

# 二维 PCA 非参数子空间分析的人脸识别算法

王 美, 梁久祯

(江南大学物联网工程学院智能系统与网络计算研究所, 江苏 无锡 214122)

**摘 要:** 提出一种结合二维 PCA(2DPCA)的二维非参数子空间分析(2DNSA)人脸识别算法。利用 2DPCA 对原始图像矩阵进行特征降维, 以降维后的特征为训练样本, 进行二维非参数判别分析, 并综合考虑类边界样本对分类的影响, 采用 2DNSA 实现更合理的特征提取。基于 Yale、LARGE 人脸数据库的实验结果表明, 与(2D)<sup>2</sup>PCA、2DPCA、(2D)<sup>2</sup>LDA、2DLDA、2DPCA+2DLDA、2DNSA 算法相比, 该算法性能更优。

**关键词:** 人脸识别; 特征提取; 二维非参数子空间分析; 二维主成分分析; 二维线性判别分析

## Face Recognition Algorithm of 2DPCA Nonparametric Subspace Analysis

WANG Mei, LIANG Jiu-zhen

(Institute of Intelligence System & Network Computing, School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

**【Abstract】** This paper proposes a novel face recognition algorithm of 2D Nonparametric Subspace Analysis(2DNSA) based on 2D Principal Component Analysis(2DPCA) subspace. The original face matrices are performed to have feature dimension reduction, and the reduced feature matrices are used as a new training set, which can be conducted by 2D non-parametric subspace analysis. This method not only can reduce feature dimensions by 2DPCA, but also consider the impact of boundary samples for classification by taking full advantage of classification capacity of 2DNSA, which avoids the irrationality of using class centers to measure the distances of different classes. Experimental results on the two face databases(namely Yale and LARGE) show the improvements of the developed new algorithm over the traditional subspace methods such as (2D)<sup>2</sup>PCA, 2DPCA, (2D)<sup>2</sup>LDA, 2DLDA, 2DPCA+2DLDA, 2DNSA, etc.

**【Key words】** face recognition; feature extraction; 2D Nonparametric Subspace Analysis(2DNSA); 2D Principal Component Analysis(2DPCA); 2D Linear Discriminant Analysis(2DLDA)

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2011.24.062

### 1 概述

特征提取是人脸识别过程中的关键环节。线性特征提取方法具有计算代价小、描述能力强、可分性好等特点, 已经成为特征提取技术中的主流算法之一。主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)和线性判别分析(Linear Discriminant Analysis, LDA)是 2 种比较典型的线性特征提取算法。但由于 PCA<sup>[1]</sup>将图像矩阵变为一维向量后再计算, 高维人脸数据存储空间和计算时间复杂度都比较高, 因此有研究者提出了直接基于二维矩阵的 2DPCA<sup>[2]</sup>、(2D)<sup>2</sup>PCA<sup>[3]</sup>。然而, 基于 PCA 的方法没有考虑类内、类间的差异。LDA<sup>[4]</sup>是为了弥补 PCA 的缺陷而提出的, 它选择与类内散布正交的向量作为特征脸空间, 能压制图像之间与识别无关的差异, 对光照及表情变化都不太敏感。2DLDA<sup>[5]</sup>、(2D)<sup>2</sup>LDA<sup>[5]</sup>是 LDA 在矩阵模式下的推广, 这样可以充分利用图像行和列之间的相关性。但是基于 LDA 的方法受限于原始数据的高斯分布假设, 当样本线性不可分时, 不能提取出隐藏在图像中的非线性结构信息, 从而无法获得理想的分类识别效果。

鉴于此, 文献[6]提出了 LDA 的改进方法即一维非参数子空间分析(Nonparametric Subspace Analysis, NSA)。文献[7]通过迭代算法实现了二维非参数判别分析(2DNSA)。文献[8]通过增加位于类边界附近样本点在类间散布矩阵中的权重提高 NSA 的自适应性。但这些方法的计算量和耗时都较大。

由于非参数分析方法需要计算每个样本的 K 近邻样本,

计算量较大, 因此本文引入 2DPCA 子空间下的 2DNSA 方法。这样, 既可以充分利用 2DPCA 进行初步降维减少后续 2DNSA 计算量, 又可以充分利用 2DNSA 的易于分类的特点, 减少经 2DPCA 投影运算后特征提取的冗余度。

### 2 非参数子空间分析

非参数子空间分析方法是 LDA 方法的改进。文献[9]指出, LDA 存在 2 个明显的不足。首先, 它仅以类中心来计算类间散布矩阵, 无法全面捕捉到分类所必需的类边界结构。其次, 在图像数据的维数远大于图像训练样本数的情况下, 很容易产生小样本问题。为解决这 2 个问题, 非参数子空间分析方法采用非参数的结构形式保留对分类有用的结构信息, 并对类间散布矩阵重新进行了定义:

$$S_b^{NSA} = \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^C \sum_{l=1}^{N_i} w(i, j, l) (\mathbf{x}_i^l - \mathbf{m}_j) (\mathbf{x}_i^l - \mathbf{m}_j)^T \quad (1)$$

类内散布矩阵  $S_w$  保持与 LDA 一致, 即:

$$S_w = \sum_{i=1}^C \sum_{l=1}^{N_i} (\mathbf{x}_i^l - \boldsymbol{\mu}_i) (\mathbf{x}_i^l - \boldsymbol{\mu}_i)^T \quad (2)$$

其中,  $C$  表示类别数;  $N_i$  表示第  $i$  类的总样本数;  $\mathbf{x}_i^l$  表示

**基金项目:** 江苏省自然科学基金资助项目(BK2008098)

**作者简介:** 王 美(1986—), 女, 硕士研究生, 主研方向: 图像处理, 模式识别; 梁久祯, 教授、博士

**收稿日期:** 2011-05-23 E-mail: wangmei8603@yahoo.com.cn

第  $i$  类的第  $l$  个样本向量;  $m_j(x_l^i)$  表示  $x_l^i$  样本向量在第  $j$  类中的局部  $k$  近邻均值;  $\mu_i$  表示第  $i$  类所有样本的均值向量;  $w(i, j, l)$  是权重函数, 具体定义见文献[6]。

NSA 方法的最后一步是通过  $S_w^{-1}S_b^{NSA}$  矩阵的特征分解得到投影向量, 将原始数据向投影空间投影, 从而提取最终的特征。

### 3 2DPCA+2DNSA 方法

#### 3.1 2DPCA 方法

由  $N$  幅图像组成的训练样本集  $A_i(i=1,2,\dots,N) \in \mathbf{R}^{m \times n}$ , 共有  $C$  类, 第  $i$  类样本的个数为  $N_i$ , 于是样本总数  $N = N_1 + N_2 + \dots + N_C$ 。设  $X \in \mathbf{R}^{n \times d}$  是列向标准正交的矩阵, 且  $n \geq d$ , 将图像矩阵  $A_i$  向  $X$  投影, 得到  $Y_i = A_i X \in \mathbf{R}^{m \times d}$  [10]。如同 PCA 方法, 即:

$$J(X) = \text{trace} \left\{ E \left[ (Y - EY)(Y - EY)^T \right] \right\} = \text{trace} \left\{ E \left[ (AX - E(AX))(AX - E(AX))^T \right] \right\} = \text{trace} \left\{ X^T E \left[ (A - EA)^T (A - EA) \right] X \right\} \quad (3)$$

令  $G = E \left[ (A - EA)^T (A - EA) \right]$ , 则  $G$  是一个非负正定矩阵, 且  $G \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 。一般用图像的平均值得到  $G$  的评估值:

$$G = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left( A_k - \bar{A} \right)^T \left( A_k - \bar{A} \right) \quad (4)$$

$$\bar{A} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k \quad (5)$$

通过分解  $G$  的特征, 前  $d$  个最大特征值对应的特征向量构成了最佳投影矩阵  $X_{opt} = [x_1, x_2, \dots, x_d]$ ,  $d$  可由下式确定:

$$\frac{\sum_{i=1}^d \lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \geq \theta \quad (6)$$

其中,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  是  $G$  的前  $n$  个最大特征值;  $\theta$  是给定的阈值。

#### 3.2 2DNSA 方法

经过 2DPCA 处理后, 原高维图像矩阵就变成了子空间低维数据矩阵, 此时的图像训练样本集合为  $Y_i(i=1,2,\dots,N) \in \mathbf{R}^{m \times d}$ , 共  $C$  类。本文借鉴 PCA 到 2DPCA 的改变, 将 NSA 改为 2DNSA。类内散布矩阵和类间散布矩阵定义为:

$$S_w^{2DNSA} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^C \sum_{l=1}^{N_i} \left( Y_l^i - \bar{Y}_i \right) \left( Y_l^i - \bar{Y}_i \right)^T \quad (7)$$

$$S_b^{2DNSA} = \sum_{i=1}^C \sum_{j=1, j \neq i}^C \sum_{l=1}^{N_i} w(i, j, l) \left( Y_l^i - m_j(Y_l^i) \right) \left( Y_l^i - m_j(Y_l^i) \right)^T \quad (8)$$

其中,  $C$  表示类别数;  $N_i$  表示第  $i$  类的总样本数;  $Y_l^i$  表示第  $i$  类的第  $l$  个样本矩阵;  $m_j(Y_l^i)$  表示  $Y_l^i$  样本矩阵在第  $j$  类中的局部  $k$  近邻均值;  $\bar{Y}_i$  表示第  $i$  类所有样本矩阵的均值;  $w(i, j, l)$  权重函数和局部  $k$  近邻均值  $m_j(Y_l^i)$ ;  $\bar{Y}_i$  类均值的具休定义如下:

$$w(i, j, l) = \frac{\min \left\{ d^\alpha(Y_l^i, NN_k(Y_l^i, i)), d^\alpha(Y_l^i, NN_k(Y_l^i, j)) \right\}}{d^\alpha(Y_l^i, NN_k(Y_l^i, i)) + d^\alpha(Y_l^i, NN_k(Y_l^i, j))} \quad (9)$$

$$m_j(Y_l^i) = \frac{1}{k} \sum_{p=1}^k NN_p(Y_l^i, j) \quad (10)$$

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{N_i} \sum_{l=1}^{N_i} Y_l^i \quad (11)$$

其中,  $\alpha$  是取值为非负的参数, 用于控制距离比值的变化;

$d(V_1, V_2)$  表示矩阵  $V_1$  和  $V_2$  的图像欧式距离;  $NN_p(Y_l^i, j)$  表示在第  $j$  类中样本矩阵  $Y_l^i$  的  $p$  近邻样本矩阵。最后通过  $(S_w^{2DNSA})^{-1}S_b^{2DNSA}$  矩阵的特征分解得到最佳投影矩阵  $Z_{opt} = [z_1, z_2, \dots, z_q]$ ,  $q$  是预选的前  $q$  个最大特征值。

#### 3.3 特征提取和分类

经过 2DPCA 的降维和预处理, 再经过 2DNSA 的特征提取, 最终的特征矩阵为:

$$T = Z_{opt}^T A X_{opt} \quad (12)$$

这样对于给定的测试图像矩阵  $A'$ , 可以通过式(12)得到一个特征矩阵  $T'$ , 将其与训练图像集的每个特征矩阵  $T$  依次转为对应的特征列向量  $t', t$ , 利用余弦距离分类器找到对应类别 [11]:

$$d_{\cos}(t', t) = \frac{t' t}{\|t'\| \|t\|} \quad (13)$$

其中,  $t' t$  表示向量  $t'$  与  $t$  的内积;  $\|\bullet\|$  表示向量的模。通过式(13)计算向量间的余弦距离, 最大距离所对应的训练样本的所属类别即为待测试图像的对应类别。

### 4 实验设计与结果

实验选择在 Yale 和 LARGE 2 个人脸库上进行, 这 2 个库均有丰富的光照变化和表情变化。Yale 人脸库共有 15 个人, 每人 11 个样本, 图片规格为  $100 \times 80$  像素。LARGE 人脸库有 96 个人, 每人 10 个样本, 图片规格为  $32 \times 32$  像素。为了方便实验, 随机从 LARGE 库中抽取 20 个人用于实验。实验分 2 部分进行, 第 1 部分主要分析不同的 2DPCA 子空间对 2DNSA 识别的影响。第 2 部分综合对比本文方法 2DPCA+2DNSA 与  $(2D)^2$ PCA、2DPCA、 $(2D)^2$ LDA、2DLDA、2DPCA+2DLDA 的识别效果。实验前, 所有人脸图像数据要经过归一化处理, 实验过程中的特征向量都要进行单位化处理。

#### 4.1 不同 2DPCA 子空间对 2DNSA 的影响

从 Yale 库每人随机选 3 张图像作为训练样本, 剩余 8 张图像作为测试样本。LARGE 库每人随机选 3 张图像作为训练样本, 剩余 7 张图像作为测试样本, 即 Yale 库有 45 幅图像构成训练集的, 其余 120 幅图像作为测试集合; LARGE 库有 60 幅图像构成训练集的, 其余 140 幅图像为测试集合。实验过程中 2DNSA 特征维数取值为 4, 在 2DPCA 子空间分别取阈值  $\theta = 0.8, 0.82, 0.84, 0.86, 0.88, 0.90, 0.92, 0.94, 0.96, 0.98$ , 共 10 种条件。在每一个阈值取值条件下, 每个库进行 10 次随机测试, 最终取 10 次的平均值作为当前阈值条件下的识别率。图 1 和图 2 分别为 Yale 库和 LARGE 库中的 10 种 2DPCA 阈值条件下 2DNSA 的平均识别率。

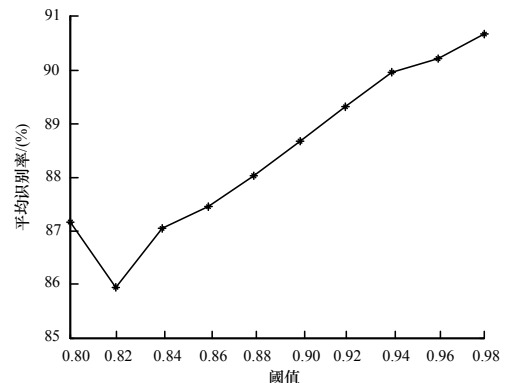


图 1 Yale 库的平均识别率

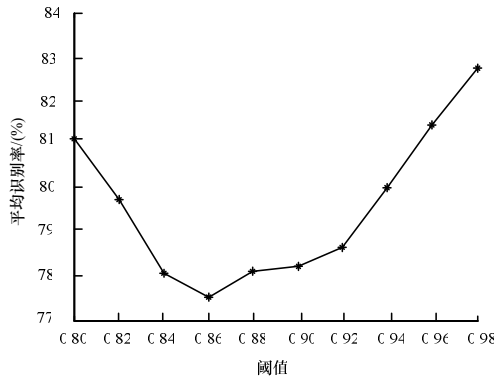


图 2 LARGE 库的平均识别率

由图 1 和图 2 可知, 对于不同的数据库, 2DPCA 的子空

间对 2DNSA 的影响是不同的, 但总体趋势是一样的, 都是阈值越高, 相应条件下的 2DNSA 的识别效果越好。但为了减少后续数据的处理时间, 同时保证将有利于分类的特征保留, 不利的噪声数据去除, 2DPCA 子空间所保留的特征维数不能太大, 否则就失去了特征降维的目的。综合考虑后, 本文实验中 2DPCA 子空间的阈值取 98%。

4.2 方法性能分析

本文分别在 Yale 库和 LARGE 库每人随机选择 5 幅图像作为训练样本, 则 Yale 库由 75 幅图像构成训练集合, 其余 90 幅图像构成测试集合; LARGE 库由 100 幅图像构成训练集合, 其余 100 幅图像构成测试集合。在不同特征维数下, 分别随机进行 20 次实验, 实验结果的平均值作为当前特征维数条件下的最终识别率。具体数据见表 1 和表 2。

表 1 Yale 库下各种方法性能比较

| 方法                    | 特征维数=4  |         | 特征维数=6  |         | 特征维数=8  |         | 特征维数=10 |         | 特征维数=18 |         |
|-----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
|                       | 识别率/(%) | 识别时间/s  | 识别率/(%) | 识别时间/s  | 识别率/(%) | 识别时间/s  | 识别率/(%) | 识别时间/s  | 识别率/(%) | 识别时间/s  |
| (2D) <sup>2</sup> PCA | 87.50   | 0.217 9 | 90.58   | 0.229 0 | 91.67   | 0.226 7 | 93.58   | 0.227 1 | 94.50   | 0.254 6 |
| 2DPCA                 | 89.88   | 0.221 4 | 93.38   | 0.271 0 | 93.13   | 0.292 1 | 93.62   | 0.318 8 | 94.54   | 0.458 5 |
| (2D) <sup>2</sup> LDA | 86.00   | 0.265 4 | 89.62   | 0.267 9 | 90.79   | 0.263 9 | 94.25   | 0.294 3 | 93.12   | 0.325 9 |
| 2DLDA                 | 92.49   | 0.250 0 | 94.29   | 0.297 6 | 94.04   | 0.329 8 | 95.58   | 0.383 1 | 95.42   | 0.537 6 |
| 2DPCA+2DLDA           | 91.87   | 0.221 9 | 92.88   | 0.271 9 | 93.29   | 0.322 0 | 94.12   | 0.371 2 | 94.25   | 0.530 1 |
| 2DNSA                 | 93.21   | 0.742 2 | 95.04   | 0.847 8 | 95.13   | 0.941 4 | 96.87   | 0.893 7 | 96.79   | 1.007 1 |
| 本文方法                  | 94.36   | 0.397 6 | 95.27   | 0.432 0 | 96.20   | 0.422 7 | 97.14   | 0.442 4 | 96.36   | 0.441 4 |

表 2 LARGE 库下各种方法性能比较

| 方法                    | 特征维数=4  |         | 特征维数=6  |         | 特征维数=8  |         | 特征维数=10 |         | 特征维数=18 |         |
|-----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
|                       | 识别率/(%) | 识别时间/s  | 识别率/(%) | 识别时间/s  | 识别率/(%) | 识别时间/s  | 识别率/(%) | 识别时间/s  | 识别率/(%) | 识别时间/s  |
| (2D) <sup>2</sup> PCA | 69.71   | 0.177 5 | 75.89   | 0.184 4 | 79.96   | 0.186 8 | 79.96   | 0.197 9 | 81.43   | 0.229 6 |
| 2DPCA                 | 81.14   | 0.190 7 | 80.57   | 0.200 0 | 82.82   | 0.206 4 | 81.54   | 0.228 1 | 81.86   | 0.282 0 |
| (2D) <sup>2</sup> LDA | 87.46   | 0.185 0 | 91.86   | 0.188 3 | 92.36   | 0.194 4 | 92.96   | 0.202 3 | 90.07   | 0.234 3 |
| 2DLDA                 | 88.71   | 0.193 1 | 89.68   | 0.204 8 | 88.64   | 0.214 0 | 88.89   | 0.224 2 | 87.46   | 0.292 3 |
| 2DPCA+2DLDA           | 80.64   | 0.195 3 | 82.36   | 0.206 2 | 85.14   | 0.218 2 | 83.96   | 0.227 9 | 84.46   | 0.290 6 |
| 2DNSA                 | 85.68   | 0.215 7 | 90.79   | 0.220 4 | 91.43   | 0.228 2 | 92.79   | 0.230 5 | 91.04   | 0.302 8 |
| 本文方法                  | 89.07   | 0.143 6 | 93.00   | 0.145 3 | 93.36   | 0.148 2 | 92.94   | 0.152 4 | 90.96   | 0.147 7 |

从表 1 和表 2 可以看出, Yale 库的最佳特征维数为 10, 平均最佳识别率为 97.14%, 明显高于同等条件下其他方法的识别效果。时间小于 0.5 s, 远少于 2DNSA, 再次验证了 2DPCA 子空间下进行 2DNSA 算法的优势。LARGE 库的最佳特征维数为 8, 平均最佳识别率为 93.36%, 同样优于同等条件下的其他方法, 耗时明显低于 2DNSA 和其他方法。2 个人脸库的实验结果均表明本文方法的有效性。

图 3 和图 4 分别示出了 Yale 库和 LARGE 库中某一次的随机实验结果。

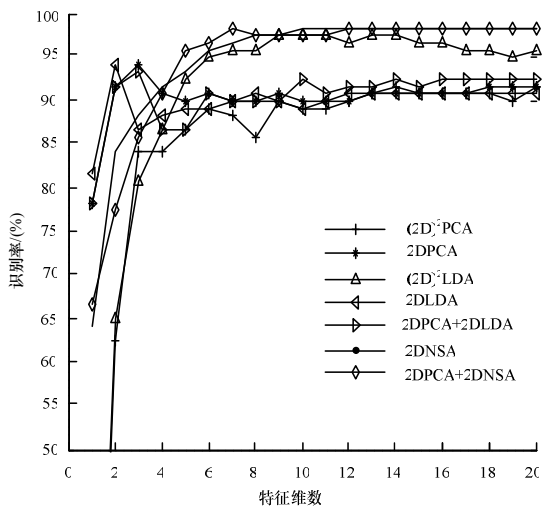


图 3 Yale 库下不同方法识别率对比

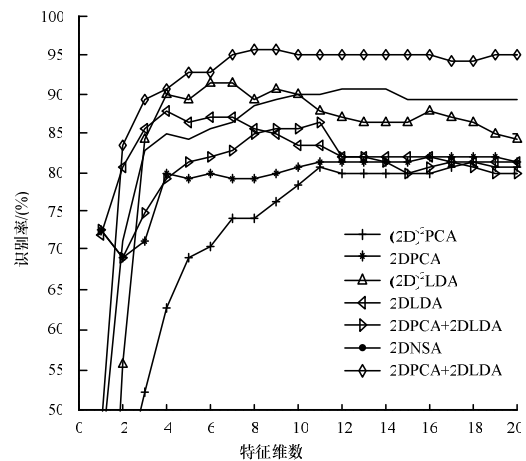


图 4 LARGE 库下不同方法识别率对比

从图 3 和图 4 可以看出, 本文方法的识别效果在一定程度上优于其他方法, 但优势的强弱有所不同。

5 结束语

本文的人脸特征提取方法结合了 2DPCA 的降维优势和 2DNSA 的非参数判别分析优势。基于图像二维矩阵的描述和计算, 使特征提取在保留结构特性的同时提高了运算效率。另一方面, 充分利用 2DPCA 提取主特征, 然而考虑到其没有类别信息的缺点, 利用 2DNSA 增加类别判别能力, 使两者相辅相成。基于 Yale、LARGE 人脸库的实验结果验证了本文方法的有效性。