方案x_2给出的属性估计值相对较大,其他方案次之,符合最终给出的决策结果,这也说明上述决策过程的科学性和可行性。

将上述结果与文献[11]比较发现,本文方法更具有灵活性,针对不同方案和属性,每个专家的权重并不完全相同,也符合具体问题具体分析的原则。同时,文献[11]处理的是有偏好信息,本文处理的是对专家权重完全未知,依据权重确定准则和所给数据挖掘出权重信息,同时结合文献[3]中属性权重的确定方法,可以方便地给出多专家多属性群决策的方法。

4　结语

在不同对象和属性下,当某专家的估计值与所有专家估计值的均值越靠近时,则其专家权重就越大;反之就越小。基于此准则提出了一种新的专家权重的确定方法,通过建立非线性规划模型,利用拉格朗日乘数法得到专家权重的计算公式。然后利用区间算术平均算子将决策矩阵集成为综合决策矩阵,结合属性权重将其转化为综合属性值,利用可能度建立所有对象的比较可能度矩阵,再用排序向量法进行排序。实例也证明该方法易于理解,切实可行。

参考文献:

[1] 张文修,梁怡,吴伟志. 信息系统与知识发现[M]. 北京: 科学出版社,2003:12 -56.

[2] QINAN Y H, LIANG J DANG Y. Interval ordered information systems [J]. Computers and Mathematics with Applications, 2008, 56 (8):1994 -2009.

[3] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京: 清华大学出版社,2004:62 -124.

[4] XU Z S. On multi-period multi-attribute decision making [J]. Knowledge-Based Systems, 2008, 21(2):164 -171.

[5] 徐泽水. 直觉模糊信息集成理论及应用[M]. 北京:科学出版社,2008:25 -165.

[6] 徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用[J]. 控制与决策, 2007,22(2):215 -249.

[7] 杨威,庞永峰. 一个基于不确定动态几何加权平均算子的多属性决策方法[J]. 数学认识与实践, 2011, 41(8):14 -18.

[8] CHEN ZHIPING, YANG WEI. A new multiple attribute group decision making method in intuitionistic fuzzy setting [J]. Applied Mathematical Modelling, 2011, 35:4424 -4437.

[9] 陈根忠,刘湘伟,郭世杰. 基于区间数灰色关联分析的雷达对抗目标选择方法[J]. 电子信息对抗技术,2010, 25(7): 57 -60.

[10] 万树平. 区间型多属性群体专家权重的确定方法[J]. 应用数学与计算数学学报, 2008,22(2):109 -116.

[11] 陈晓红,刘益凡. 基于区间数群决策矩阵的专家权重确定方法及其算法实现[J]. 系统工程与电子技术,2010,32(10): 2128 -2131.

[12] 兰继斌,胡明明,叶新苗. 基于相似度的区间数排序[J]. 计算机工程与设计, 2011,32(4):1419 -1421.

[13] NAYAGAMA V L G, MURALIKRISHNAN S, SIVARAMAN G. Multi-criteria decision-making method based on interval-valued intuitionistic fuzzy sets [J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(3):1464 -1467.

[14] NAYAGAMA V L G, SIVARAMAN G. Ranking of interval valued intuitionistic fuzzy sets [J]. Applied Soft Computing, 2011, 11 (4):3368 -3372;

[15] CHEN TING-YU, WANG HSIAO-PIN, LU YEN-YU. A multicriteria group decision-making approach based on interval-valued intuitionistic fuzzy sets: A comparative perspective [J]. Expert Systems with Application, 2011,38(6):7647 -7658.

(上接第637页)

[6] DATTA T, MISRA I S, MANGARAJ B B, *et al.* Improved adaptive bacteria foraging algorithm in optimization of antenna array for faster convergence[J]. Progress in Electromagnetics Research C, 2008, 1: 143 -157.

[7] CHEN H, ZHU Y, HU K. Self-adaptation in bacterial foraging optimization algorithm [C]// Proceedings of the 3rd International Conference on Intelligent System and Knowledge Engineering. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008:1026 -1031.

[8] BISWAS A, DASGUPTA S, DAS S, *et al.* Synergy of PSO and bacterial foraging optimization — A comparative study on numerical benchmarks [EB/OL]. [2010-05-10]. http://www.softcomputing.net/hais07_2.pdf.

[9] BAKWAD K M, PATTNAIK S S, SOHI B S, *et al.* Hybrid bacterial foraging with parameter free PSO [C]// NaBIC 2009: World Congress on Nature & Biologically Inspired Computing. Piscataway, NJ: IEEE Press,2009: 1077 -1081.

[10] TANG W J, WU Q H, SAUNDERS J R. A bacterial swarming algorithm for global optimization [C]// Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2007:1207 -1212.

[11] CHU Y, MI H, LIAO H, *et al.* A fast bacterial swarming algorithm for high-dimensional function optimization [C]// Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 3135 -3140.

[12] DASGUPTA A, DASGUPTA S, DAS S, *et al.* A synergy of differential evolution and bacterial foraging optimization for global optimization[J]. Neural Network World, 2007, 17(6): 607.

[13] KIM D H, ABRAHAM A, CHO J H. A hybrid genetic algorithm and bacterial foraging approach for global optimization[J]. Information Sciences, 2007, 177(18): 3918 -3937.

[14] LUH G C, LEE S W. A bacterial evolutionary algorithm for the job shop scheduling problem[J]. Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers, 2006, 23(3): 185 -191.

[15] MORI K, TSUKIYAMA M, FUKUDA T. Immune algorithm with searching diversity and its application to resource allocation problem[J]. Transactions-Institute of Electrical Engineers of Japan, 1993, 113C(10): 872 -878.

[16] FORREST S, PERELSON A S, ALLEN L. Self-nonself discrimination in a computer [C]// IEEE Symposium on Research in Security and Privacy. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1994:202 -212.

[17] CASTRO L N, ZUBEN F J. Artificial immune system: Part Ⅰ: basic theory and applications [R]. Campinas, Brazil: State University of Campinas, School of Computing and Electrical Engineering, 1999.

[18] 莫宏伟. 人工免疫系统原理与应用[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2002.

[19] YAO X, LIU Y, LIN G. Evolutionary programming made faster [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1999, 3 (2): 82 -102.

[20] HE S, WU Q H, WEN J Y, *et al.* A particle swarm optimizer with passive congregation [J]. Biosystems, 2004, 78(1/2/3): 135 -147.