

一种新的减基法中的采样方法及误差估计

张正, 韩旭*, 姜潮

(湖南大学 汽车车身先进设计与制造国家重点实验室, 长沙 410082)

摘要: 针对减基法中求解精度受减基空间完备性影响的问题, 提出了一种基于向量空间逼近原理的采样方法及相应的误差估计。该方法使每一步采样得到的特征向量与之前已得到的特征向量所张成的向量空间角度最大, 从而保证了每步采样所对应的特征向量都具有最弱相关性, 进而使最终得到的特征向量基空间更具完备性。并且由该方法产生了一种先验特征值误差界, 使得减基法所产生的特征值误差能被控制在预先设定的范围之内。文中算例显示了该方法的有效性。

关键词: 减基法; 动力学; 采样法; 特征值误差; 瞬态响应
中图分类号: TB123 **文献标志码:** A

1 引言

在用有限元方法分析大型工程结构动力问题时, 由于系统几何参数或物理参数的改变, 往往会导致系统结构特征矩阵的重新计算, 进而使计算的实时性降低。近年来, 应用减基法计算这些问题时, 由于把系统的特征矩阵进行参数分离并投影到低维的减基空间中进行处理, 从而克服了因几何参数或物理参数的改变所造成的计算耗时问题, 并能获得相对较高的数值计算精度。该方法越来越受到国内外学者的关注, 已被应用于多种力学问题的计算^[1-6], 尤其是处理大型多自由度系统的瞬态响应^[7,8]时, 具有很强的优势。对于减基法, 除了求解算法外, 在前处理采样中如何有效地选取用以构造减基空间的采样点无疑是其重要方面, 也是目前减基法研究的薄弱环节。在减基法中, 对单参数问题的采样方法有对数采样法、等间隔均匀采样法、切比雪夫采样法等^[9], 而对多参数问题的采样方法一般采用实验设计方法^[10] (如正交实验设计、拉丁超立方实验设计等)。但这些方法由于只是从后验误差的角度去评价所选采样点的合理性, 故难以保证采样点所构成的减基空间的完备性, 从而影响到减基快速计算的精度。并且采用实验设计方法进

行采样时对初始点选取的依赖性也很高, 由此带来的误差难以有效控制。

本文基于向量空间逼近思想, 针对动力学减基法提出了一种新的参数域采样方法。该方法除了能使采样点对应的特征向量之间具有最弱的相关性外, 还能保证构造的减基空间更具完备性。并且该采样法不依赖于初始点的选取, 从而避免了因不同初始点选取所带来的不确定误差。同时, 通过对特征向量空间逼近程度的控制还能得到特征值的先验误差界。本文以平面刚架系统为例, 通过特征值误差界的试验和平均瞬态响应误差的对比, 验证了该采样方法的可靠性和有效性。

2 问题的提出

用有限元方法分析弹性力学系统时, 可以得到它的广义特征方程^[11]为

$$\mathbf{K}(\mu)\phi(\mu) = \lambda(\mu)\mathbf{M}(\mu)\phi(\mu) \quad (1)$$

式中 $\mu \in D$ 表示输入系统的参数, 包括几何参数、物理参数等, $D \subset \mathbf{R}^m$ 表示参数域, m 表示参数域维数, $\mathbf{K}(\mu)$ 和 $\mathbf{M}(\mu)$ 分别为刚度矩阵和质量矩阵, $\phi(\mu)$ 为广义特征向量, $\lambda(\mu)$ 为广义特征值, 均为 μ 的函数, 式(1)的阶数用 \dot{A} 表示; 当参数 μ 改变时, 系统的广义特征值和广义特征向量需要依据式(1)重新确定, 当式(1)的阶数 \dot{A} 很大时, 求解则非常费时。为了提高计算效率, 引进减基法, 使得问题的求解在由采样点对应的特征向量张成的低维空间中

收稿日期: 2009-05-08; 修改稿收到日期: 2010-10-28.

基金项目: 国家杰出青年基金(10725208); 高等学校博士点
学科专项科研基金(20070532021)资助项目.

作者简介: 张正 (1981-), 男, 博士生;

韩旭* (1968-), 男, 博士, 教授

(E-mail: hanxu@hnu.edu.cn).

进行。在以下的讨论中, W^k 表示参数域 D 对应的第 k 阶特征向量集合, D_p 表示参数域背景点集合, N 表示采样点数目, $S_N^k = \{\mu_1^k, \mu_2^k, \dots, \mu_N^k\}$ 和 $W_N^k = \{\phi_1^k, \phi_2^k, \dots, \phi_N^k\}$ 分别表示第 k 阶参数采样点集合和与之对应的采样特征向量集合。

在减基法中针对第 k 阶模态,把特征矩阵进行参数相关分离:

$$K(\mu) = \sum_{i=1}^{n_K} \rho_i(\mu) K_i \quad (2)$$

$$M(\mu) = \sum_{i=1}^{n_M} \sigma_i(\mu) M_i \quad (3)$$

式中 K_i 和 M_i 分别表示与参数无关的刚度矩阵和质量矩阵, $\rho_i(\mu)$ 和 $\sigma_i(\mu)$ 分别表示与参数相关的系数, n_K 和 n_M 分别表示刚度矩阵和质量矩阵的分离数目。把与参数无关矩阵投影到减基空间 $\text{span}\{W_N^k\}$ 得到对应的降阶特征矩阵:

$$K^N(\mu) = \sum_{i=1}^{n_K} \rho_i(\mu) Z_k^T K_i Z_k \quad (4)$$

$$M^N(\mu) = \sum_{i=1}^{n_M} \sigma_i(\mu) Z_k^T M_i Z_k \quad (5)$$

式中 $Z_k = [\phi_1^k, \phi_2^k, \dots, \phi_N^k]$ 表示集合 W_N^k 的矩阵形式。

经过特征矩阵降阶后,式(1)可以减缩成阶数为 N 的广义特征方程:

$$K^N(\mu) \alpha_k(\mu) = \bar{\lambda}_k(\mu) M^N(\mu) \alpha_k(\mu) \quad (6)$$

式中 $\bar{\lambda}_k(\mu)$ 为原特征值 $\lambda_k(\mu)$ 在减基空间中求得的近似值, $\alpha_k(\mu)$ 为原特征向量 $\phi^k(\mu)$ 在减基空间中基的权系数。从式(2~6)可以看出,减基法通过把原系统特征问题投影到采样特征向量张成的减缩空间 $\text{span}\{W_N^k\}$ 中进行求解,涉及方程的阶数得到极大地降低 ($N \ll \dot{A}$),从而大大提高了计算效率。由于减基法是在减缩空间中进行求解问题的,所以采样形成的特征向量空间 $\text{span}\{W_N^k\}$ 的完备性直接影响减基快速计算的精度。为了提高采样的完备性,使采样特征向量集合 W_N^k 张成的向量空间尽可能地逼近特征向量集合 W^k ,提出了基于向量空间逼近的采样方法。

3 基于向量空间逼近的采样方法

在矩阵理论里,向量与子空间的夹角表示向量与子空间在高维环境空间中的接近程度,夹角越小,表明向量与子空间越接近线性相关,这样,向量

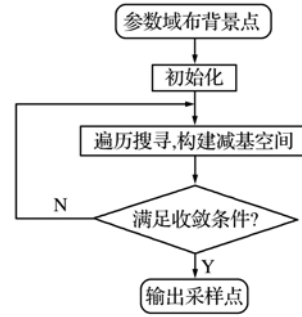


图 1 基本流程图
Fig.1 The basic flow process chart

与其在子空间上的投影就越逼近。根据这一原理,可以在 W^k 中寻找一组基 W_N^k 使得这组基所张成的空间 $\text{span}\{W_N^k\}$ 与任一特征向量 $\phi^k(\mu) \in W^k$ 之间的夹角小于某一设定值 θ_k ,从而可以用向量空间 $\text{span}\{W_N^k\}$ 来逼近 W^k 。本文提出的基于向量空间逼近的采样方法的基本流程如图 1 所示。其具体基本步骤如下:

(1) 参数域布背景点。对给定的参数域 D 进行适当的布背景点处理,从而形成参数背景点集合 $D_p \subset D$ 。

(2) 初始化。在 D_p 中任选一个采样点 μ_1^k ,使 $S_N^k = \{\mu_1^k\}$,根据式(1)求出与之相应的特征向量 ϕ_1^k ,使 $W_N^k = \{\phi_1^k\}$ 。设置迭代次数 $i = 2$ 和向量空间逼近的角度限 θ_k 。

(3) 遍历搜寻,构建减基空间。在 D_p 中所有节点寻找 μ_i^k ,使得其对应的特征向量 ϕ_i^k 与 W_N^k 所张成的向量空间 $\text{span}\{W_N^k\}$ 之间的角度 $\angle(\phi_i^k, \text{span}\{W_N^k\})$ 最大。

(4) 收敛条件判断。若 $\angle(\phi_i^k, \text{span}\{W_N^k\}) > \theta_k$,则把 μ_i^k 和与之对应的 ϕ_i^k 分别加入 S_N^k 和 W_N^k ,使得 $S_N^k = \{\mu_1^k, \mu_i^k\}$, $W_N^k = \{\phi_1^k, \phi_i^k\}$ ($i = i + 1$),转(3)。否则,转(5)。

(5) 输出采样点。 $N = i$, $S_N^k = S_N^k \cup \{\mu_N^k\}$, $W_N^k = W_N^k \cup \{\phi_N^k\}$,停。

从设计的向量空间逼近采样步骤可以看出,初始采样点的选取对该方法的影响不大,从不同的初始采样点出发,最后由采样特征向量张成的减基空间 $\text{span}\{W_N^k\}$ 与整个特征向量集合 W^k 的逼近程度是一致的。

4 向量空间逼近采样法的误差界定

在减基法中,原特征向量 $\phi^k(\mu)$ 在减基空间的投影特征向量为 $\bar{\phi}^k(\mu)$,把 $\bar{\phi}^k(\mu) = \phi^k(\mu) - \delta\phi^k(\mu)$ 代入 Rayleigh 商:

$$\bar{\lambda}_k(\mu) = \frac{(\phi^k(\mu) + \delta\phi^k(\mu))^T \mathbf{K}(\mu) (\phi^k(\mu) + \delta\phi^k(\mu))}{(\phi^k(\mu) + \delta\phi^k(\mu))^T \mathbf{M}(\mu) (\phi^k(\mu) + \delta\phi^k(\mu))} = \bar{\lambda}_k(\mu) + \frac{\delta\phi^k(\mu)^T \mathbf{K}(\mu) \delta\phi^k(\mu)}{\phi^k(\mu)^T \mathbf{M}(\mu) \phi^k(\mu) + 2\delta\phi^k(\mu)^T \mathbf{M}(\mu) \phi^k(\mu)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta\phi^k(\mu)^T \mathbf{M}(\mu) \delta\phi^k(\mu)}{\phi^k(\mu)^T \mathbf{M}(\mu) \phi^k(\mu) + 2\delta\phi^k(\mu)^T \mathbf{M}(\mu) \phi^k(\mu)}} \quad (7)$$

式中 $\delta\phi^k(\mu)$ 为特征向量偏差。对于受约束充分的弹性力学系统,不存在刚体型位移,故系统不存在零特征值, $\mathbf{K}(\mu)$ 是正定的。故从式(7)得

$$\bar{\lambda}_k(\mu) - \lambda_k(\mu) \leq \frac{\delta\phi^k(\mu)^T \mathbf{K}(\mu) \delta\phi^k(\mu)}{\phi^k(\mu)^T \mathbf{M}(\mu) \phi^k(\mu)} \quad (8)$$

由矩阵投影理论可知,特征向量偏差 $\delta\phi^k(\mu)$ 与减基空间 $\text{span}\{W_N^k\}$ 是正交的,故有:

$$\mathbf{Z}_k^T \delta\phi^k(\mu) = \mathbf{0} \quad (9)$$

根据二次型条件优化理论,可以得

$$\delta\phi^k(\mu)^T \mathbf{K}(\mu) \delta\phi^k(\mu) \leq \lambda_{\mathbf{K}_{\max}}^{(k)} \|\delta\phi^k\|_{\max}^2 \quad (10)$$

$$\lambda_{\mathbf{M}_{\min}}^{(k)} \|\phi^k\|_{\min}^2 \leq \phi^k(\mu)^T \mathbf{M}(\mu) \phi^k(\mu) \quad (11)$$

式中 $\lambda_{\mathbf{K}_{\max}}^{(k)}$ 表示刚度矩阵集合 $\{\mathbf{K}(\mu); \mu \in D\}$ 中第 k 阶特征值的最大值, $\lambda_{\mathbf{M}_{\min}}^{(k)}$ 表示质量矩阵集合 $\{\mathbf{M}(\mu); \mu \in D\}$ 中第 k 阶特征值的最小值, $\|\phi^k\|_{\min}$ 为 W^k 中最小的范数值, $\|\delta\phi^k\|_{\max}$ 为最大特征向量偏差的范数。

由于研究问题的参数域是按照向量空间逼近采样法进行采样,所以构成的减基空间 $\text{span}\{W_N^k\}$ 与整个特征向量集合 W^k 中的任意特征向量 $\phi^k(\mu)$ 的角度小于初始设定的角度限 θ_k 。从而由减基空间求得的近似特征向量 $\bar{\phi}^k(\mu)$ 与 $\phi^k(\mu)$ 的角度也小于 θ_k 。故有:

$$\|\bar{\phi}^k(\mu) - \phi^k(\mu)\| \leq \|\phi^k\|_{\max} \cdot \sin\theta_k = \|\delta\phi^k\|_{\max} \quad (12)$$

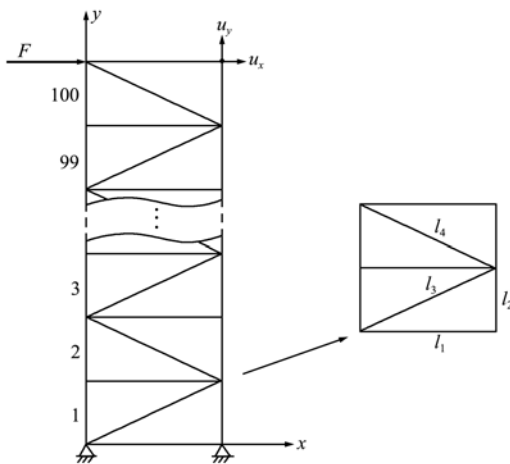


图 2 平面刚架结构
Fig. 2 The plane rigid-framed structure

式中 $\|\phi^k\|_{\max}$ 为 W^k 中最大向量范数值。故式(8)可变为

$$\bar{\lambda}_k(\mu) - \lambda_k(\mu) \leq \frac{\lambda_{\mathbf{K}_{\max}}^{(k)} \|\phi^k\|_{\max}^2 \sin^2 \theta_k}{\lambda_{\mathbf{M}_{\min}}^{(k)} \|\phi^k\|_{\min}^2} \quad (13)$$

所以第 k 阶特征值误差上界可表示为

$$e_\lambda^k = \frac{\lambda_{\mathbf{K}_{\max}}^{(k)} \|\phi^k\|_{\max}^2 \sin^2 \theta_k}{\lambda_{\mathbf{M}_{\min}}^{(k)} \|\phi^k\|_{\min}^2} \quad (14)$$

从式(14)可以看出,当用向量空间逼近采样法进行采样时,特征值误差上界 e_λ^k 只与初始设定的角度限 θ_k 有关,故特征值误差上界是 θ_k 的函数,形成一种先验误差界,从而可以通过控制 θ_k 来控制特征值误差上界,使减基法带来的特征值误差被控制在工程需要满足的范围之内。

5 算例和分析

考虑如图 2 所示平面刚架结构,选择的材料是结构钢,它的相关材料参数和结构参数见表 1。平面刚架沿竖直方向分为 100 段,有 202 个结点,与地相接 2 结点的自由度受有约束(位移为零),故整体结构有 600 个自由度。结构杆元 l_1, l_2, l_3, l_4 横截面为圆截面,半径分别记为 $r_1, r_2, r_3, r_4/m$, 其中 $r_3 = r_4$ 。计算中涉及的结果均采用无量纲形式。输入参数 $\mu \equiv (r_1, r_2, r_3) \in D = [0.01, 0.03] \times [0.03, 0.07] \times [0.01, 0.03] \subset \mathbf{R}^3$ 。

表 1 平面刚架结构的材料参数和结构参数
Tab. 1 The material and structural constants of the plane rigid-framed structure

E/GPa	ν	$\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	l_1/m	l_2/m
200	0.3	7800	1.4	0.7

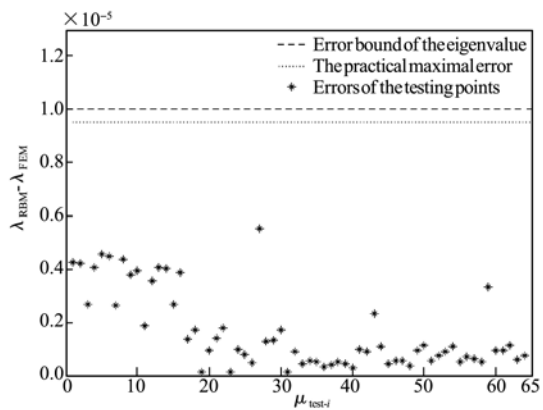


图 3 测试点的特征值误差分布
Fig. 3 The eigenvalue error distribution of the testing points

5.1 特征值误差界的验证

针对第一阶特征值进行研究,其他阶特征值情形与此类似。设定第一阶特征值需要满足的误差界为 $e_1^1 = 10^{-5}$ 。根据式(14)可以计算出其角度限 $\theta_1 = 5.6328e - 004$,进而按照本文设计的向量空间逼近采样法需采出 6 个采样点来构造出减基空间。为了研究在此减基空间中的特征值误差满足预先设定的误差界,在参数域中用数值方法搜索计算出实际最大特征值误差,且随机选取 64 个点构成参数测试点集合 $S_{\text{test}} = \{\mu_{\text{test}-i}; i = 1, 2, \dots, 64\}$ 进行测试,所得到的实际最大特征值误差以及这些测试点在此减基空间中的特征值误差如图 3 所示。

从图 3 可以看出实际的最大的特征值误差以及随机选取的测试点的特征值误差都在预先设定的误差界之内。所以本文设计的向量空间逼近采样法能根据预先设定的误差界自适应地控制采样点数,使得在此采样点数下的特征值误差都小于预先设定的误差界。

5.2 完备性的比较

在减基法中,采样点所构成的减基空间越完备,由此所带来的平均瞬态响应误差就越小。这里,定义单个测试点的瞬态响应误差为

$$\Delta_u^N(\mu) = \int_0^{T_s} |u_{\text{FEM}}(t; \mu) - u_{\text{RBM},N}(t; \mu)|^2 dt \quad (15)$$

式中 $u_{\text{FEM}}(t; \mu)$ 表示有限元方法得到的瞬态响应, $u_{\text{RBM},N}(t; \mu)$ 表示在 N 个采样点下由减基法所求得的瞬态响应, T_s 表示观测时间。为了较全面地对比不同采样方法所带来的瞬态响应误差,在测试点集合 $S_{\text{test}} \subset D$ 中定义平均瞬态响应误差为

$$\Delta_{u,\text{avg}}^N = \frac{\sum_{i=1}^{n_{\text{test}}} \Delta_u^N(\mu_{\text{test}-i})}{n_{\text{test}}} \quad (16)$$

式中 $\mu_{\text{test}-i} \in S_{\text{test}}, n_{\text{test}}$ 表示测试点数目。

对图 2 所示平面刚架结构中的力 F 取 Dirac 形式的冲激载荷。选择的响应接收点的水平位移响应和垂直位移响应分别为图 2 所示结点的 u_x 和 u_y 。取前 6 阶模态进行研究,为了方便对比,每阶模态的采样点数 N 保持一致。首先,在多参数域中与目前比较先进的拉丁超立方实验设计采样方法进行平均瞬态响应误差对比。在整个参数域中随机选取 $n_{\text{test}} = 250$ 个点来构成测试点集合 $S_{\text{test}} = \{\mu_{\text{test}-i}; i = 1, 2, \dots, 250\}$,取 $T_s = 40$ s 进行观测。针对不同的采样点数 N ,施加载荷时响应接收点沿 x, y 方向平均瞬态响应误差的对比结果如图 4 所示。

为了在单参数域中与传统的采样方法进行比较,取 $r_1 = 0.015, r_3 = 0.015$,输入参数为 $\mu \equiv r_2 \in D = [0.03, 0.07] \subset \mathbf{R}^1$ 。在单参数域随机选取 $n_{\text{test}} = 30$ 个点来构成测试点集合 $S_{\text{test}} = \{\mu_{\text{test}-i}; i = 1, 2, \dots, 30\}$,取 $T_s = 40$ s 进行观测。针对不同的采样点数 N ,施加载荷时响应接收点沿 x, y 方向平均瞬态响应误差的对比结果如图 5 所示。

从图 4 和图 5 可以看出,在一定采样点数之后,向量空间采样法比其它采样方法带来的平均瞬态响应误差要小,故由向量空间采样法构建的减基空间比其它采样方法构建的减基空间更完备;另外,还可以看出,随着采样点数的增加,该采样方法相对于其他采样方法具有更快的收敛性。

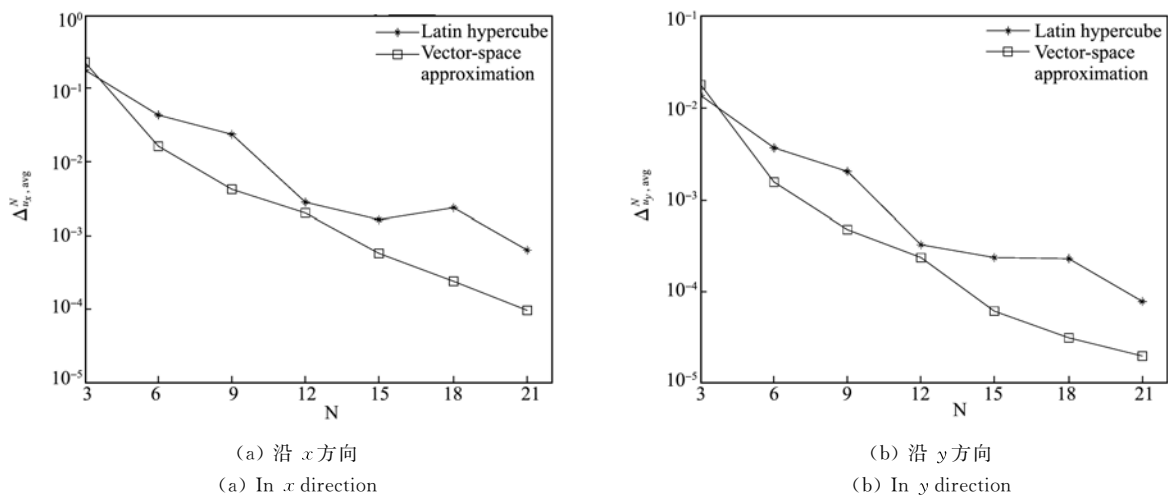


图 4 向量空间逼近采样法与拉丁超立方采样法的比较

Fig. 4 The vector-space approximation sampling method vs. the latin hypercube sampling method

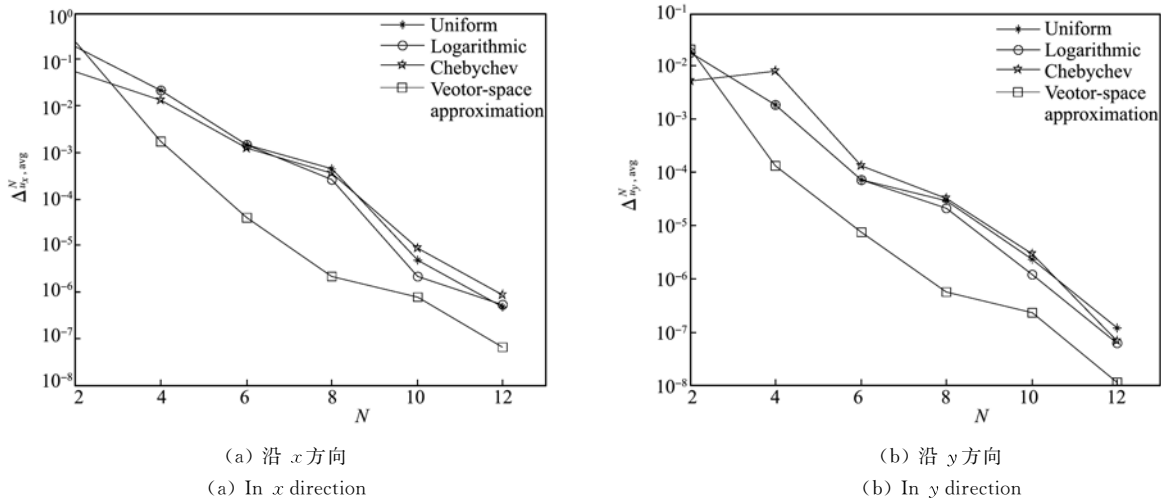


图 5 向量空间逼近采样法与均匀、对数、切比雪夫等采样法的比较

Fig. 5 The vector-space approximation sampling method vs. the uniform, logarithmic and chebychev sampling method

6 结 论

本文提出了一种针对减基法的向量空间逼近采样方法。在用减基法分析变参数特征问题时,通过向量空间逼近采样法建立的减基空间,能够确定特征值的先验误差界,把减基法带来的误差控制在预先设定的范围之内。并且该采样方法构成的减基空间相对于其他采样方法更具完备性,收敛速度也更快。算例表明本文方法是有效可靠的;另外,本文提出的采样方法还可用于大型结构特征值问题的优化设计和反问题求解。

参考文献(References):

- [1] Ito K, Ravindran S S. A reduced-order method for simulation and control of fluid flows[J]. *Journal of Computational Physics*, 1998, **143**: 403-425.
- [2] Veroy K, Patera A T. Certified real-time solution of the parameterized steady incompressible Navier-Stokes equations: rigorous reduced-basis a posteriori error bounds[J]. *Int J Numer Meth Fluids*, 2005, **47**: 773-788.
- [3] Sen S, Veroy K, Huynh D B P, et al. Natural norm a posteriori error estimators for reduced basis approximations [J]. *Journal of Computational Physics*, 2006, **217**: 37-62.
- [4] Liu G R, Zaw Khin, Wang Y Y. Rapid inverse parameter estimation using reduced-basis approximation with asymptotic error estimation[J]. *Comput Methods Appl Mech Engrg*, 2008, **197**: 3898-3910.
- [5] Liu G R, Zaw Khin, Wang Y Y, Deng B. A novel reduced-basis method with upper and lower bounds for real-time computation of linear elasticity problems [J]. *Comput Methods Appl Mech Engrg*, 2008, **198**: 269-279.
- [6] Milani Roberto, Quarteroni Alfio, Rozza Gianluigi. Reduced basis method for linear elasticity problems with many parameters [J]. *Comput Methods Appl Mech Engrg*, 2008, **197**: 4812-4829.
- [7] 黄永辉, 韩旭, 冉承新. 基于减基法的层合板瞬态响应快速分析方法 [J]. *力学学报*, 2008, **40**(2): 255-260. (HUANG Yong-hui, HAN Xu, RAN Cheng-xin. Efficient method for transient analysis in laminated plates based on reduced-basis method [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2008, **40**(2): 255-260. (in Chinese))
- [8] Deraemaeker A, Ladeveze P, Leconte Ph. Reduced bases for model updating in structural dynamics based on constitutive relation error [J]. *Comput Methods Appl Mech Engrg*, 2002, **191**: 2427-2444.
- [9] Veroy Karen. Reduced-Basis Methods Applied to Problems in Elasticity: Analysis and Applications [D], Ph. D. thesis, MIT, 2003: 38-41.
- [10] Kenny Q Ye, William Li, Agus Sudjianto. Algorithmic construction of optimal symmetric Latin hypercube designs [J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 2000, **90**: 145-159.
- [11] Liu G R, Quek S S. *Finite Element Method: A Practical Course* [M]. Burlington: Butterworth-Heinemann, 2003.

(下转第 812 页)

- [7] Xueqiang Liu, Ning Qin, Hao Xia. Fast dynamic grid deformation based on Delaunay graph mapping [J]. *Journal of Computational Physics*, 2006, **211**: 405-423.
- [8] Shun Takahashi, Ichie Monjugawa and Kazuhiro Nakahashi Unsteady Flow Computation around Moving Multiple Bodies Using Overset Unstructured Grids [R]. AIAA-2006-2839, 2006.
- [9] Spalart P R, Allmaras S R. A one-equation turbulence model for aerodynamics flows[R]. AIAA Paper, 1992:92-0439.
- [10] F R Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications[J]. *AIAA Journal*, 1994, **32**(8):1598-1605.
- [11] Hughes Thomas J R. *The Finite Element Method-Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis* [M]. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1987.
- [12] Harder R L, Desmarais R N. Interpolation using surface splines[J]. *Journal of Aircraft*, 1972, **9**(2): 189-191.
- [13] Goua G S L, Badcock K J, Woodgate M A, Richards B E. Transformation Methods for the Time Marching Analysis of Flutter[R]. AIAA-2001-2457, 2001.
- [14] Yates E C J. AGARD Standard Aeroelastic Configurations for Dynamic Response, 1: Wing 445. 6 [R]. NASA TM 100492, 1987.

CFD/CSD closely coupled and new dynamic grid method in application of aeroelastic simulation

CHEN Long* , WU Yi-zhao, XIA Jian

(Institute of Aero. & Astro., Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The CFD/CSD coupling method and program based on closely coupling are developed. Hybrid grid finite volume method is used to solve unsteady flow fields, and the dual time stepping method based on LU-SGS implicit scheme is used in temporal discretization. 3D wing's aeroelastic phenomenon is simulated by solving Reynolds-averaged Navier-Stokes equations; the flutter boundary is calculated and agrees well with experimental data. The validity and practicality of this method and program are verified. Based on the Delaunay map and spring analogy, hybrid dynamic grid method is deployed to aeroelastic calculation; the effect of turbulence models in aeroelastic simulation is also studied.

Key words: fluid structure interaction, aeroelastic, flutter, dynamic grid, closely coupled

(上接第 802 页)

A novel sampling method with error estimation for the reduced basis method

ZHANG Zheng, HAN Xu* , JIANG Chao

(State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body,
Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: The vector-space approximation sampling method is proposed here for the reduced basis method in which the precision of solution is influenced by completeness of basis space. The method can enable the corresponding eigenvector obtained in every step to have the biggest angle with the space constructed by early sampling eigenvectors, and then it makes the constructed eigenvector basis space have the weakest correlation and thus be more complete. Furthermore, this method can bring on a prior eigenvalue error bound which can ensure the eigenvalue errors produced by the reduced basis methods to be limited in the previously set scopes. The numerical example demonstrates the validity of the proposed sampling method.

Key words: reduced basis method; dynamics; sampling method; eigenvalue error; transient response