

文章编号:1000-6893(2010)11-2209-07

基于概率网格 Hough 变换的多雷达航迹起始算法

赵志超^{1,2}, 饶彬¹, 王雪松¹, 肖顺平¹

(1. 国防科学技术大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

(2. 中国人民解放军 73636 部队, 福建 福州 350002)

Multi-radar Track Initiation Algorithm Based on Probabilistic Grid Hough Transform

Zhao Zhichao^{1,2}, Rao Bin¹, Wang Xuesong¹, Xiao Shunping¹

(1. School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

(2. No. 73636 Unit, Chinese People's Liberation Army, Fuzhou 350002, China)

摘要: 针对常规 Hough 变换(THT)航迹起始算法采用二元积累的弊端,提出了一种按测量点迹分布概率进行积累的多雷达航迹起始算法。首先把观测空间划分为统一大小的网格,然后根据雷达测量精度计算出观测数据落在每个网格内的概率,进而得到每个网格存在目标的概率,最后的 Hough 积累采用网格概率进行加权。与常规 Hough 变换法相比,新算法起始的航迹具有更高的精度和更好的鲁棒性,适合于不同精度雷达的联合航迹起始。仿真结果验证了算法的有效性。

关键词: Hough 变换; 航迹起始; 多雷达; 概率网格; 目标跟踪

中图分类号: TN953 **文献标识码:** A

Abstract: The drawbacks of traditional Hough transform (THT) track initiation algorithm for using binary integration are discussed, and a new multi-radar track initiation algorithm is presented which makes use of the probability distribution of the measurements for integration. First, the observation space is divided into uniform-sized grids, and then the probability of the radar measurements falling within each grid is calculated, which is used for Hough accumulation. Compared with traditional methods, this method exhibits an improved performance in accuracy and robustness, and is suitable for radars with different precision requirements. Simulation results demonstrate the effectiveness of the algorithm.

Key words: Hough transform; track initiation; multi-radar; probabilistic grid; target tracking

航迹起始是多目标跟踪中的关键问题,近年来引起了人们的广泛关注^[1-4],密集杂波背景下低信噪比目标的航迹起始更是研究的热点和难点。现有的航迹起始算法可分为序贯处理和批处理技术两大类,Hough 变换法属于批处理技术,适用于强杂波背景下的航迹起始^[4]。Hough 变换最早由 P. V. C. Hough 于 1962 年提出^[5],主要用于检测图像空间中的直线。由于可以将雷达经过多次扫描得到的数据看做一幅图像,因此也可以用 Hough 变换来检测目标的航迹。1994 年, B. D. Carlson 首先在搜索雷达中用 Hough 变换检测直线运动的低可观测目标,建立了 Hough 变换用于雷达目标检测和跟踪的理论基础^[6-9]。为了提高航迹起始的速度, J. Chen 提出了修正的 Hough 变换法^[10]。 S. W. Yankowich 研究了雷达

和红外传感器的 Hough 航迹起始问题^[11]。现在, Hough 变换已被广泛应用于雷达数据处理中,并已成为多传感器航迹起始和低可观测目标检测的重要方法^[12-15]。

Hough 变换起始航迹的质量与积累单元的大小密切相关,文献^[16]指出, Hough 变换中较大的离散间隔会降低检测精度,而较小的离散间隔则导致峰值扩散和伪峰,从而引起漏警。实际中,一般根据雷达的最大测量误差确定积累单元的大小^[15]。然而在多雷达系统中,由于每部雷达的测量精度各不相同,如果按照精度较低的雷达选取较大的积累单元,则高精度雷达的测量数据无法得到充分利用,起始航迹的质量会受到影响;如果按照精度较高的雷达选取较小的积累单元,则低精度雷达的测量数据可能会因为偏离原来航迹而无法得到积累,从而造成漏警。

为了解决上述矛盾,笔者提出了一种基于概率网格 Hough 变换(Probabilistic Grids Hough

Transform, PGHT)的多雷达航迹起始算法。20世纪80年代末, A. Elfes 提出了“占有网格”的概念^[17-18], 在机器人地图构建中, 把地图空间划分为标准大小的网格, 每个网格有3种状态(“占有”、“空”、“未知”), 通过贝叶斯公式计算网格处于每种状态的概率来实现对不同观测的融合。本文借鉴其思想并加以改进, 首先把观测空间划分为统一大小的网格; 然后根据测量精度把每部雷达的测量量化为网格中存在目标的概率, 实现了测量值与测量精度的有机结合; 最后在参数空间积累时, 用这些概率进行“投票”, 得到加权的融合结果。采用本方法, 积累单元越小, 起始的航迹精度越高, 只是计算量也会随之增加, 但不会带来峰值扩散和漏警。从而解决了各雷达测量精度不一致的矛盾, 建立了一个通用的多雷达航迹起始框架。

1 概率网格与 Hough 变换

1.1 雷达量测的概率分布

假设用 N 部雷达观测同一目标。以二维空间为例, 第 i 部雷达的坐标为 (x_{R_i}, y_{R_i}) , 测距误差和测角误差分别服从均值为零、方差为 $\sigma_{r_i}^2$ 和 $\sigma_{\varphi_i}^2$ 的高斯分布, $i=1, 2, \dots, N$ 。目标在某时刻的真实位置为 (x_T, y_T) , 雷达 i 测得的目标方位角为 φ_{mi} , 斜距为 r_{mi} , 则有

$$\left. \begin{aligned} r_{mi} &= \sqrt{(x_T - x_{R_i})^2 + (y_T - y_{R_i})^2} + u_i \\ \varphi_{mi} &= \arctan((y_T - y_{R_i}) / (x_T - x_{R_i})) + v_i \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $u_i \sim N(0, \sigma_{r_i}^2)$ 、 $v_i \sim N(0, \sigma_{\varphi_i}^2)$ 。

可以计算出在任意位置 (x, y) 存在目标的概率为

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_{r_i}\sigma_{\varphi_i}} \exp\left(-\frac{\sigma_{r_i}^2(r - r_{mi})^2 + \sigma_{\varphi_i}^2(\varphi - \varphi_{mi})^2}{2\sigma_{r_i}^2\sigma_{\varphi_i}^2}\right) \quad (2)$$

式中: r, φ 为 (x, y) 在雷达 i 的极坐标, 满足

$$\left. \begin{aligned} r &= \sqrt{(x - x_{R_i})^2 + (y - y_{R_i})^2} \\ \varphi &= \arctan((y - y_{R_i}) / (x - x_{R_i})) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

由高斯函数的快速衰减特性可知, 一维量测落入 3σ 内的概率为 99.7%, 二维量测落入 3σ 内的概率为 98.9%, 可认为 3σ 外的概率为零, 即 $|r - r_{mi}| > 3\sigma_{r_i}$ 或 $|\varphi - \varphi_{mi}| > 3\sigma_{\varphi_i}$ 时, $p(r, \varphi) = 0$ 。

1.2 概率网格

给定雷达的测量精度和测量序列, 利用式(2)可以求出空间任意一点存在目标的概率。为计算方便, 可以把观测空间划分为统一大小的网格, 然后对每个网格求其中存在目标的概率。严格来说, 需要对每个网格内的概率密度进行积分得到, 实际中可以用网格中心点的概率密度乘以网格面积(三维情况下为体积)来近似。以二维观测空间为例, 假设公共观测空间长 L , 宽 W , 网格大小根据精度要求确定, 假定为 $\Delta x \times \Delta y$, 那么整个数据空间包含的网格数量为 $K_L \times K_W$, 其中 $K_L = L/\Delta x$ 、 $K_W = W/\Delta y$ 。

给定某个量测 θ , 由式(2)可计算出它在每个网格内的分布概率为

$$s_{lw} = \frac{1}{C} p(l\Delta x, w\Delta y | \theta) \quad (4)$$

其中

$$C = \sum_{l=1}^{K_L} \sum_{w=1}^{K_W} p(l\Delta x, w\Delta y | \theta) \quad (5)$$

为归一化系数, 是为了保证量测 θ 在整个观测空间中的分布概率之和等于 1。为了减小计算量, 可以近似认为 3σ 外的概率为零, 因此只需计算 3σ 内各网格的概率即可。

假设一共有 N 部雷达, 第 i 部雷达有 M_i 个量测。对于第 i 部雷达的第 j 个量测, 用式(4)计算出每个网格的概率密度, 将它们存储为一个大小为 $K_L \times K_W$ 的矩阵 \mathbf{P}_{ij} 。将所有的 \mathbf{P}_{ij} 相加, 得到

$$\mathbf{P} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{M_i} \mathbf{P}_{ij} \quad (6)$$

可见, \mathbf{P} 中每个元素的数值就等于相应网格内存在目标的概率, 因此, 称之为概率密度矩阵。而这种具有概率属性的网格, 则称之为概率网格。由于包含了目标存在的概率信息, 概率网格具有广泛的应用前景, 目前已被用于多传感器定位^[19]及数据融合^[20], 这里将其进一步推广到多雷达航迹起始领域。

1.3 概率网格用于 Hough 变换的优势

常规 Hough 变换 (Traditional Hough Transform, THT) 采用二元积累, 对数据空间上超过门限的点作 Hough 变换, 计算出该点在参数空间中的对应曲线, 并在对应的累加器加 1。这

种简单的二元判决没有考虑测量精度的影响,只适合于测量精度很高、分辨单元远小于积累单元的情况。如图 1 所示,两部不同精度的雷达对一直线运动目标进行异步观测。由于测量误差的影响,观测点迹并不严格共线。如果选择量化间隔为 1 个单位,则量测 1、4 共线,量测 2、3 共线,出现了峰值发散,无法进行有效积累;如果选择量化间隔为 4 个单位,则经过量化后,虽然各量测共线,但是分辨率严重下降。可见,二元积累会损失精度信息,存在固有的不足。

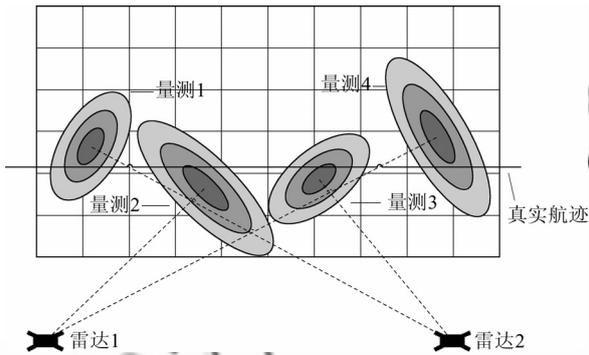


图 1 量测的概率分布示意图

Fig. 1 Probabilistic distribution of measurements

常规 Hough 变换在量化时将量测看做一个点,而没有考虑测量误差的影响,这是造成上述矛盾的根本原因。利用本文提出的概率网格模型,可以解决这个问题。按精度较高的雷达选取较小的量化间隔,高精度量测会占据较少的网格,每个网格的权值比较大,低精度量测会占据较多的网格,每个网格的权值比较小,这样就实现了测量精度与测量值的有机结合。在进行 Hough 积累时,用网格的概率值进行加权,不管测量点迹偏离真实航迹多远,都能得到积累,区别仅仅是贡献不同而已。因此,最终在参数空间得到的峰值就对应于数据空间中距离各个量测最近的直线。

2 算法步骤

基于概率网格 Hough 变换的航迹起始算法与常规 Hough 变换法的区别主要有以下两点:

(1) 常规方法的数据空间只有两种状态:0-无目标,1-有目标。概率网格法数据空间的状态为 $[0,1]$ 间的实数,其数值代表每个网格内存在目标的概率。

(2) 在参数空间进行积累时,常规方法按 0-1 进行积累。概率网格法则给参数空间中的每条正

弦曲线赋予一个幅度信息,该幅度等于对应数据空间中网格存在目标的概率。

通过上述两点改进,就可以将常规 Hough 变换航迹起始算法应用于不同精度雷达的航迹起始。基于概率网格 Hough 变换的多雷达航迹起始算法的具体步骤如下:

第 1 步:根据各雷达测量精度,选取合适的参数空间量化间隔 $\Delta\rho$ 和 $\Delta\theta$ 。设 N 部雷达的测距误差和测角误差分别为 σ_{ri} 、 $\sigma_{\theta i}$,则一般取

$$\Delta\rho = \arg \min_i (\sigma_{ri}) \quad (7)$$

$$\Delta\theta = \arg \min_i (\sigma_{\theta i}) \quad (8)$$

然后根据 $\Delta\rho$ 和 $\Delta\theta$,进一步确定数据空间的量化间隔 Δx 和 Δy 。设观测空间大小为 $L \times W$,则最远的点到原点的距离为

$$R = \sqrt{L^2 + W^2} \quad (9)$$

一般令 Δx 和 Δy 相等,取

$$\Delta x = \Delta y = \min(\Delta\rho, R\Delta\theta) \quad (10)$$

第 2 步:根据 Δx 和 Δy 将观测空间划分为 $K_L \times K_W$ 个网格,其中 $K_L = L/\Delta x$ 、 $K_W = W/\Delta y$ 。由式(4)~式(6)计算出网格的状态矩阵 \mathbf{P} 。

第 3 步:根据 $\Delta\rho$ 和 $\Delta\theta$ 将参数空间划分为 $K_\rho \times K_\theta$ 个网格,其中 $K_\rho = R/\Delta\rho$ 、 $K_\theta = \pi/\Delta\theta$ 。建立一个累加器 $A(\rho, \theta)$,将每个元素预置为零。

第 4 步:对概率网格状态矩阵 \mathbf{P} 的每个非零元素进行 Hough 变换,将参数空间对应曲线上的每个累加器进行累加

$$A(\rho, \theta) = A(\rho, \theta) + p_{ij} \quad (11)$$

式中: p_{ij} 为 \mathbf{P} 中对应元素的数值,代表该网格内存在目标的概率。

第 5 步:找出参数空间中的峰值,将其恢复成数据空间中的直线,这样就得到了起始的航迹信息。

3 仿真实验及结果分析

3.1 仿真参数

考虑两部雷达,参数分别为:雷达 1,位置为 (0 km, 10 km),测距精度为 100 m,测角精度为 1° ; 雷达 2,位置为 (5 km, -5 km),测距精度为 150 m,测角精度为 1° 。观测空间为一个 5 km \times 5 km 的区域(x 方向, 0~5 km; y 方向, 0~5 km),有 4 个目标沿直线飞行,运动轨迹如图 2 所示。两部雷达的数据率都为 1 Hz,观测持续 10 s。杂波在整

个观测空间内均匀分布,两部雷达的杂波密度均为每平方公里 0.16 个,也就是说在每个观测周期内每部雷达除观测到 4 个真目标外,还观测到 4 个杂波。

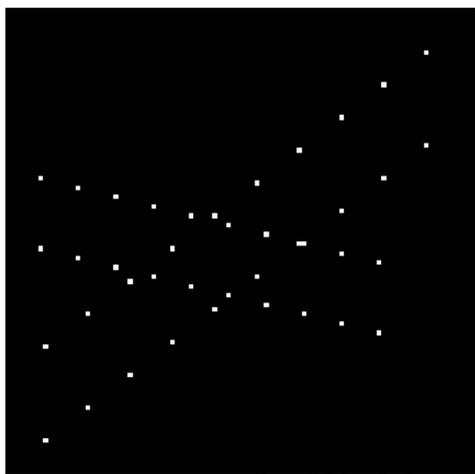


图2 目标真实航迹

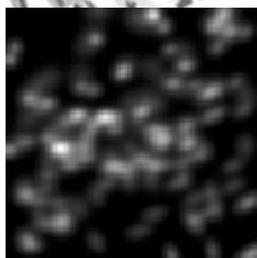
Fig. 2 Trajectories of true targets

3.2 仿真结果

两部雷达在 10 s 内的所有观测如图 3(a) 所示。利用式(6)求出图 3(a)中测量点迹的概率分布,如图 3(b)所示,网格大小取为 50 m。从图 3 中可以看出,由于测量误差和杂波的影响,各个目标的测量点迹与杂波混在一起,很难区分。并且,随着目标与雷达距离的变化,点迹测量精度各不相同。精度高的地方点迹明亮,模糊区域小,精度低的地方点迹暗淡,模糊区域大。可见采用概率网格确实能如实反映雷达对点迹的测量精度。



(a) 测量点迹分布



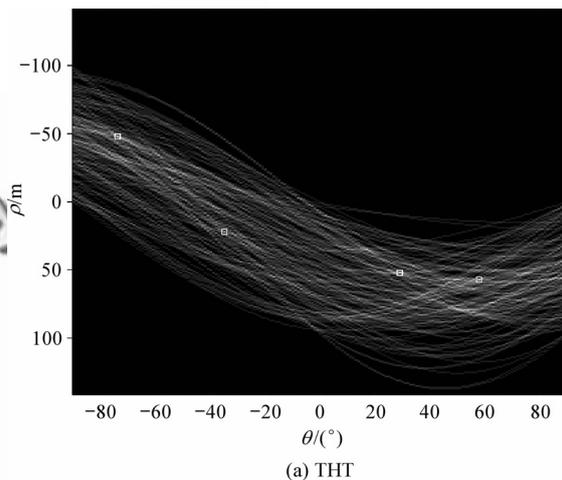
(b) 概率网格表示

图3 测量点迹及其概率网格表示

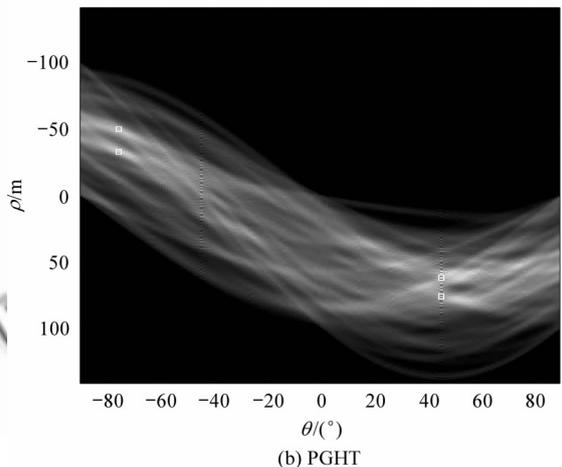
Fig. 3 Measurements and their probabilistic grid description

对测量点迹进行 Hough 变换,结果如图 4 所示,其中图 4(a)是常规 Hough 变换的结果,图 4(b)是概率网格 Hough 变换的结果。由于杂波的影响,参数空间分辨单元的大小及门限的选取会直接影响到航迹起始的性能,目前尚未见到这

几个参数选取的一般标准^[15]。这里,取 $\Delta\rho = 50$ m 和 $\Delta\theta = 1^\circ$,检测门限选为最大值的 0.5 倍,得到 4 个峰值,在图 4 中用白色小方框标出。比较图 4(a)与图 4(b),可以发现,图 4(a)的曲线比较稀疏,参数空间的幅度变化剧烈,而图 4(b)的曲线比较密集,参数空间的幅度变化比较平滑。可以预期,图 4(b)提取的峰值更加稳定。



(a) THT

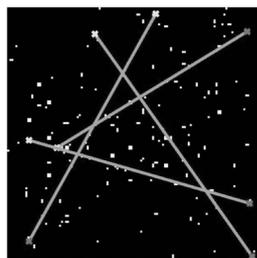


(b) PGHT

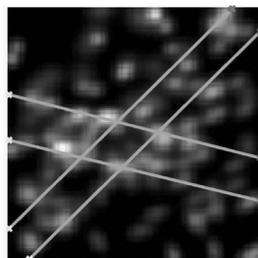
图4 Hough 变换的峰值

Fig. 4 Peaks in Hough transform

根据图 4 中提取的峰值,在数据空间恢复出其对应的直线,如图 5 所示。其中,图 5(a)是



(a) THT



(b) PGHT

图5 Hough 变换起始的航迹

Fig. 5 Tracks initiated by Hough transform

THT 起始的航迹,图 5(b)是 PGHT 起始的航迹。与图 2 对比可以发现,图 5(a)中起始的航迹有 2 条与真实目标航迹大致相同,图 5(b)中起始的 4 条航迹均与真实目标航迹大致相同。

3.3 检验统计量

为了比较航迹起始的效果,分别提取了两种方法起始航迹的直线方程,并按参数空间的峰值从大到小依次编号为 1~4。

假设雷达 1 观测到的来自目标 i 的所有点迹为 $(x(1, i, t), y(1, i, t))$, 雷达 2 观测到的来自目标 i 的所有点迹为 $(x(2, i, t), y(2, i, t))$, $t = 1, 2, \dots, 10$ 。航迹 j 的直线方程为

$$A_j x + B_j y + C_j = 0 \quad (12)$$

可以计算来自目标 i 的量测与航迹 j 的平均距离为

$$d_{ij} = \frac{\sum_{n=1}^2 \sum_{t=1}^{10} |A_j x(n, i, t) + B_j y(n, i, t) + C_j|}{20 \sqrt{A_j^2 + B_j^2}} \quad (13)$$

按式(13)依次计算了各目标观测值与起始航迹的平均距离,并除以网格大小 50 m,得到归一化的平均距离,如表 1 和表 2 所示。

表 1 目标量测与起始航迹的归一化距离(THT)

Table 1 Normalized distance between target measurements and initialized track (THT)

航迹	目标 1	目标 2	目标 3	目标 4
1	18.92	12.76	21.70	49.29
2	20.82	4.02	19.91	15.03
3	24.98	34.05	2.74	17.76
4	27.62	27.71	20.55	14.71

表 2 目标量测与起始航迹的归一化距离(PGHT)

Table 2 Normalized distance between target measurements and initialized track (PGHT)

航迹	目标 1	目标 2	目标 3	目标 4
1	14.69	3.67	18.58	16.40
2	23.87	24.18	15.15	1.91
3	3.49	13.30	17.10	18.82
4	21.16	29.38	2.77	16.03

显然,归一化距离越小表明目标量测与航迹的匹配度越高。由表 1 可以看出,航迹 2 对应目标 2,航迹 3 对应目标 3,而航迹 1 和航迹 4 与各目标的距离都很远,说明这两条是错误航迹。同

样,由表 2 可以看出,航迹 1 对应目标 2,航迹 2 对应目标 4,航迹 3 对应目标 1,航迹 4 对应目标 3,所有航迹均起始成功。

下面使用假设检验理论验证航迹起始的有效性。如果航迹起始正确的话,则测量点与对应航迹的距离应服从 $N(0, \sigma^2)$ 分布,所以归一化距离平方和应服从 χ^2 分布。可以计算出

$$\sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 = \sigma_r^2 + R^2 \sigma_\theta^2 \quad (14)$$

代入 $\sigma_r = 150 \text{ m}$, $\sigma_\theta = 1^\circ$ 和 $R = 5\,000 \sqrt{5} \text{ m}$, 可以得到 $\sigma^2 = 60\,000$ 。

类似于式(13),可以计算出来自目标 i 的量测与航迹 j 的归一化距离平方和为

$$D_{ij} = \frac{\sum_{n=1}^2 \sum_{t=1}^{10} (A_j x(n, i, t) + B_j y(n, i, t) + C_j)^2}{\sigma^2 (A_j^2 + B_j^2)} \quad (15)$$

按式(15)计算了每个目标的测量点迹与各条航迹直线的归一化距离平方和,如表 3 和表 4 所示。

表 3 目标量测与起始航迹的距离平方和(THT)

Table 3 Square sum of distance between target measurements and initialized track (THT)

航迹	目标 1	目标 2	目标 3	目标 4
1	405.3	202.7	559.5	429.6
2	378.4	21.7	496.6	261.9
3	694.7	1\,433.9	11.8	267.4
4	933.8	856.9	510.0	280.8

表 4 目标量测与起始航迹的距离平方和(PGHT)

Table 4 Square sum of distance between target measurements and initialized track (PGHT)

航迹	目标 1	目标 2	目标 3	目标 4
1	192.9	14.4	403.5	298.1
2	696.7	648.4	198.7	4.5
3	15.3	162.3	330.2	432.1
4	498.7	1\,069.6	10.7	217.8

本实验中,假定起始的航迹能以 99% 的概率被接受,于是取 $\alpha = 0.01$, 自由度为每个目标的点迹总数,即 $n = 2 \times 10 = 20$, 查表得到检验门限为 $D_\alpha = \chi_n^2(1 - \alpha) = 37.566$ 。由表 3 可知,满足关联检验的航迹-目标对为(航迹 2-目标 2)和(航迹 3-目标 3)。由表 4 可知,满足关联检验的航迹-目标对为(航迹 1-目标 2)、(航迹 2-目标 4)、(航迹 3-目标 1)和(航迹 4-目标 3)。由式(15)可知,归

一化距离平方和的大小直接表征了起始航迹偏离原始量测的程度,可以作为航迹精度的度量,对比表3和表4容易看出,无论在航迹起始准确率还是精度上,PGHT算法都明显优于THT方法。

3.4 蒙特卡罗仿真

为了验证算法起始航迹的精度和准确率,在单目标和多目标情况下,分别进行了100次蒙特卡罗仿真。首先,利用假设检验理论对起始航迹的准确性进行判断,若起始的航迹与目标量测的距离平方和满足 χ^2 检验,则认为该航迹起始成功;然后,对所有起始成功的航迹计算其归一化距离的平均值,以此作为起始航迹精度的判定,结果如表5所示。

表5 蒙特卡罗仿真结果

Table 5 Results of Monte Carlo simulation

参数	THT	PGHT
起始准确率(1个目标)/%	99	100
归一化距离(1个目标)	2.11	1.99
起始准确率(4个目标)/%	76.5	87.5
归一化距离(4个目标)	2.61	2.66

从表5可以看出:在单目标情况下,两种算法的航迹起始准确率相差不大,PGHT算法的航迹精度略优于THT方法;在多目标情况下,PGHT算法的航迹起始准确率明显高于THT方法,但二者的起始航迹精度差别不大。经过分析发现,THT方法不能正确起始的那部分航迹偏离目标真实航迹较远,而PGHT算法对这部分航迹进行成功起始后会造出归一化距离的平均值偏大,所以实际上PGHT算法起始的航迹精度仍优于THT方法。

4 结论

基于PGHT的航迹起始算法具有很强的实用性,主要表现在以下几个方面:

(1) 解决了THT方法采用较小积累单元时会造成峰值发散的问题,为不同精度雷达的联合航迹起始构建了一个统一框架;

(2) 实现了对测量精度信息的有效利用,与THT方法相比,新方法的航迹起始精度和航迹起始成功率都有显著提高;

(3) 采用本文设计的检验统计量可以自适应地判断起始的航迹是否正确,能够自动滤除杂波及虚假目标,具有良好的应用前景;

(4) 本文研究方法具有通用性,可直接用于园、椭圆、抛物线等复杂航迹的起始。

参考文献

- [1] 朱洪艳,韩崇昭,韩红,等. 航迹起始算法研究[J]. 航空学报, 2004, 25(3): 284-288.
Zhu Hongyan, Han Chongzhao, Han Hong, et al. Study on approaches for track initiation[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2004, 25(3): 284-288. (in Chinese)
- [2] 汤琦,黄建国,杨旭东. 基于运动状态的航迹起始算法研究[J]. 航空学报, 2007, 28(2): 407-410.
Tang Qi, Huang Jianguo, Yang Xudong. Study on approaches for track initiation based on dynamic states[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(2): 407-410. (in Chinese)
- [3] 陈辉,李晨,连峰. 纯方位二维目标跟踪的航迹起始算法[J]. 航空学报, 2009, 30(4): 692-697.
Chen Hui, Li Chen, Lian Feng. Track initiation algorithm for two-dimensional target tracking based on bearing-only measurements[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(4): 692-697. (in Chinese)
- [4] 王怀理,王德生,田立生. Hough变换在航迹起始中的应用[J]. 清华大学学报:自然科学版, 2002, 42(7): 909-912.
Wang Huaili, Wang Desheng, Tian Lishen. Track initiation with Hough transform[J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2002, 42(7): 909-912. (in Chinese)
- [5] Hough P V C. Method and means for recognising complex patterns; US Patent, 3069654[P]. 1962.
- [6] Carlson B D, Evans E D, Wilson S L. Search radar detection and track with the Hough transform. Part I: system concept[J]. IEEE Transactions on AES, 1994, 30(1): 102-108.
- [7] Carlson B D, Evans E D, Wilson S L. Search radar detection and track with the Hough transform. Part II: detection statistics[J]. IEEE Transactions on AES, 1994, 30(1): 109-115.
- [8] Carlson B D, Evans E D, Wilson S L. Search radar detection and track with the Hough transform. Part III: detection performance with binary integration[J]. IEEE Transactions on AES, 1994, 30(1): 116-125.
- [9] Carlson B D, Evans E D, Wilson S L. Errata: search radar detection and track with the Hough transform[J]. IEEE Transactions on AES, 2003, 39(1): 382-383.
- [10] Chen J, Leung H, Lo T, et al. A modified probabilistic data association filter in real clutter environment[J]. IEEE Transactions on AES, 1996, 32(1): 300-313.
- [11] Yankowich S W, Farooq M. Hough transform based multisensor, multitarget, track initiation technique[J]. Optical Engineering, 1997, 37(7): 2064-2077.
- [12] 刘宗香,谢维信,杨炬. 异步被动传感器系统模糊 Hough 变换航迹起始算法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26

- (11): 1545-1548.
- Liu Zongxiang, Xie Weixin, Yang Xuan. Fuzzy Hough transform track initiation algorithm for an asynchronous passive sensor system[J]. System Engineering and Electronics, 2004, 26(11): 1545-1548. (in Chinese)
- [13] 王国宏, 苏峰, 何友. 三维空间中基于 Hough 变换和逻辑的航迹起始[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(10): 2198-2200.
- Wang Guohong, Su Feng, He You. Hough transform and logic based track initiator in three dimensional space[J]. Journal of System Simulation, 2004, 16(10): 2198-2200. (in Chinese)
- [14] 金术玲, 梁彦, 王增福, 等. 两级 Hough 变换航迹起始算法[J]. 电子学报, 2008, 36(3): 590-593.
- Jin Shuling, Liang Yan, Wang Zengfu, et al. A two-hierarchy Hough transform based track initiation algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(3): 590-593. (in Chinese)
- [15] 王国宏, 孔敏, 何友. Hough 变换及其在信息处理中的应用[M]. 北京: 兵器工业出版社, 2005.
- Wang Guohong, Kong Min, He You. Hough transform with application in information process[M]. Beijing: Enginery Industry Press, 2005. (in Chinese)
- [16] Veen T M, Groen F C. Discretization errors in the Hough transform[J]. Pattern Recognition, 1981, 14(1-6): 137-145.
- [17] Elfes A. Sonar-based real-world mapping and navigation [J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3 (3): 249-265.
- [18] Elfes A. Using occupancy grids for mobile robot perception and navigation[J]. IEEE Computer, 1989(6): 46-57.
- [19] 赵志超, 王雪松, 肖顺平. 基于联合概率密度的多传感器定位算法[J]. 传感技术学报, 2009, 22(10): 1446-1450.
- Zhao Zhichao, Wang Xuesong, Xiao Shunping. A multi-sensor localization algorithm based on joint probability density[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2009, 22(10): 1446-1450. (in Chinese)
- [20] Zhao Z C, Wang X S, Xiao S P, et al. Grid-based probability density matrix for multi-sensor data fusion[C]// IEEE PrimeAsia. 2009: 205-208.

作者简介:

赵志超(1977—) 男, 博士, 工程师。主要研究方向: 多传感器信息融合及雷达数据处理。

E-mail: zhchzhao@gmail.com

饶彬(1980—) 男, 博士研究生。主要研究方向: 雷达数据处理及机动目标跟踪。

E-mail: raozibin1026@sina.com

王雪松(1972—) 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 极化信息处理及雷达目标识别。

E-mail: wxs1019@vip.sina.com

肖顺平(1964—) 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 极化信息处理及电子战系统仿真。

E-mail: xiaoshunping@gmail.com

(编辑: 张利平)