

基于空域稀疏性的宽带 DOA 估计

刘寅¹, 吴顺君^{1,*}, 吴明宇¹, 李春茂¹, 张怀根²

1. 西安电子科技大学 雷达信号处理国家重点实验室, 陕西 西安 710071

2. 南京电子技术研究所, 江苏 南京 210039

摘要: 利用宽带阵列接收信号的空域稀疏性, 将宽带信号的波达方向(DOA)估计转化为一个稀疏信号重构的问题, 提出了一种新的宽带信号 DOA 估计算法。该算法将宽带信号分解为多个子带信号, 联合利用多个子带信号的空域稀疏性进行重构。它是对用于稀疏重构的标准的稀疏贝叶斯学习算法的推广, 可适用于多冗余字典的信号模型。另外, 通过对多快拍的阵列接收信号进行奇异值分解(SVD), 提取信号子空间作为算法的输入数据, 可以在有效减少运算复杂度的同时, 提高对噪声的稳健性。与传统的宽带阵列 DOA 估计方法相比, 该算法能够用于低信噪比、快拍有限和信源相关性较高的场合, 同时算法的性能对信源个数的估计值不太敏感。仿真实验表明, 该算法相对现有的基于子空间类的方法, 具有更好的 DOA 估计性能。

关键词: 阵列信号处理; 波达方向; 压缩感知; 稀疏重构; 高分辨; 宽带; 谱估计

中图分类号: V243.2; TN958.92 **文献标识码:** A

宽带阵列信号的波达方向(Direction of Arrival, DOA)估计一直是阵列信号处理领域中的一个引起广泛兴趣的问题, 在雷达、通信、智能天线和无源定位等方面具有较多的应用。现有的宽带 DOA 估计方法主要分为两大类: 一类主要是最大似然(Maximum Likelihood, ML)参数估计方法, 该方法不仅需要已知或者预先估计出信源的个数, 而且其代价函数往往呈现多峰特性, 全局收敛性差, 其求解的过程需要涉及多维搜索, 运算量较大; 另一类算法是基于信号子空间的方法, 该类算法因为具有相对较低的运算复杂度, 一直得到阵列信号处理领域的学者和工程技术人员的广泛关注, 目前已发展出众多的基于信号子空间的宽带阵列信号 DOA 估计算法。

基于信号子空间的这一类方法, 又可以进一

步分成如下 4 类^[1]:

第 1 类 非相干信号子空间方法(Incoherent Signal Subspace Method, ISSM)。

第 2 类 需要预估角的相干信号子空间方法(Coherent Signal Subspace Method, CSSM)。例如旋转信号子空间(Rotational Signal Subspace, RSS)方法^[2], 双边相关变换(Two-sided Correlation Transformation, TCT)方法^[3]等。

第 3 类 不需要预估角的相干信号子空间方法。例如采用 Bessel 函数展开的方法和三次样条插值的方法。

第 4 类 投影子空间正交性测试方法(Test of Orthogonality of Projected Subspaces, TOPS)^[4]/频域子空间正交性测试方法(Test of Orthogonality of Frequency Subspaces, TOFS)。其中:

收稿日期: 2011-12-13; 退修日期: 2012-03-12; 录用日期: 2012-05-16; 网络出版时间: 2012-06-21 15:12

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20120621.1512.001.html

基金项目: 国家自然科学基金(40871166)

* 通讯作者. Tel.: 029-88201025 E-mail: sjwu@xidian.edu.cn

引用格式: Liu Y, Wu S J, Wu M Y, et al. Wideband DOA estimation based on spatial sparseness. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(11): 2028-2038. 刘寅, 吴顺君, 吴明宇, 等. 基于空域稀疏性的宽带 DOA 估计. 航空学报, 2012, 33(11): 2028-2038.
© 航空学报编辑部 http://hkxb.buaa.edu.cn

第 1 类方法不能直接用于相干信号的 DOA 估计;第 2 类方法受到预估角的精确性影响较大,当预估角偏差较小时,其 DOA 估计性能在信源相关性较高的情况下优于其他的基于子空间的方法;第 3 类方法将阵列流形中的频率分量与角度分量进行了解耦合,不需要角度预估,其性能主要取决于阵列插值的精度(这里,第 2 类和第 3 类方法都需要进行聚焦矩阵的计算);第 4 类方法中, TOPS 受到参考频点处的子空间估计的精确性影响较大。另外,基于信号子空间的这一类方法,在低信噪比情况下,由于子空间估计得不准确, DOA 估计性能将明显下降。

利用信源的空域稀疏性,可将信源的 DOA 估计转化为一个稀疏信号重构的问题。稀疏信号重构可以为信号处理领域中的许多问题提供一种新的解决方法,目前越来越引起信号处理学界的广泛兴趣,特别是近年来新兴的压缩感知^[5]的发展进一步推动了稀疏信号重构的应用。将稀疏重构应用于窄带 DOA 估计已经获得了较多的研究^[6-9]。其中, ℓ_1 -SVD (ℓ_1 Singular Value Decomposition)^[7]方法通过对多快拍的阵列接收数据进行奇异值分解,在获得信号子空间的同时完成了对多快拍数据的压缩;然后应用多观测矢量的 ℓ_1 范数优化的方法(ℓ_1/ℓ_2 混合范数)对信号的空间谱进行重构。联合 ℓ_0 范数近似(Joint ℓ_0 Approximation, JLZA)^[9]算法,是一种近似 ℓ_0/ℓ_2 混合范数的方法。

稀疏信号重构的常用方法主要包括:① ℓ_1 范数优化的方法,如基追踪(Basis Pursuit, BP)法^[10];② 贪婪的方法,如正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)法^[11];③ 稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)方法^[12-14];④ ℓ_p ($0 < p < 1$) 范数优化的方法^[15-16];⑤ 近似 ℓ_0 范数的方法^[17];⑥ 压缩采样匹配追踪(Compressive Sampling Matching Pursuit, CoSaMP)^[18]/子空间追踪(Subspace Pursuit, SP)^[19]的方法等。其中:CoSaMP/SP 的方法对于原子间相关性较高的冗余字典的情况,性能较差; ℓ_1 范数优化的方法具有凸优化所具备的较好的全局收敛性,但运算复杂度也较高;OMP 方法具有较低的运算复杂度,但重构性能略差; ℓ_p ($0 < p < 1$) 范数方法的解比 ℓ_1 范数优化的

最优解具有更好的稀疏性^[16],但由于涉及非凸优化的问题,收敛性较差。另外, ℓ_1 范数、 ℓ_p 范数以及近似 ℓ_0 范数优化的方法,都需要调整一个平衡保真性和稀疏性的参数,并且这一调整过程与噪声功率有关^[7]。稀疏贝叶斯学习的方法,具有较好的重构性能,并且没有需要用户调整的参数,因而相对更适合于这里的空间谱重构。

当考虑将稀疏贝叶斯学习方法应用于宽带阵列信号的 DOA 估计时,标准的稀疏贝叶斯学习方法并不能直接应用于宽带阵列信号所对应的多观测系统模型。本文将标准的稀疏贝叶斯学习方法进行了推广,使其可以应用于多观测系统的信号模型中。在稀疏重构中,这种多观测系统也可以称为多冗余字典,因而本文将推广后的方法称为多冗余字典稀疏贝叶斯学习(Multiple Dictionaries Sparse Bayesian Learning, MD-SBL)方法。该方法对信源个数的预估值不敏感,同时由于没有聚焦变换的过程,因而也不需要进行角度的预估。将 MD-SBL 方法与现有的常用的基于子空间以及基于最大似然的宽带阵列 DOA 估计方法进行比较,可以发现该方法在低信噪比、小快拍和较高的信源相关性等情况下能够获得更好的 DOA 估计性能。

1 宽带阵列信号的空域稀疏表示

考虑一个阵元数为 M 的均匀线阵。假设感兴趣的宽带信源的中心频率为 f_c , 其对应的波长为 λ 。阵元间距取为 $d = \lambda/2$ 。假设信号带宽为 B , 并且假设最高频率为带宽的整数倍,根据宽带信号采样恢复的要求^[1], 采样频率可取为 $f_s = 2B$ 。将整个观测周期内的快拍等分成 L 段,每段包含 K_1 个快拍。考虑到宽带阵列信号用频域表示更为方便,可以对每段的阵列接收信号进行时域的快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT),获得信号带宽内的 K 个窄带阵列接收信号为

$$\mathbf{Y}_i(f_i) = \mathbf{A}(f_i)\mathbf{S}_i(f_i) + \mathbf{N}_i(f_i) \in \mathbf{C}^{M \times L} \quad (i = 1, 2, \dots, K) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{Y}_i(f_i)$ 为一个 $M \times L$ 的矩阵,它的每一列对应每一段快拍的频域表示,假设每一段的接收数据是独立同分布的,则这些不同的列可以看成不同的样本,用于接收信号的采样协方差的计算;

$\mathbf{A}(f_i) \in \mathbf{C}^{M \times N}$ 为频率 f_i 处由整个感兴趣的角度范围内的各导向矢量构成的导向矩阵; $\mathbf{S}_i(f_i) \in \mathbf{C}^{N \times L}$ 为一个行稀疏矩阵, 它的大部分行都是为零的, 它的非零行对应信源的频谱, 而非零行的位置对应信源的角度坐标; $\mathbf{N}_i(f_i)$ 为对噪声在时域做 FFT 的结果。为简便表示, 可将式(1)重新表示为

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{S}_i + \mathbf{N}_i \quad (2)$$

如果能由 \mathbf{Y}_i 恢复出 \mathbf{S}_i , 则可以根据 \mathbf{S}_i 中的非零行的位置来确定信源的 DOA 估计。但是, 直接求解式(2)(对于无噪的情况, 即 $\mathbf{N}_i = 0$ 时)对应一个欠定方程组的求解问题, 它有无穷多组解。考虑到 \mathbf{S}_i 是行稀疏的, 可以增加一个稀疏性的约束条件, 例如 ℓ_0 范数, 从而重构出行稀疏的 \mathbf{S}_i 。然而 ℓ_0 范数的优化问题是 NP-hard (Non-deterministic Polynomial Hard) 的, 通常可以用 ℓ_1 范数来近似。 ℓ_1 范数约束的优化问题是一个凸优化问题, 因而具有较好的全局收敛性, 并可以通过现有的软件包来求解。 ℓ_1 范数对应的优化问题为

$$\min \|\mathbf{Y}_i - \mathbf{A}_i \mathbf{S}_i\|_F^2 + \beta_i \|\mathbf{S}'_i\|_1 \quad (3)$$

式中: \mathbf{S}'_i 为一个 N 维的列向量, 其第 n 个元素为 $S'_i(n, 1) = \|\mathbf{S}_i(n, :)\|_2$, $\mathbf{S}_i(n, :)$ 表示 \mathbf{S}_i 的第 n 行; β_i 为一个平衡待重构的源信号的保真性和稀疏性的参数, 关于它的值的选取一直是一个在不断研究的问题。上述的优化问题还可以重新表述为另一种形式, 即

$$\begin{cases} \min \|\mathbf{S}'_i\|_1 \\ \text{s. t. } \|\mathbf{Y}_i - \mathbf{A}_i \mathbf{S}_i\|_F^2 \leq \epsilon \end{cases} \quad (4)$$

式中: ϵ 为与噪声功率有关的值。另外, 假设不同频带的 \mathbf{S}_i 具有相同的稀疏像, 可以进行如下的转换:

$$\begin{cases} \min \|\mathbf{S}'_i\|_1 \\ \text{s. t. } \sum_{i=1}^K \|\mathbf{Y}_i - \mathbf{A}_i \mathbf{S}_i\|_F^2 \leq K\epsilon \end{cases} \quad (5)$$

式中: $S'_i(n, 1) = \sum_{i=1}^K \|\mathbf{S}_i(n, :)\|_2$ 。式(5)可以通过二阶锥规划来求解, 但是这里 ϵ 的选取与噪声功率有关, 需要已知噪声功率或者获得噪声功率的估计。

需要说明的是, 正是利用信源 \mathbf{S}_i 的行稀疏性, 可以应用稀疏重构的方法进行空间谱估计。为了使得 \mathbf{S}_i 具有这种行稀疏性, 需要保持 $\mathbf{A}(f_i)$

$\in \mathbf{C}^{M \times N}$ 的维数不变。因此, 这里的信号模型与传统的宽带阵列信号模型不是完全相同的。

令 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{K_s}\}$ 表示 K_s 个信源的真实 DOA, 则传统的宽带阵列信号模型, 可以表示为

$$\mathbf{Y}_i(f_i) = \mathbf{A}(\Theta, f_i) \mathbf{S}_i(\Theta, f_i) + \mathbf{N}_i(f_i) \in \mathbf{C}^{M \times L} \quad (i = 1, 2, \dots, K) \quad (6)$$

与式(1)不同的是, 式(6)中的 $\mathbf{A}(\Theta, f_i) \in \mathbf{C}^{M \times K_s}$ 对应信源真实 DOA 处的导向矩阵。而信源波形 $\mathbf{S}_i(\Theta, f_i) \in \mathbf{C}^{K_s \times L}$ 并不是一个行稀疏矩阵。特别是, 当导向矩阵 $\mathbf{A}(\Theta, f_i)$ 为列满秩时, 可以找到满足下式的聚焦变换矩阵 \mathbf{T}_i [20]:

$$\mathbf{T}_i \mathbf{A}(\Theta, f_i) = \mathbf{A}(\Theta, f_0) \quad (i = 1, 2, \dots, K) \quad (7)$$

式中: f_0 为一个选定的参考频率。如果信源的角度 Θ 可以预估得到, 则可以对各个子带的导向矩阵 $\mathbf{A}(\Theta, f_i)$ 进行聚焦变换处理。相干信号子空间方法(CSSM)正是采用的这种处理方式。

而对于式(1)的稀疏信号模型中的 $\mathbf{A}(f_i) \in \mathbf{C}^{M \times N}$, 由于 $N > M$, 因而不存在满足下式的聚焦变换矩阵:

$$\mathbf{T}_i \mathbf{A}(f_i) = \mathbf{A}(f_0) \quad (i = 1, 2, \dots, K) \quad (8)$$

式中: $\mathbf{A}(f_0) \in \mathbf{C}^{M \times N}$ 为参考频率 f_0 处的感兴趣的角度范围对应的导向矩阵。因此, 式(5)采用一种对各个子带的空间谱进行平均的处理方式来获得信源的空间谱估计。

2 多频带联合稀疏贝叶斯学习算法

2.1 算法概述

稀疏贝叶斯学习(SBL)算法通过对源信号引入一个层次化的先验, 来实现对源信号的稀疏性约束。该算法具有较好的重构性能, 可以获得相比 ℓ_1 范数优化的方法更为稀疏的解 [21]。在 SBL 算法的求解过程中, 没有需要用户调整的参数。关于源信号和噪声的方差参数包含于它们的先验信息中, 而这些参数可以通过对接收数据进行学习来获得它们的估计值。

SBL 算法的标准形式只考虑单一的观测矩阵, 对于这里的宽带阵列 DOA 估计问题所对应的多个不同的观测矩阵的模型, 需要进行适当的调整才能应用。本文将标准的 SBL 算法扩展到

多观测矩阵的模型中。下面结合这里的宽带阵列 DOA 估计问题进行推导。

假设观测噪声在时域和空域均为复高斯白噪声。频率 f_i 处的观测模型的似然函数可以表示为

$$P(\mathbf{Y}_i | \mathbf{S}_i, \sigma^2) = \frac{1}{\pi^{ML} \sigma^{2ML}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{l=1}^L (\mathbf{Y}_i(:, l) - \mathbf{A}_i \mathbf{S}_i(:, l))^H \cdot (\mathbf{Y}_i(:, l) - \mathbf{A}_i \mathbf{S}_i(:, l)) \right] \quad (9)$$

式中: l 为 L 列的矩阵的列的序号; σ^2 为噪声功率, 这里假设不同频带的噪声的空域协方差矩阵为 $\sigma^2 \mathbf{I}$, \mathbf{I} 为单位矩阵。根据不同频带统计独立的假设, 可得

$$P(\mathbf{Y} | \mathbf{S}, \sigma^2) = \prod_{i=1}^K P(\mathbf{Y}_i | \mathbf{S}_i, \sigma^2) = \frac{1}{\pi^{MLK} \sigma^{2MLK}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^K \sum_{l=1}^L (\mathbf{Y}_i(:, l) - \mathbf{A}_i \mathbf{S}_i(:, l))^H \cdot (\mathbf{Y}_i(:, l) - \mathbf{A}_i \mathbf{S}_i(:, l)) \right] \quad (10)$$

为了引入源信号的稀疏性先验, SBL 算法采用层次化的先验分布。首先, 假设源信号 \mathbf{S}_i 的每一列都服从零均值的复高斯分布 $\mathbf{S}_i(:, l) \sim \text{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{\Gamma})$ 。这里 $\mathbf{0}$ 表示一个全零组成的 N 维矢量, $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$ 为一个对角矩阵, 其中 $\alpha_n (n = 1, 2, \dots, N)$ 表示不同角度处的信源的方差, 它是一个超参数, 可以估计得到。然后进一步假设 α_n 和 σ^2 的逆均服从 Gamma 分布, $\alpha_n^{-1} \sim \text{Gamma}(a, b)$, $\sigma^{-2} \sim \text{Gamma}(c, d)$, $a = b = c = d \approx 0$ 。对信源进行的高斯分布假设本身并不是一种稀疏性先验, 而这种两层的先验分布等效于学生 t 分布, 可以实现稀疏性先验。采用这种两层先验分布级联实现, 主要是考虑到对高斯先验和高斯似然函数的乘积便于积分计算, 这为后面的后验分布的计算提供了便利。通过从接收数据学习得到的 α_n 的估计值大部分都很小, 接近于零, 也就是说, $\mathbf{\Gamma}$ 的对角线近似是稀疏的, 较大的 α_n 的位置就对应信源的 DOA 估计。由于不同频带的源信号具有相同的稀疏像, 可以假设不同的 \mathbf{S}_i 具有相同的分布, 则有

$$P(\mathbf{S} | \mathbf{\Gamma}) = \frac{1}{\pi^{NLK} |\mathbf{\Gamma}|^{LK}} \cdot$$

$$\exp \left(-\sum_{i=1}^K \sum_{l=1}^L \mathbf{S}_i^H(:, l) \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{S}_i(:, l) \right) \quad (11)$$

这里, 对于不同的频带, 均假设对应相同的超参数 $\mathbf{\Gamma}$, 而得到的 $\mathbf{\Gamma}$ 的最大似然估计可作为信源的空间谱估计。这与宽带最大似然 DOA 估计方法中不同的频带都具有相同的信源 DOA 是类似的, 而它与式(5)的处理方式是有些不同的。接下来根据 Bayes 定理, 可以计算源信号的后验分布:

$$P(\mathbf{S} | \mathbf{Y}, \mathbf{\Gamma}, \sigma^2) = \frac{P(\mathbf{Y} | \mathbf{S}, \sigma^2) P(\mathbf{S} | \mathbf{\Gamma})}{\int P(\mathbf{Y} | \mathbf{S}, \sigma^2) P(\mathbf{S} | \mathbf{\Gamma}) d\mathbf{S}} \quad (12)$$

式(12)中还含有超参数 $\mathbf{\Gamma}$ 和 σ^2 。文献[12]指出, 可以将 $\mathbf{\Gamma}$ 和 σ^2 的最大似然估计代入式(12)中, 作为一种近似即可, 而不需要引入 $\mathbf{\Gamma}$ 和 σ^2 的先验分布再对其积分。

2.2 采用期望最大化算法的超参数学习

$\mathbf{\Gamma}$ 和 σ^2 的似然函数可表示为

$$P(\mathbf{Y} | \mathbf{\Gamma}, \sigma^2) = \int P(\mathbf{Y}, \mathbf{S} | \mathbf{\Gamma}, \sigma^2) d\mathbf{S} = \int P(\mathbf{Y}_1, \mathbf{S}_1 | \mathbf{\Gamma}, \sigma^2) d\mathbf{S}_1 \cdot \int P(\mathbf{Y}_2, \mathbf{S}_2 | \mathbf{\Gamma}, \sigma^2) d\mathbf{S}_2 \cdot \dots \cdot \int P(\mathbf{Y}_K, \mathbf{S}_K | \mathbf{\Gamma}, \sigma^2) d\mathbf{S}_K = \frac{1}{\pi^{MLK} \prod_{i=1}^K |\sigma^2 \mathbf{I} + \mathbf{A}_i \mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_i^H|^L} \cdot \exp \left[-\sum_{i=1}^K \sum_{l=1}^L \mathbf{Y}_i^H(:, l) (\sigma^2 \mathbf{I} + \mathbf{A}_i \mathbf{\Gamma} \mathbf{A}_i^H)^{-1} \mathbf{Y}_i(:, l) \right] \quad (13)$$

对于式(13)的求解, 采用期望最大化 (Expectation Maximization, EM) 方法^[22]来实现更为方便些。将 \mathbf{S} 看成隐变量, (\mathbf{Y}, \mathbf{S}) 构成完备数据, 然后通过期望 (Expectation) E 步和最大化 (Maximization) M 步的迭代来求解 $\mathbf{\Gamma}$ 和 σ^2 的最大似然估计。具体说来, 在 E 步中, 计算 $\ln P(\mathbf{Y}, \mathbf{S} | \mathbf{\Gamma}, \sigma^2)$ 在 \mathbf{S} 的后验分布 $P(\mathbf{S} | \mathbf{Y}, \mathbf{\Gamma}_{\text{old}}, \sigma_{\text{old}}^2)$ 下的期望:

$$Q(\mathbf{\Gamma}, \sigma^2, \mathbf{\Gamma}_{\text{old}}, \sigma_{\text{old}}^2) = E_{P(\mathbf{S} | \mathbf{Y}, \mathbf{\Gamma}_{\text{old}}, \sigma_{\text{old}}^2)} \ln P(\mathbf{Y}, \mathbf{S} | \mathbf{\Gamma}, \sigma^2) \quad (14)$$

在 M 步中, 计算 $\mathbf{\Gamma}_{\text{new}} = \arg \max_{\mathbf{\Gamma}} Q(\mathbf{\Gamma}, \sigma^2, \mathbf{\Gamma}_{\text{old}}, \sigma_{\text{old}}^2)$ 和 $\sigma_{\text{new}}^2 = \arg \max_{\sigma^2} Q(\mathbf{\Gamma}, \sigma^2, \mathbf{\Gamma}_{\text{old}}, \sigma_{\text{old}}^2)$ 。然后令 $\mathbf{\Gamma}_{\text{old}} = \mathbf{\Gamma}_{\text{new}}$ 和 $\sigma_{\text{old}}^2 = \sigma_{\text{new}}^2$, 重新代入到 E 步中计算, 这样迭代进行直到达到某一收敛准则。下面将给出

$Q(\Gamma, \sigma^2, \Gamma_{\text{old}}, \sigma_{\text{old}}^2)$ 的推导。

首先计算源信号的后验分布如下:

$$P(\mathbf{S}_i | \mathbf{Y}_i, \Gamma, \sigma^2) = \frac{P(\mathbf{Y}_i, \mathbf{S}_i | \Gamma, \sigma^2)}{P(\mathbf{Y}_i | \Gamma, \sigma^2)} = \frac{1}{\pi^{NL} |\boldsymbol{\Sigma}_i|^L} \exp \left[- \sum_{l=1}^L (\mathbf{S}_i(:, l) - \boldsymbol{\mu}_{S_i}(:, l))^H \cdot \boldsymbol{\Sigma}_i^{-1} (\mathbf{S}_i(:, l) - \boldsymbol{\mu}_{S_i}(:, l)) \right] \quad (15)$$

式中:

$$\boldsymbol{\Sigma}_i = (\sigma^{-2} \mathbf{A}_i^H \mathbf{A}_i + \Gamma^{-1})^{-1} = \Gamma - \Gamma \mathbf{A}_i^H \boldsymbol{\Sigma}_i^{-1} \mathbf{A}_i \Gamma \quad (16)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{S_i}(:, l) = \sigma^{-2} \boldsymbol{\Sigma}_i \mathbf{A}_i^H \mathbf{Y}_i(:, l) = \Gamma \mathbf{A}_i^H \boldsymbol{\Sigma}_i^{-1} \mathbf{Y}_i(:, l) \quad (17)$$

式中: $\boldsymbol{\Sigma}_i \triangleq \mathbf{A}_i \Gamma \mathbf{A}_i^H + \sigma^2 \mathbf{I}$, 并且式(16)中第2个等号利用了矩阵求逆引理。

再计算完备数据的似然函数:

$$\ln P(\mathbf{Y}, \mathbf{S} | \Gamma, \sigma^2) = \sum_{i=1}^K \ln P(\mathbf{Y}_i, \mathbf{S}_i | \Gamma, \sigma^2) = \sum_{i=1}^K \sum_{l=1}^L \ln P(\mathbf{Y}_i(:, l), \mathbf{S}_i(:, l) | \Gamma, \sigma^2) \quad (18)$$

由于

$$P(\mathbf{Y}_i(:, l), \mathbf{S}_i(:, l) | \Gamma, \sigma^2) = \frac{1}{\pi^{M+N} |\Gamma| \sigma^{2M}} \cdot \exp \left[- \frac{1}{\sigma^2} (\mathbf{Y}_i(:, l) - \mathbf{A}_i \mathbf{S}_i(:, l))^H \cdot (\mathbf{Y}_i(:, l) - \mathbf{A}_i \mathbf{S}_i(:, l)) - \mathbf{S}_i^H(:, l) \Gamma^{-1} \mathbf{S}_i(:, l) \right] \quad (19)$$

将式(15)、式(18)和式(19)代入式(14), 可得到

$$Q(\Gamma, \sigma^2, \Gamma_{\text{old}}, \sigma_{\text{old}}^2) = -(M+N)LK \ln \pi + LK \ln |\Gamma^{-1}| + MLK \ln \sigma^{-2} - \sigma_{\text{old}}^{-2} \cdot \sum_{i=1}^K \sum_{l=1}^L [(\mathbf{Y}_i(:, l) - \mathbf{A}_i \boldsymbol{\mu}_{S_i}(:, l))^H (\mathbf{Y}_i(:, l) - \mathbf{A}_i \boldsymbol{\mu}_{S_i}(:, l))] - L \sum_{i=1}^K \text{Tr} [(\sigma^{-2} \mathbf{A}_i^H \mathbf{A}_i + \Gamma^{-1}) \boldsymbol{\Sigma}_i] - \sum_{i=1}^K \sum_{l=1}^L \boldsymbol{\mu}_{S_i}^H(:, l) \Gamma^{-1} \boldsymbol{\mu}_{S_i}(:, l) \quad (20)$$

$$\frac{\partial Q(\Gamma, \sigma^2, \Gamma_{\text{old}}, \sigma_{\text{old}}^2)}{\partial \alpha_n} = 0 \text{ 和 } \frac{\partial Q(\Gamma, \sigma^2, \Gamma_{\text{old}}, \sigma_{\text{old}}^2)}{\partial (\sigma^2)} = 0$$

0, 分别得到如下更新公式:

$$\alpha_n = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \left(\boldsymbol{\Sigma}_i(n, n) + \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L |\boldsymbol{\mu}_{S_i}(n, l)|^2 \right) \quad (21)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{MK} \sum_{i=1}^K \left[\frac{1}{L} \|\mathbf{Y}_i - \mathbf{A}_i \boldsymbol{\mu}_{S_i}\|_F^2 + \right]$$

$$\sigma_{\text{old}}^2 \sum_{n=1}^N \left(1 - \frac{\boldsymbol{\Sigma}_i(n, n)}{(\alpha_n)_{\text{old}}} \right) \quad (22)$$

上述的 E 步和 M 步迭代地进行, 直到达到某种收敛准则, 例如 α_n 和 σ^2 的变化小于某一阈值, 可认为算法收敛。收敛时的 $\alpha_n (n = 1, 2, \dots, N)$ 就可以作为信源空间谱的估计。

2.3 运算复杂度的分析

这里的 MD-SBL 算法的运算量主要集中于 EM 迭代的步骤, 也就是式(16)、式(17)、式(21)和式(22)这4个表达式的计算。其中, 式(16)只需要计算 $\boldsymbol{\Sigma}_i$ 的对角线元素, 其运算复杂度为 $O(KM^2N)$, 这里考虑了含有对角矩阵的乘法可以转换成点乘的形式。式(17)、式(21)和式(22)的计算复杂度分别为 $O(KMNL)$ 、 $O(NL)$ 和 $O(KMNL)$ 。因而当 $L \leq M$ 时, 总的运算复杂度为 $O(KM^2N)$ 。而 $L > M$ 时, 总的运算复杂度为 $O(KMNL)$ 。实际上注意到上述的 EM 算法的迭代过程中, 涉及到 \mathbf{Y}_i 的计算最终都可以转换为 $\mathbf{Y}_i \mathbf{Y}_i^H$ 的计算^[14]。因而可以对 \mathbf{Y}_i 进行奇异值分解 (Singular Value Decomposition, SVD), 实现快拍的压缩。具体的做法为^[7]: 对第 i 个子带的阵列接收数据进行 SVD 可表示为

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{U}_i \mathbf{D}_i \mathbf{V}_i^H$$

$$\mathbf{J} = [\mathbf{I}_{K_s}; \mathbf{0}_{(L-K_s) \times K_s}]$$

式中: \mathbf{I}_{K_s} 为 K_s 阶的单位阵; $\mathbf{0}_{(L-K_s) \times K_s}$ 为 $(L - K_s) \times K_s$ 的零矩阵。设

$$\mathbf{Y}_{i\text{SV}} = \mathbf{U}_i \mathbf{D}_i \mathbf{J} = \mathbf{Y}_i \mathbf{V}_i \mathbf{J} = \mathbf{Y}_i \mathbf{V}_i(:, 1:K_s) \quad (23)$$

由于 $\mathbf{Y}_{i\text{SV}} \mathbf{Y}_{i\text{SV}}^H = \mathbf{U}_i \mathbf{D}_i \mathbf{J} \mathbf{J}^T \mathbf{D}_i^H \mathbf{U}_i^H \approx \mathbf{U}_i \mathbf{D}_i \mathbf{D}_i^H \mathbf{U}_i^H = \mathbf{Y}_i \mathbf{Y}_i^H$ 因而可用 $\mathbf{Y}_{i\text{SV}}$ 作为 \mathbf{Y}_i 的近似。这样, 在将总的运算量减少为 $O(KM^2N)$ 的同时, 还可以提高对噪声的稳健性。这里可用最小描述长度 (Minimum Description Length, MDL) 准则^[23] 来对信源个数 K_s 进行估计。由于只利用 SVD 进行信号子空间的近似, 并没有利用信号子空间与噪声子空间的正交性, 算法的性能并不会随着信源个数估计的偏差而出现急剧的下降。这一点在后面的仿真中也进行了分析。另外, 需要说明的是, 传统的基于子空间的宽带 DOA 估计算法需要将整个观测周期等分成 L 段以获得足够的样本用于接

收信号的采样协方差的计算。而 MD-SBL 算法在小样本的情况下,甚至单次样本,即只采用 L 段中的一段快拍的情况下,也能够很好地工作,这在后面的仿真中将给出具体的比较。

表 1 列出了几种典型的宽带 DOA 估计方法的运算复杂度。

表 1 几种宽带 DOA 估计算法运算复杂度

Table 1 Computational complexity of several wideband DOA estimation algorithms

Algorithm	Computational complexity
ISSM	$O(KM^2N)$
RSS	$O(KM^3) + O(M^2N)$
TOPS	$O(KM^2NK_s) + O(KM^2L)$
ML-AP	$O(K(M^2 + ML)NK_sK_{\text{iter-AP}})$
MD-SBL	$O(KM^2NK_{\text{iter-EM}})$

其中,对于最大似然方法,选用交替投影(Alternating Projection, AP)^[24]方法,可将多维的非线性优化问题转化为一系列的一维优化问题,从而便于最大似然方法的实现。这里,将采用 AP 算法进行最大似然 DOA 估计的方法称为 ML-AP 方法。表 1 中, $K_{\text{iter-AP}}$ 和 $K_{\text{iter-EM}}$ 分别表示 ML-AP 算法和 MD-SBL 算法的迭代次数。通常,AP 算法要比 EM 算法收敛快一些。因此,在上述几种方法中,MD-SBL 算法具有较高的运算复杂度,这是 MD-SBL 算法的不足之处。

3 计算机仿真

考虑一个阵元数 $M = 10$ 的均匀线阵。预设的感兴趣的信源中心频率为 $f_c = 100$ Hz,其带宽 B 占中心频率的 40%,阵元间距 $d = \lambda/2$, λ 为中心频率 f_c 对应的波长。假设存在 $K_s = 3$ 个远场宽带信源,波形为四相相移键控(Quadrature Phase Shift Keying, QPSK)信号。为便于分析,假设其中心频率和带宽均与上述的阵列预设值一致。由于最高频率是带宽的整数倍,采样频率可取为 $f_s = 2B$,假设整个观测周期内的快拍数等分成 20 段,每段包含 100 次快拍。整个感兴趣的角度区间为相对阵列法线的 $-90^\circ \sim 90^\circ$,等分成 360 个搜索格点,即搜索间隔为 0.5° 。信源 1、2 和 3 的真实 DOA 分别为 -60.005° 、 -49.9° 和 -10.1° 。信源 1、2 与 3 的相对信噪比为 $[-1, 1, 0]$

dB。这里将信源 3 的信噪比定义为参考信噪比(Reference Signal-to-Noise Ratio, RSNR)。下面的仿真中,在每一参考信噪比下,均进行 50 次的 Monte Carlo 仿真。

首先将考察一下 MD-SBL 算法的收敛特性。由于 MD-SBL 算法的核心过程是计算超参数的最大似然估计,并且采用 EM 算法来实现这一估计。而相对其他迭代算法,EM 算法本身具有较好的收敛特性。当 $Q(\mathbf{\Gamma}, \sigma^2, \mathbf{\Gamma}_{\text{old}}, \sigma_{\text{old}}^2)$ 相对 $\mathbf{\Gamma}$ 、 σ^2 、 $\mathbf{\Gamma}_{\text{old}}$ 和 σ_{old}^2 均是连续函数时,EM 算法能够保证收敛到一个驻点(Stationary Point)。通常情况下,这是一个比较容易满足的条件。这样就不会像牛顿法那样,出现在收敛点附近由于步长选取过大而又偏离收敛点的情况。EM 算法的另外一个特性是,在每一步迭代过程中,欲最大化的代价函数会保持单调递增(至少不会下降)。图 1 展示了 MD-SBL 算法中的超参数的对数似然函数的收敛过程。

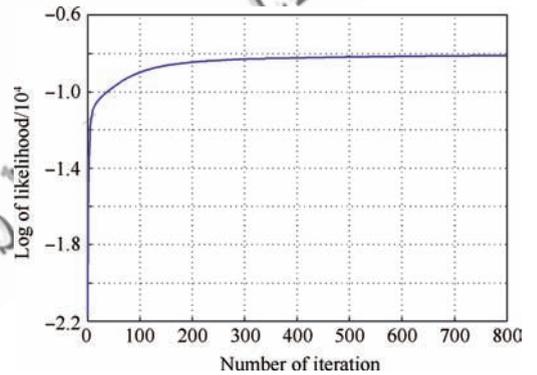


图 1 超参数的对数似然函数的收敛过程

Fig. 1 Convergence of log-likelihood of hyperparameters

从图 1 中可以看出,MD-SBL 算法能够有效收敛,不过这一收敛过程比较慢。这是采用 EM 算法更新超参数估计的 MD-SBL 算法的一个不足之处。这里的收敛过程大约需要 400 次左右的迭代次数。而本文后面的仿真结果均是在 300 次的迭代次数下获得的,这相当于将判断收敛的阈值设置得比较宽松,用于考察当迭代没有完全收敛的情况下的估计性能。实际应用中可以在迭代次数和能够获得的估计精度之间进行平衡。

由于 ML-AP 算法是一种参数化的 DOA 估

计方法,因此对于 ML-AP 算法,以下的仿真中只给出了它的 DOA 估计的均方根误差曲线。图 2 给出了 3 个信源完全不相关时的 MD-SBL 算法与其他方法比较的结果。其中,图 2(a)为参考信噪比为 10 dB 时不同的方法估计得到的空间谱。

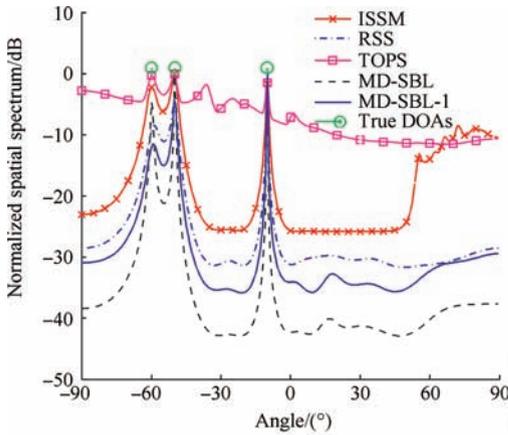
各种方法当需要已知信源个数时均采用 MDL 准则对信源个数进行预估。对于 CSSM 类算法中的 RSS 算法,考虑到其在聚焦变换时对预估角比较敏感,采用对中心频率处的子带信号应用较为稳健的普通波束形成获得信源的 DOA 预估值。参考文献[2]中的建议,这里在普通波束形成算法得到的每个较大谱峰的左右两侧,相隔 4° 各选取一个角度,和这些谱峰一起作为 DOA 的预估值。MD-SBL-1 所对应的曲线表示只采用第一段快拍数据进行处理的结果,此时不需要进行 SVD 对快拍段进行压缩。该方法用于考察 MD-SBL 算法在小样本情况下的性能。可以看到,除了 TOPS 算法会出现一些伪峰,其他算法均能较好地重构出空间谱。而 MD-SBL 方法估计得到的空间谱的谱峰更为尖锐,旁瓣较低,表现了真实空间谱的稀疏特性。

图 2(b)展示了信源 1、2 和 3 的 DOA 估计的均方根误差的平均值随参考信噪比变化的情况。为便于后面的叙述,将这一均方根误差的平均值简称为 RMSE(Root of Mean-Square-Error) 均值。为了便于性能评估,图中还给出了 3 个信源的 DOA 估计的 CRB(Cramer-Rao Bound) 的平方根的平均值。这里由于搜索网格不够精细,搜索精度有限,因而呈现的性能曲线随着信噪比增加而变化平缓。图 2(c)给出了不同方法对信源 1 和信源 2 的分辨概率与 RSNR 的关系。这里采用一种比较常用的可分辨的定义^[25],令

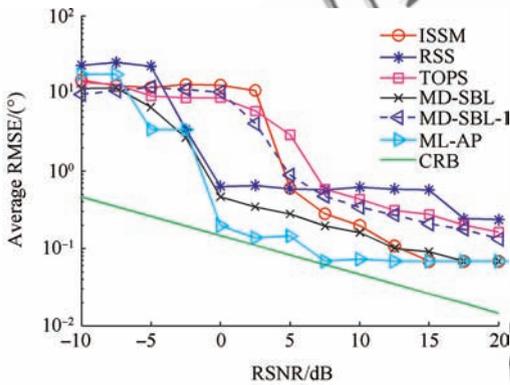
$$\rho = \frac{\alpha_i + \alpha_j}{2} - \alpha_k \quad (24)$$

式中: α_i 和 α_j 分别为与信源 1 和信源 2 最接近的搜索格点处的空间谱估计值,坐标 $k = [(i+j)/2]$, 此处 $[\cdot]$ 表示向零取整; α_k 为对应信源 1 和信源 2 的中点处的空间谱估计值。如果 $\rho > 0$, 则认为两个信源可分辨; 否则, 认为两者不可分辨。统计可分辨的次数与总的 Monte Carlo 仿真次数的比值, 可作为两个信源可分辨的概率。

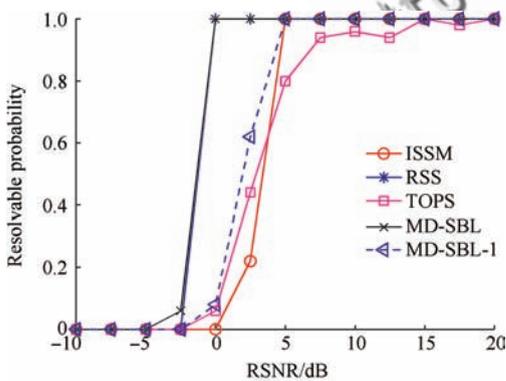
比较发现,就 RMSE 均值和分辨概率而言, MD-SBL 方法在低信噪比下具有更好的 DOA 估计性能。在这种非相关源情况下, MD-SBL 方法的性能略差于最大似然 ML-AP 方法。RSS 算法在低信噪比 $-5 \sim 5$ dB 区间性能优于非相干处理



(a) Spatial spectrum at RSNR = 10 dB



(b) Average RMSEs of DOA estimates for 3 sources



(c) Resolvable probability for Sources 1 and 2

图 2 3 个信源完全不相关时的 DOA 估计性能

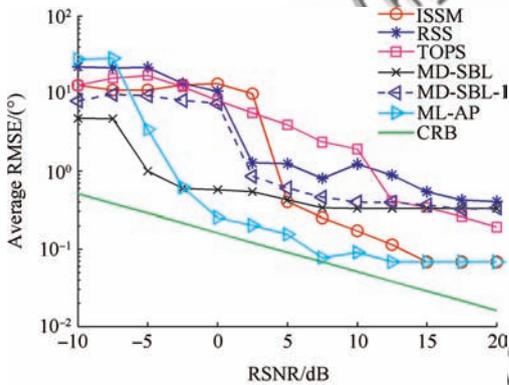
Fig. 2 Performance of DOA estimation when all sources are uncorrelated

类的 ISSM 和 TOPS 算法,主要得益于采用了聚焦变换这种相干处理方式。而在更低信噪比下,由于预估角偏差以及信号子空间估计的偏差都较大,RSS 算法性能将明显下降。当信噪比较高时,低分辨的方法得到的预估角的精度也并未显著提高,同时聚焦变换还存在一定误差,因而此时非相干处理的 ISSM 算法和 TOPS 算法的性能优于 RSS 算法。

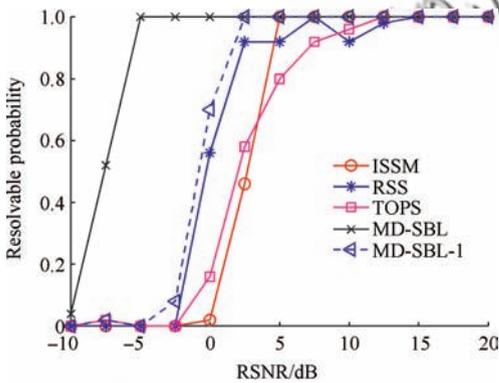
接下来考虑 3 个信源部分相关时的情况。假设 3 个信源的相关系数矩阵具有如下的形式:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.6 \exp(j0.3\pi) & 0 \\ 0.6 \exp(-j0.3\pi) & 1 & 0.2 \\ 0 & 0.2 & 1 \end{bmatrix}$$

图 3 描述了 RMSE 均值以及分辨概率与参考信噪比之间的关系。此时,MD-SBL 算法在低信噪比下相对其他算法的性能优势更为明显。而当 3 个信源均相干时的结果如图 4 所示。



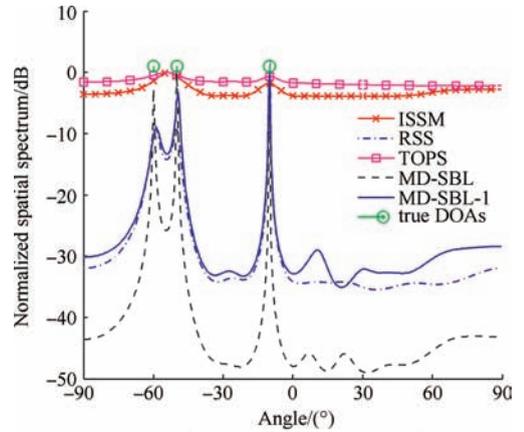
(a) Average RMSEs of DOA estimates for 3 sources



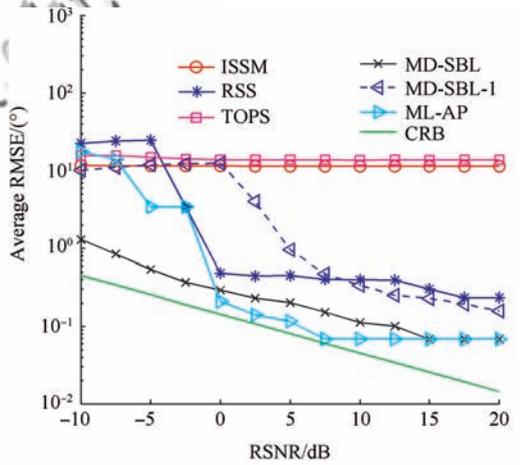
(b) Resolvable probability for sources 1 and 2

图 3 3 个信源部分相关时的 DOA 估计性能

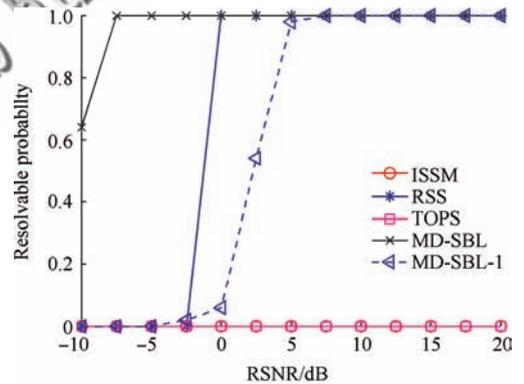
Fig. 3 Performance of DOA estimation when all sources are partially correlated



(a) Spatial spectrum at RSNR = 10 dB



(b) Average of RMSEs of DOA estimates for 3 sources



(c) Resolvable probability for sources 1 and 2

图 4 3 个信源完全相干时的 DOA 估计性能

Fig. 4 Performance of DOA estimation when all sources are coherent

RSS 算法由于在聚焦的过程中对信源协方差进行了平滑,因而在信源完全相干的情况下,仍能有效地分辨信源的 DOA。TOPS 算法属于非相干处理方法,当信源不相关或者部分相关时,与 ISSM 和 RSS 算法相比,它的性能曲线随信噪比

变化得较为平缓,其平均性能介于 ISSM 和 RSS 算法之间。一个有趣的、值得注意的问题是,低信噪比时,MD-SBL 算法在相干源情况下的性能还要优于部分相关以及非相关源的情况。其可能的原因在于,信源相干时,虽然信号子空间的估计偏差较大,但这种偏差的子空间的能量由于信源协方差矩阵出现的秩亏损,而得到了积聚。其等效的“信噪比”获得了提高,这一点也可以从相干源情况下的 ISSM 算法的性能随信噪比变化不敏感来粗略地验证。与 ISSM 算法不同的是,MD-SBL 算法通过奇异值分解对信号分量进行近似,只需要考虑信噪比的提高,而不像 ISSM 算法需要利用信号子空间与噪声子空间的正交性。这样,由于相干源带来的子空间估计的偏差,ISSM 算法的性能并未随信噪比的提高而改善;而 MD-SBL 却由于“等效信噪比”的提高在实际的低信噪比下也表现出较好的性能。

在信源相关性较高,特别是当信源完全相干时,MD-SBL 算法的低信噪比区间的 DOA 估计性能相对 ML-AP 算法有一定优势。作为一种非参数的空间谱估计方法,MD-SBL 算法的性能对信源个数的估计不会太敏感。而 ML-AP 算法是一种参数化的估计方法,信源个数的估计值对应于信号模型的阶数,因而算法的性能将会由于信源个数的估计偏差而出现较为明显的下降。

为便于运算量比较,在 RSNR 为 10 dB 时的非相关源情况的仿真中,将上述各算法运算 100 次的平均耗时统计于表 2 中。其中,MD-SBL 算法进行了 300 次的 EM 步骤的迭代,并且上述展示的 MD-SBL 算法的性能均是在这一迭代次数下获得的。

表 2 各种算法仿真中的运算耗时

Table 2 Time consumption for algorithms running in MATLAB

Algorithm	Time/s	Algorithm	Time/s
ISSM	0.1392	MD-SBL	15.2773
RSS	0.0159	MD-SBL-1	13.0687
TOPS	5.1994	ML-AP	2.7210

MD-SBL 算法的运算复杂度较高,但考虑到

它的性能优势,仍然可以将它作为一种候选的实用的宽带 DOA 估计方法。另外,还需要注意到,MD-SBL 方法由于采用了 SVD 进行快拍压缩,运算量与只采用一段数据进行处理 MD-SBL-1 比较接近。上述给出的 MD-SBL-1 的性能曲线是仅采用 1/20 的样本获得的,表明 MD-SBL 算法在小样本情况下仍能提供较好的性能,而其他基于子空间的方法在这种小样本的情况下将无法有效工作。

4 结论

联合利用多频带的空域稀疏性可以将宽带 DOA 估计问题转化为一个多字典的稀疏重构问题。对标准的 SBL 算法推广得到的多字典 SBL 算法,能够有效地应用于宽带 DOA 估计中。该算法虽然具有较高的运算复杂度,但与传统的基于子空间的 DOA 估计算法相比,表现出更多的性能优势。它能够在小样本、低信噪比和高信源相关性等场合获得均方误差更小的 DOA 估计。同时,作为一种非参数的空间谱估计方法,与参数化的最大似然 DOA 估计算法相比,其性能对信源个数估计的偏差并不敏感,在信源相关性较高且信噪比较低时具有更好的性能。该算法没有需要用户调整的参数。由于该算法能够适应更多的实际场合,因而可以作为一种候选的宽带 DOA 估计方法。

参考文献

- [1] Yu H Q. High resolution direction-of-arrival estimation of wideband array signals. Changsha: School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, 2007. (in Chinese)
于红旗. 宽带信号阵列高分辨到达角估计技术研究. 长沙: 国防科技大学电子科学与工程学院, 2007.
- [2] Hung H, Kaveh M. Focussing matrices for coherent signal-subspace processing. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1988, 36(8): 1272-1281.
- [3] Valaee S, Kabal P. Wideband array processing using a two-sided correlation transformation. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(1): 160-172.
- [4] Yoon Y S, Kaplan L M, McClellan J H. TOPS: new DOA estimator for wideband signals. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(6): 1977-1989.

- [5] Donoho D L. Compressed sensing. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [6] Cevher V, Gurbuz A C, McClellan J H, et al. Compressive wireless arrays for bearing estimation. *Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. Las Vegas, NV, USA; Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2008; 2497-2500.
- [7] Malioutov D, Çetin M, Willsky A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8): 3010-3022.
- [8] Karabulut G Z, Kurt T, Yongaçoglu A. Estimation of directions of arrival by matching pursuit (EDAMP). *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2005(2): 197-205.
- [9] Hyder M M, Mahata K. A robust algorithm for joint-sparse recovery. *Signal Processing Letters, IEEE*, 2009, 16(12): 1091-1094.
- [10] Chen S S, Donoho D L, Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1999, 20(1): 33-61.
- [11] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [12] Tipping M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine. *The Journal of Machine Learning Research*, 2001, 1: 211-244.
- [13] Wipf D P, Rao B D. Sparse Bayesian learning for basis selection. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(8): 2153-2164.
- [14] Wipf D P, Rao B D. An empirical Bayesian strategy for solving the simultaneous sparse approximation problem. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(7): 3704-3716.
- [15] Gorodnitsky I F, Rao B D. Sparse signal reconstruction from limited data using FOCUSS: a re-weighted minimum norm algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45(3): 600-616.
- [16] Chartrand R. Exact reconstruction of sparse signals via nonconvex minimization. *Signal Processing Letters, IEEE*, 2007, 14(10): 707-710.
- [17] Hyder M M, Mahata K. An improved smoothed approximation algorithm for sparse representation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(4): 2194-2205.
- [18] Needell D, Tropp J A. CoSaMP: iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, 26(3): 301-321.
- [19] Dai W, Milenkovic O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(5): 2230-2249.
- [20] Wang H, Kaveh M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1985, 33(4): 823-831.
- [21] Ji S, Xue Y, Carin L. Bayesian compressive sensing. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2346-2356.
- [22] Dempster A P, Laird N M, Rubin D B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society Series B (Methodological)*, 1977, 39(1): 1-38.
- [23] Wax M, Ziskind I. Detection of the number of coherent signals by the MDL principle. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1989, 37(8): 1190-1196.
- [24] Ziskind I, Wax M. Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1988, 36(10): 1553-1560.
- [25] Jakobsson A, Stoica P. Combining capon and APES for estimation of spectral lines. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2000, 19(2): 159-169.

作者简介:

刘寅 男, 博士研究生。主要研究方向: 压缩感知, 阵列信号处理, MIMO 雷达信号处理。

E-mail: liuyin913@yahoo.com.cn

吴顺君 男, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 雷达系统分析、建模与仿真, 雷达信号处理。

Tel: 029-88201025

E-mail: sjwu@xidian.edu.cn

吴明宇 男, 博士研究生。主要研究方向: 宽带雷达目标检测。

E-mail: inhurry@163.com

Wideband DOA Estimation Based on Spatial Sparseness

LIU Yin¹, WU Shunjun¹*, WU Mingyu¹, LI Chunmao¹, ZHANG Huaigen²

1. National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China

2. Nanjing Institute of Electronic Technology, Nanjing 210039, China

Abstract: With the utilization of spatial sparseness of wideband sources, a wideband direction of arrival (DOA) estimation problem can be translated into a sparse reconstruction problem, based on which a novel wideband DOA estimation algorithm is presented. It decomposes a wideband signal into multiple sub-band signals, and utilizes jointly the common spatial sparse pattern of these sub-band signals. The proposed algorithm can be viewed as an extension of the original sparse Bayesian learning method to the case of multiple redundant dictionaries. Additionally, by the singular value decomposition (SVD) performed on the multiple snapshots of the array received signal, the signal subspace is extracted as the input of the algorithm, which effectively reduces the computational complexity and simultaneously improves the robustness to noises. Compared with classical wideband DOA estimation methods, this algorithm performs better even in the cases of low signal-to-noise ratio, limited available snapshots and high correlations of sources. Its performance is insensitive to a biased estimate of source number. Simulation results verify its performance advantages over existing subspace-based wideband DOA estimation methods.

Key words: array signal processing; direction of arrival; compressed sensing; sparse reconstruction; high resolution; wideband; spectral estimation

Received: 2011-12-13; **Revised:** 2012-03-12; **Accepted:** 2012-05-16; **Published online:** 2012-06-21 15:12

URL: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20120621.1512.001.html

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (40871166)

* **Corresponding author.** Tel.: 029-88201025 E-mail: sjwu@xidian.edu.cn