

文章编号: 1001-0920(2012)02-0304-04

一类 Lipschitz 非线性切换系统基于观测器的 H_∞ 输出跟踪控制

李莉莉^{1,2}, 邵 诚¹

(1. 大连理工大学先进控制技术研究所, 辽宁 大连 116024; 2. 辽宁师范大学数学学院, 辽宁 大连 116029)

摘要: 针对一类 Lipschitz 非线性切换系统, 研究基于观测器的 H_∞ 输出跟踪控制问题. 借助微分中值定理, 将 Lipschitz 非线性切换系统转化为线性参数切换系统. 当状态变量不可测或不易测时, 利用多 Lyapunov 函数方法, 同时设计观测器、基于观测器的跟踪控制器和滞后切换信号, 使得系统满足 H_∞ 输出跟踪性能. 最后通过仿真例子表明了设计方法的有效性.

关键词: 切换系统; H_∞ 输出跟踪控制; 观测器

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Observer-based H_∞ output tracking control for a class of switched Lipschitz nonlinear systems

LI Li-li^{1,2}, SHAO Cheng¹

(1. Institute of Advanced Control Technology, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2. School of Mathematics, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China. Correspondent: LI Li-li, E-mail: toliili@gmail.com)

Abstract: This paper studies with the problem of observer-based H_∞ output tracking control for a class of switched Lipschitz nonlinear systems. The differential mean value theorem allows transforming the switched Lipschitz nonlinear systems into switched linear parameter-varying systems. By using a multiple Lyapunov functions approach, observers, observer-based tracking controllers and a hysteresis switching law are designed simultaneously to achieve the H_∞ output tracking control performance, when the states are not completely available for switching and controller design. Finally, a numerical example shows the effectiveness of the proposed method.

Key words: switched system; H_∞ output tracking control; observer

1 引言

切换系统是近年来备受关注的研究前沿和热点问题^[1-2]. 在基于观测器的切换系统控制问题中, 根据状态空间划分设计的切换信号不应包含不可测的状态信息, 这使得非切换系统中已有的结果不再适用^[3]. 另外在工程实际中, 航天器的轨迹、姿态控制等很多问题本质上都可归结为输出跟踪问题^[4-5]. 近年来, 切换系统的输出跟踪控制问题逐渐引起人们的重视, 但已有成果还十分有限, 且大多集中于系统状态可测的情况^[6-7]. 当状态不可测时, 文献[9]研究了一类线性切换时滞系统基于观测器的模型参考 H_∞ 跟踪控制, 设计了满足平均驻留时间条件的切换信号.

本文针对状态变量不利用的情况, 讨论一类 Lipschitz 非线性切换系统基于观测器的 H_∞ 输出跟踪控制问题. 利用多 Lyapunov 函数法给出系统满足 H_∞ 输出跟踪性能的充分条件, 并用仿真例子说明该设计方法的有效性. 文中 $e_s(j)$ 是 s 阶单位矩阵的第 j 列, $\text{Co}(a, b) = \{\alpha a + (1-\alpha)b, 0 \leq \alpha \leq 1\}$ 是 a, b 的凸包.

2 问题描述

考虑状态空间模型描述的一类非线性切换系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_\sigma x(t) + B_\sigma u_\sigma(t) + W_\sigma \omega(t) + \\ \quad D_\sigma f_\sigma(x, y, u_\sigma), \\ y(t) = C_\sigma x(t) + v(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\sigma: \mathbf{R}^+ \mapsto M = \{1, 2, \dots, m\}$ 是待设计的右连

收稿日期: 2010-09-13; 修回日期: 2011-04-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074020); 国家973计划项目(2007CB714006).

作者简介: 李莉莉(1982-), 女, 讲师, 博士后, 从事切换系统理论和方法的研究; 邵诚(1958-), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂工业过程建模与集成优化控制等研究.

续分段常值切换信号; $x \in \mathbf{R}^n$ 是状态向量; $u_i \in \mathbf{R}^{m_i}$ 和 $\omega \in \mathbf{R}^{h_i}$ 属于 $L_2[0, \infty)$, 分别是第 i 个子系统的控制输入和干扰输入; y 和 $v \in \mathbf{R}^p$ 分别是第 i 个子系统的可测输出和测量噪声; 对于 $\forall i \in M, A_i, B_i, C_i, D_i$ 和 W_i 是具有适当维数的常数矩阵, 且满足:

假设 1 (A_i, B_i) 可控, (A_i, C_i) 可观测;

假设 2 函数 $f_i: \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^p \times \mathbf{R}^{m_i} \mapsto \mathbf{R}^{q_i}$ 关于 x 可微, 并满足 $f_{jk}^i \leq \partial f_{ij}(x, y, u_i) / \partial x_k \leq \bar{f}_{jk}^i$, 其中 f_{ij} 和 x_j 分别是 f_i 和 x 的第 j 个分量, $f_i(0, y, u_i) \equiv 0$.

注 1 假设 2 中的 Lipschitz 非线性具有容许大的 Lipschitz 常数、避免高观测器增益以及不需满足单调性等优点^[10].

本文考虑的 H_∞ 输出跟踪控制问题的目的是, 设计适当的跟踪控制器、观测器以及滞后切换信号, 使得系统 (1) 的输出 $y(t)$ 跟踪一个满足跟踪性能指标的参考信号 $y_r(t)$. 给定产生参考信号 $y_r(t)$ 的参考模型为

$$\begin{cases} y_r(t) = C_r x_r(t), \\ \dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + B_r r(t). \end{cases} \quad (2)$$

其中: 参考模型输出 $y_r(t) \in \mathbf{R}^p$, 参考状态 $x_r(t) \in \mathbf{R}^n$, 参考输入 $r(t) \in \mathbf{R}^r$ 属于 $L_2[0, \infty)$; A_r, B_r 和 C_r 是具有适当维数的常数矩阵, 且 A_r 是 Hurwitz 的.

假设 3 对于参考模型 (2), 存在正常数 γ, γ_1 和正定矩阵 P_r 使得下面的矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} A_r^T P_r + P_r A_r + (2 + \gamma_1^{-2}) C_r^T C_r + I & P_r B_r \\ B_r^T P_r & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (3)$$

对系统 (1) 设计如下的状态观测器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_\sigma \hat{x}(t) + B_\sigma u_\sigma(t) + L_\sigma (y(t) - \hat{y}(t)) + D_\sigma f_\sigma(\hat{x}(t), y(t), u_\sigma(t)), \\ \hat{y}(t) = C_\sigma \hat{x}(t), \end{cases} \quad (4)$$

以及基于观测器的反馈跟踪控制器

$$u_\sigma(t) = K_\sigma \hat{x}(t) + F_\sigma x_r(t). \quad (5)$$

其中: $\hat{x}(t)$ 是 $x(t)$ 的估计; K_i 和 $F_i \in \mathbf{R}^{m_i \times n}$ 是待设计的控制器增益矩阵; $L_i \in \mathbf{R}^{n \times p}$ 是待设计的观测器增益矩阵. 定义集合 $\mathcal{H}_{q_i, n}^i = \{v^i = (v_{11}^i, \dots, v_{1n}^i, \dots, v_{q_i n}^i) : f_{jk}^i \leq v_{jk}^i \leq \bar{f}_{jk}^i, j = 1, \dots, q_i; k = 1, \dots, n\}, \forall i \in M$. $\mathcal{H}_{q_i, n}^i$ 在 $\mathbf{R}^{q_i n}$ 上均为有界凸区域, 其顶点集合为 $\mathcal{V}_{q_i, n}^i = \{\alpha^i = (\alpha_{11}^i, \dots, \alpha_{1n}^i, \dots, \alpha_{q_i n}^i) : \alpha_{jk}^i \in \{f_{jk}^i, \bar{f}_{jk}^i\}\}$. 估计误差 $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ 满足

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & A_\sigma e(t) + L_\sigma (y(t) - \hat{y}(t)) - W_\sigma \omega(t) + \\ & D_\sigma (f_\sigma(\hat{x}, y, u_\sigma) - f_\sigma(x, y, u_\sigma)). \end{aligned} \quad (6)$$

定义仿射矩阵函数为

$$A_i(v^i) = A_i + D_i \sum_{j,k=1}^{q_i, n} v_{jk}^i e_{q_i}(j) e_n^T(k), v^i \in \mathcal{H}_{q_i, n}^i. \quad (7)$$

由微分中值定理^[10]知, 存在 $z_j(t) \in \text{Co}(x(t), \hat{x}(t))$ 使

$$\begin{aligned} f_i(\hat{x}, y, u_i) - f_i(x, y, u_i) = \\ \left(\sum_{j,k=1}^{q_i, n} e_{q_i}(j) e_n^T(k) \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_k}(z_j, y, u_i) \right) e. \end{aligned} \quad (8)$$

根据式 (7), (8) 以及 $h^i(t) = (h_{11}^i(t), \dots, h_{1n}^i(t), \dots, h_{q_i n}^i(t)), h_{jk}^i(t) = \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_k}(z_j, y, u_i)$, 式 (6) 可重写为

$$\dot{e}(t) = (A_\sigma(h^\sigma(t)) - L_\sigma C_\sigma) e(t) - W_\sigma \omega(t). \quad (9)$$

由 $f_i(0, y, u_i) \equiv 0$ 和式 (8) 知, 存在 $\tilde{z}_j(t) \in \text{Co}(0, \hat{x})$ 使得 $D_i f_i(\hat{x}, y, u_i) = (A_i(\tilde{h}^i) - A_i) \hat{x}$, $\tilde{h}^i(t)$ 的定义与 $h^i(t)$ 类似. 联立式 (4), (9), (2) 和 (5), 可得闭环增广系统

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}_\sigma \tilde{x}(t) + \tilde{B}_\sigma \varpi(t). \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{A}_i = & \begin{bmatrix} A_i(\tilde{h}^i(t)) + B_i K_i & -L_i C_i & B_i F_i \\ 0 & A_i(h^i(t)) - L_i C_i & 0 \\ 0 & 0 & A_r \end{bmatrix}, \\ \tilde{B}_i = & \begin{bmatrix} L_i & 0 & 0 \\ L_i & -W_i & 0 \\ 0 & 0 & B_r \end{bmatrix}, \tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ e \\ x_r \end{bmatrix}, \varpi(t) = \begin{bmatrix} v \\ \omega \\ r \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

因此系统 (1) 基于观测器的 H_∞ 输出跟踪控制问题可转化为系统 (10) 的 H_∞ 输出跟踪控制问题.

定义 1 若存在控制输入 u_i 和切换信号 $i = \sigma(t)$, 使得满足切换系统 (1) 和参考模型 (2) 假设条件的闭环增广系统 (10) 当 $\omega = 0$ 时渐近稳定; 当 $\omega \neq 0$ 时, 有

$$\int_0^\infty (y - y_r)^T (y - y_r) dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty \varpi^T \varpi dt + \phi(x_0) \quad (11)$$

成立. 则称切换系统 (1) 具有 H_∞ 输出跟踪性能. 其中: $\gamma > 0$ 是给定的干扰抑制水平常数, x_0 是初始状态, $\phi(\cdot)$ 是某个实值函数.

3 主要结果

定理 1 在假设 1~假设 3 下, 如果存在正常数 $\gamma, \gamma_k (k = \{1, \dots, 5\})$, 负常数 $\eta_{il} (l \in M)$, 矩阵 Y_i, R_i, F_i , 正定矩阵 Q_i, S , 使得

$$\text{Block-diag}\{\Psi_i(\alpha_1^i), \Psi_i(\alpha_2^i), \dots, \Psi_i(\alpha_{2q_i n}^i)\} < 0, \quad (12)$$

$$\text{Block-diag}\{\Gamma_i(\alpha_1^i), \Gamma_i(\alpha_2^i), \dots, \Gamma_i(\alpha_{2q_i n}^i)\} \leq 0, \quad (13)$$

对于任意的 $i \in M, j = 1, \dots, 2q_i n, \alpha_i^j \in \mathcal{V}_{2q_i n}^i$ 成立. 若令 $\Omega_i = \{x \in \mathbf{R}^n | x^T (P_i - P_l) x \leq 0, \forall l \in M\}$, 且当

$t = 0$ 时, $\sigma(0) = \min \arg\{\Omega_i | \hat{x}(0) \in \Omega_i\}$; 当 $t > 0$ 时

$$\sigma(t) = \begin{cases} i, & \hat{x}(t) \in \Omega_i, \sigma(t^-) = i; \\ \min \arg\{\Omega_i | \hat{x}(t) \in \Omega_i\}, & \\ \hat{x}(t) \notin \Omega_i, \sigma(t^-) = i. \end{cases} \quad (14)$$

则切换规则(14)和跟踪控制器(5)使得切换系统(1)满足 H_∞ 输出跟踪性能. 其中: $K_i = Y_i P_i$, $P_i = Q_i^{-1}$, F_i 可由式(12)求解, $L_i = S^{-1} R_i$, $1 + \sum_{k=1}^5 \gamma_k^2 = \gamma^2$,

$$\Psi_i(\alpha_j^i) = \begin{bmatrix} \Phi_i(\alpha_j^i) & Q_i C_i^T & B_i F_i \\ C_i Q_i & -(2 + \gamma_4^{-2})^{-1} I & 0 \\ F_i^T B_i^T & 0 & -I \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_i(\alpha_j^i) = \begin{bmatrix} \Xi_i(\alpha_j^i) & S W_i & R_i \\ W_i^T S & -\gamma^2 I & 0 \\ R_i^T & 0 & -\gamma_3^2 I \end{bmatrix},$$

$$\Phi_i(\alpha_j^i) = \mathcal{A}_i(\alpha_j^i) Q_i + Q_i \mathcal{A}_i^T(\alpha_j^i) + B_i Y_i + Y_i^T B_i^T + (1 + \gamma_2^{-2}) L_i L_i^T + \sum_{l \in M} \eta_{il} (Q_i - Q_i Q_l^{-1} Q_i),$$

$$\Xi_i(\alpha_j^i) = \mathcal{A}_i^T(\alpha_j^i) S + S \mathcal{A}_i(\alpha_j^i) - C_i^T R_i^T - R_i C_i + (3 + \gamma_5^{-2}) C_i^T C_i.$$

证明 对于系统(10), 选取 Lyapunov 候选函数

$$V(\tilde{x}(t)) = V_{\sigma(t)}(\tilde{x}(t)) = \tilde{x}^T(t) \begin{bmatrix} P_{\sigma(t)} & 0 & 0 \\ 0 & S & 0 \\ 0 & 0 & P_r \end{bmatrix} \tilde{x}(t), \quad (15)$$

其中 P_i, S_i, P_r 是分别满足式(12), (13)和假设3的正定矩阵. 显然 $\bigcup_{i \in M} \Omega_i = \mathbf{R}^n \setminus \{0\}$.

首先证明 $\varpi \neq 0$ 时式(11)成立. 设 t_i ($i \leq 0$) 表示第 i 个切换时刻. 为简便, 假设 $t \in [t_i, t_{i+1})$ 时 $\sigma(t) = i$. 沿系统(10)对 Lyapunov 候选函数(15)求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{x}) + (y - y_r)^T (y - y_r) - \gamma^2 \varpi^T \varpi \leq & \hat{x}^T (\mathcal{A}_i^T(\tilde{h}^i) P_i + P_i \mathcal{A}_i(\tilde{h}^i) + P_i B_i F_i F_i^T B_i^T P_i + \\ & (1 + \gamma_2^{-2}) P_i L_i L_i^T P_i + K_i^T B_i^T P_i + P_i B_i K_i + \\ & (2 + \gamma_4^{-2}) C_i^T C_i) \hat{x} + e^T (\mathcal{A}_i^T(h^i) S + S \mathcal{A}_i(h^i) - \\ & C_i^T L_i^T S - S L_i C_i + (3 + \gamma_5^{-2}) C_i^T C_i + \\ & \gamma_3^{-2} S W_i W_i^T S) e + x_r^T (A_r^T P_r + P_r A_r + I + \\ & \gamma^{-2} P_r B_r B_r^T P_r + (2 + \gamma_1^{-2}) C_r^T C_r) x_r. \end{aligned} \quad (16)$$

另一方面, 对 $\forall \alpha_j^i \in \mathcal{V}_{q_i, n}^i$, 式(12)等价于 $\Psi_i(\alpha_j^i) < 0$. 应用 Schur 补定理可知, $\Psi_i(\alpha_j^i) < 0$ 等价于 $\Phi_i(\alpha_j^i) + (2 + \gamma_4^{-2}) Q_i C_i^T C_i Q_i + B_i F_i F_i^T B_i^T < 0$. 左右两端同时乘以 $P_i = Q_i^{-1}$, 并考虑到 $Y_i = K_i Q_i$, 可知下式等价于式(12):

$$\begin{aligned} & \mathcal{A}_i^T(\alpha_j^i) P_i + P_i \mathcal{A}_i(\alpha_j^i) + K_i^T B_i^T P_i + P_i B_i K_i + \\ & (2 + \gamma_4^{-2}) C_i^T C_i + (1 + \gamma_2^{-2}) P_i L_i L_i^T P_i + \\ & P_i B_i F_i F_i^T B_i^T P_i + \sum_{l \in M} \eta_{il} (P_i - P_l) < 0. \end{aligned} \quad (17)$$

定义矩阵函数

$$\begin{aligned} G_i(\tilde{h}^i) = & \mathcal{A}_i^T(\tilde{h}^i) P_i + P_i \mathcal{A}_i(\tilde{h}^i) + K_i^T B_i^T P_i + P_i B_i K_i + \\ & (2 + \gamma_4^{-2}) C_i^T C_i + (1 + \gamma_2^{-2}) P_i L_i L_i^T P_i + \\ & P_i B_i F_i F_i^T B_i^T P_i + \sum_{l \in M} \eta_{il} (P_i - P_l). \end{aligned}$$

根据定义易找到 \tilde{h}^i 和 h^i 的共同顶点凸集 $\mathcal{V}_{q_i, n}^i$. 由于 $G_i(\cdot)$ 是 $\tilde{h}^i(t)$ 的仿射矩阵函数, 利用凸区域性质和式(17)知, 对于 $\forall \tilde{h}^i(t)$ 有 $G_i(\tilde{h}^i(t)) < 0$, 即有

$$\begin{aligned} & \mathcal{A}_i^T(\tilde{h}^i) P_i + P_i \mathcal{A}_i(\tilde{h}^i) + K_i^T B_i^T P_i + P_i B_i K_i + \\ & (2 + \gamma_4^{-2}) C_i^T C_i + (1 + \gamma_2^{-2}) P_i L_i L_i^T P_i + \\ & P_i B_i F_i F_i^T B_i^T P_i + \sum_{l \in M} \eta_{il} (P_i - P_l) < 0. \end{aligned} \quad (18)$$

由式(14)知 $\hat{x}^T \sum_{l \in M} \eta_{il} (P_i - P_l) \hat{x} \geq 0$, 则由式(18)有

$$\begin{aligned} & \hat{x}^T (\mathcal{A}_i^T(\tilde{h}^i) P_i + P_i \mathcal{A}_i(\tilde{h}^i) + P_i B_i F_i F_i^T B_i^T P_i + \\ & K_i^T B_i^T P_i + P_i B_i K_i + (1 + \gamma_2^{-2}) P_i L_i L_i^T P_i + \\ & (2 + \gamma_4^{-2}) C_i^T C_i) \hat{x} < 0. \end{aligned} \quad (19)$$

即由式(12)有(19). 类似地, 对于 $\forall \tilde{h}^i(t) \in \mathcal{H}_{q_i, n}^i$, 由式(13)有

$$\begin{aligned} & \mathcal{A}_i^T(h^i) S + S \mathcal{A}_i(h^i) + (3 + \gamma_5^{-2}) C_i^T C_i - C_i^T L_i^T S - \\ & S L_i C_i + \gamma^{-2} S W_i W_i^T S + \gamma_3^2 S L_i L_i^T S < 0. \end{aligned} \quad (20)$$

因此将式(3), (19)和(20)代入(16), 可得 $t \in [t_i, t_{i+1})$ 时

$$\dot{V}(\tilde{x}) + (y - y_r)^T (y - y_r) - \gamma^2 \varpi^T \varpi < 0. \quad (21)$$

令切换信号由切换序列

$$\begin{aligned} \Sigma = \{ & x_0; (i_0, t_0), (i_1, t_1), \dots, (i_k, t_k), \dots \\ & | i_k \in M, k \in N \} \end{aligned}$$

表示. 对式(21)两端从0到 ∞ 积分, 有

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \sum_{i_k \in M} \dot{V}(\tilde{x}(t)) dt = & \sum_{k=0}^\infty \sum_{i_k \in M} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \dot{V}(\tilde{x}(t)) dt < \\ \int_0^\infty (\gamma^2 \varpi^T(t) \varpi(t) - & (y(t) - y_r(t))^T (y(t) - y_r(t))) dt. \end{aligned} \quad (22)$$

根据切换信号(14), 在切换时刻 t_i 处, 有

$$V(\tilde{x}(t_i)) \leq \lim_{t \rightarrow t_i^-} V(\tilde{x}(t)). \quad (23)$$

令 $T_f \in [t_i, t_{k+1})$, 并将式(23)代入(22)左端的展开式, 则有

$$\lim_{T_f \rightarrow \infty} V(\hat{x}(T_f)) - V(\hat{x}(t_0)) \leq$$

$$\lim_{T_f \rightarrow \infty} (V(\hat{x}(T_f)) - V(\hat{x}(t_k)) + V(\hat{x}(t_k^-)) -$$

$$V(\hat{x}(t_{k-1})) + \dots + V(\hat{x}(t_1^-) - V(\hat{x}(t_0))) <$$

$$\int_0^\infty (\gamma^2 \varpi^T(t) \varpi(t) - (y(t) - y_r(t))^T (y(t) - y_r(t))) dt.$$

由零初始条件及 $V(\hat{x}(t))$ 正定知, $\varpi \neq 0$ 时式(11)成立.

然后证明 $\varpi = 0$ 时系统(10)渐近稳定. 由式(21)可知, $t \in [t_i, t_{i+1})$, $\dot{V}(\hat{x}(t)) < -(y(t) - y_r(t))^T (y(t) - y_r(t)) \leq 0$. 归纳 t_0, \dots, t_k 并结合式(23)可知系统(10)渐近稳定. \square

4 仿真算例

考虑 $M = \{1, 2\}$ 时的系统(1)和(2). 其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & -0.8 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = [-1 \quad -3], C_2 = [0.6 \quad -1],$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.2 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -0.3 \end{bmatrix},$$

$$W_1^T = [0.2 \quad 0.4], W_2^T = [0.6 \quad 0.2],$$

$$f_1 = x_1 + e^{-t} x_2, f_2 = \cos(x_1 - x_2),$$

$$A_r = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, B_r = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, C_r = [1 \quad 1].$$

选取 $\gamma = 2\sqrt{2}, \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_4 = \gamma_5 = \sqrt{2}/2, \gamma_3 = \sqrt{6}, \eta_{12} = \eta_{21} = -0.5$. 求解式(12)和(13), 可得

$$K_1 = [0.7420 \quad 2.5857], K_2 = [1.2358 \quad -1.4898],$$

$$F_1 = [0.0208 \quad 0.1124], F_2 = [0.1199 \quad -0.1461],$$

$$L_1^T = [-0.6503 \quad -0.0406], L_2^T = [0.5480 \quad -0.3453].$$

取初始状态 $\hat{x}(0)^T = [-1.5 \quad 0.5 \quad 1.5 \quad -0.5 \quad 1.5 \quad -0.5]$, 干扰 $r(t) = \sin(10t)/(2t), \omega(t) = 2\sin(10t)/t$. 滞后切换信号如图1所示. 图2和图3给出了仿真结果. 由图2和图3可见, 切换系统(1)在控制器(5)和切换信号(14)的作用下渐近稳定, $y(t)$ 能很好地跟踪 $y_r(t)$.

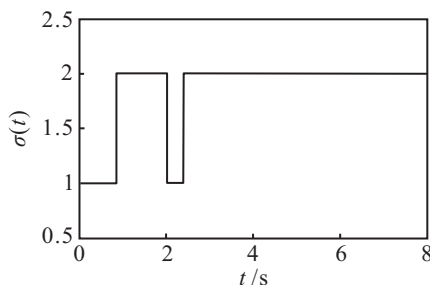


图1 切换信号

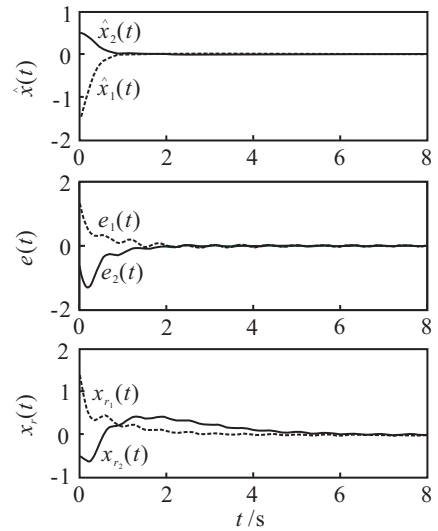


图2 闭环增广系统(10)的状态响应

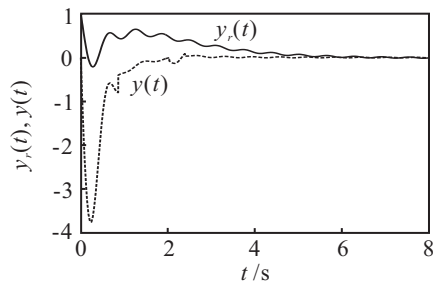


图3 参考模型的输出 $y_r(t)$ 和切换系统的输出 $y(t)$

5 结论

本文利用多 Lyapunov 函数法讨论了一类 Lipschitz 非线性切换系统基于观测器的 H_∞ 输出跟踪控制问题. 当系统的状态不可测或不易测时, 同时设计观测器、基于观测器的跟踪控制器以及滞后切换信号, 给出了切换系统基于观测器的 H_∞ 输出跟踪控制问题可解的充分条件. 仿真例子表明了本文方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Liberzon D, Morse A S. Basic problem in stability and design of switched systems[J]. IEEE Control System Magazine, 1999, 19(5): 59-70.
- [2] Lin H, Antsaklis P J. Stability and stabilizability of switched linear systems: A survey of recent results[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(2): 308-322.
- [3] 李莉莉, 赵军. 一类非线性离散切换系统基于观测器的指数镇定[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(7): 786-790. (Li L L, Zhao J. Observer-based exponential stabilization for a class of discrete-time switched nonlinear systems[J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(7): 786-790.)
- [4] Sharma R, Tewari A. Optimal nonlinear tracking of spacecraft attitude maneuvers[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2004, 12(5): 677-682.