

doi: 10.3788/gzxb20124106.0751

# 非下采样 Contourlet 变换域混合统计模型图像去噪

殷明, 刘卫

(合肥工业大学 数学学院, 合肥 230009)

**摘要:**提出了一种基于非下采样 Contourlet 变换(NSCT)域图像去噪算法. 首先根据尺度间与尺度内的 NSCT 系数之间的相关性, 用非高斯分布模型对 NSCT 系数与其邻域系数及父系数进行建模, 给出分类准则, 把系数分为重要系数和非重要系数, 再采用广义高斯分布来模拟重要系数的概率分布, 根据贝叶斯理论得到自适应阈值, 并求出最佳参量范围. 为了克服软、硬阈值函数的缺点, 提出一种自适应的新阈值函数, 利用新阈值函数估计出不含噪音的变换系数, 并通过非下采样 Contourlet 逆变换得到去噪后的图像. 仿真实验表明, 本文方法在峰值信噪比、结构相似性与视觉效果上均优于目前许多优秀的去噪算法.

**关键词:**非下采样 Contourlet 变换; 非高斯分布; 广义高斯分布; 峰值信噪比; 结构相似性

**中图分类号:** TP391

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2012)06-0751-6

## 0 引言

图像去噪是图像处理的基础问题, 其目标是既能有效去除噪音且能同时保持图像的边缘和细节信息. 小波变换具有良好的时频域局部化性质, 基于小波变换域统计模型的图像去噪方法, 能够较好地保持图像的细节信息, 成为目前常用的去噪方法之一<sup>[1-4]</sup>.

小波变换可以有效地表示一维信号的奇异特征, 但是二维图像的轮廓、纹理与边缘等具有高维奇异特征, 其小波基函数通常由一维基函数张量积形成, 往往不是图像表示的最优基. 因此, 为了更好地表示高维奇异特征, 人们提出了 Ridgelet、Curvelet、Contourlet、Bandelet 等多尺度几何分析工具<sup>[5]</sup>. Contourlet 变换(CT)<sup>[6]</sup>是一种新的图像分析工具, 具有良好的各向异性及方向选择性, 可以准确地将图像中的边缘信息在不同尺度不同方向的频率子带中表示. 但是由于 CT 过程中采用了下采样操作, 不具有平移不变性, 在去噪时奇异点附近会产生伪吉布斯现象, 且子带存在频谱混叠现象, 在一定程度上削弱了 CT 的多方向选择性. 为了克服这一缺点, Cunha 等人<sup>[7]</sup>提出具有平移不变性的非下采样 Contourlet 变换(NSCT). 文献[8]利用了 CT 和文献[9-11]利用 NSCT 分别进行图像去噪工作, 虽然取得了一定的去噪效果, 但是图像细节信息不

能很好的保留且存在振铃现象. 没有考虑到系数之间的相关性. 文献[10]用局部高斯模型对尺度内系数进行建模, 但是该模型没有考虑到系数尺度间的相关性. 文献[11]将 Sender 等人<sup>[3]</sup>提出的非高斯分布模型应用到 NSCT 域, 取得了较好的去噪效果, 但是该模型对于最粗尺度的高频子带噪音无能为力.

针对以上的缺点, 本文提出一种基于非下采样 Contourlet 变换域混合统计模型的图像去噪算法. 先对图像进行非下采样 Contourlet 变换, 利用层内及层间的相关性, 对 NSCT 系数与其邻域系数及父系数用非高斯分布模型建模, 并利用提出的分类准则把系数分成重要系数和非重要系数, 进一步用广义高斯分布对重要系数建模, 然后求出了最佳的贝叶斯阈值, 同时分析了软、硬阈值的缺点, 提出一种新的阈值函数, 利用最佳阈值及新阈值函数估计出不含噪音的非下采样 Contourlet 变换系数, 并得到去噪图像.

## 1 非下采样 Contourlet 变换

Contourlet 变换<sup>[6]</sup>实现分为两个步骤: 拉普拉斯塔式分解(LP)和方向滤波器组(DFB). NSCT 是在 CT 的基础上提出来的, 它不仅具有 CT 的多分辨率、多方向性和各向异性的优良特性, 而且还克服了 CT 缺乏平移不变性的缺点. NSCT 的实现过程

**基金项目:**安徽省教育厅重点科研项目(No. KJ2010A282)和安徽省自然科学基金(No. 11040606M06)资助

**第一作者:**殷明(1962-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为小波分析及图像处理. Email: ymhfut@126.com

**通讯作者:**刘卫(1987-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为小波分析及应用. Email: lw\_feixi@163.com

**收稿日期:**2012-01-17; **修回日期:**2012-03-22

中没有执行下采样工作,通过非下采样金字塔和非下采样方向滤波器组级联实现,即可以得到不同尺度、不同方向的分解子带.图1给出了NSCT分解示意图.

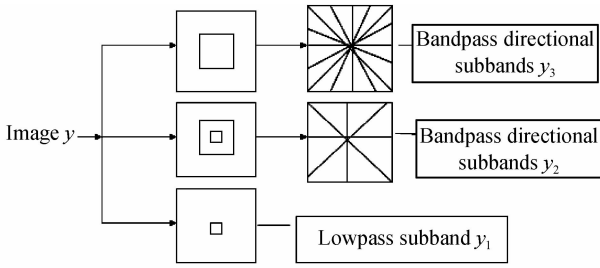


图1 NSCT分解图

Fig.1 Nonsampled Contourlet transform decomposition figure

## 2 混合统计模型

### 2.1 分类准则

Lewis 和 Knowles 的零树编码思想<sup>[12]</sup>通过判断父系数与阈值  $T$  的大小可以将小波系数划分为两类:重要系数和非重要系数.但实际上,仅比较父系数就得出子系数的分类,会有很大的误差,而且阈值  $T$  也不容易确定. A. S. Lewis 在文献<sup>[13]</sup>中曾指出 NSCT 变换系数的相关性及分布特点与通常的小波变换系数相似,于是本文综合考虑 NSCT 系数与其邻域系数及父系数三者之间的相关性,得到一个分类准则.

分类准则:设  $m_1, m_2, m_3$  是未受干扰的 NSCT 系数,且  $m_2$  是  $m_1$  的父系数,  $m_3$  是  $m_1$  的邻域系数.  $w_1, w_2, w_3$  为当前观测到的 NSCT 系数,  $n_1, n_2, n_3$  是均值为零的高斯白噪音系数,  $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$  分别为 NSCT 系数  $m_1, m_2, m_3$  的方差,  $\sigma_n^2$  为噪音方差.对  $m_1, m_2, m_3$  的相关性用非高斯分布建模,定义函数为

$$R(w_1, w_2, w_3) = [(\sigma_1 w_1)^2 + (\sigma_2 w_2)^2 + (\sigma_3 w_3)^2]^{1/2} - \sqrt{3} \sigma_n^2 \quad (1)$$

比较  $R(w_1, w_2, w_3)$  与 0 的大小,如果大于 0,则  $w_1$  为重要的 NSCT 系数;否则  $w_1$  为非重要的 NSCT 系数.

证明:因为  $w = m + n$ ,其中  $w = (w_1, w_2, w_3)$ ,  $m = (m_1, m_2, m_3)$ ,  $n = (n_1, n_2, n_3)$ ,又根据最大后验估计(MAP)理论,得

$$\hat{m} = \underset{m}{\operatorname{argmax}} \ln(p_{w|m}(w|m) p_m(m) / p_w(w)) = \underset{m}{\operatorname{argmax}} [\ln(p_w(w|m)) + \ln p_m(m)] \quad (2)$$

假设噪音服从高斯分布,其概率密度函数为

$$p_n(n) = \frac{1}{2\pi\sigma_n^2} \exp\left(-\frac{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}{2\sigma_n^2}\right) \quad (3)$$

非高斯分布的概率密度函数为

$$p_m(m|a) = \frac{a}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sigma_3} \exp\left[-\sqrt{a}\left(\frac{m_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{m_2^2}{\sigma_2^2} + \frac{m_3^2}{\sigma_3^2}\right)\right] \quad (4)$$

多次实验后可以发现  $a$  大小在 3 附近,本文取  $a$  为 3.将式(3)、(4)代入式(2),并分别对其关于  $m_1, m_2$  及  $m_3$  求导再变形得到

$$\begin{cases} \sigma_1(w_1 - \hat{m}_1) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\hat{m}_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{\hat{m}_2^2}{\sigma_2^2} + \frac{\hat{m}_3^2}{\sigma_3^2}}} \times \frac{\sqrt{3}\hat{m}_1}{\sigma_1} \sigma_n^2 \\ \sigma_2(w_2 - \hat{m}_2) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\hat{m}_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{\hat{m}_2^2}{\sigma_2^2} + \frac{\hat{m}_3^2}{\sigma_3^2}}} \times \frac{\sqrt{3}\hat{m}_2}{\sigma_2} \sigma_n^2 \\ \sigma_3(w_3 - \hat{m}_3) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\hat{m}_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{\hat{m}_2^2}{\sigma_2^2} + \frac{\hat{m}_3^2}{\sigma_3^2}}} \times \frac{\sqrt{3}\hat{m}_3}{\sigma_3} \sigma_n^2 \end{cases} \quad (5)$$

由此方程组可得,  $w_1, \hat{m}_1$  同号,  $w_2, \hat{m}_2$  同号,  $w_3, \hat{m}_3$  同号.且  $|\hat{m}_1| \leq |w_1|$ ,  $|\hat{m}_2| \leq |w_2|$ ,  $|\hat{m}_3| \leq |w_3|$ .继续将式(5)整理,有

$$(\sigma_1 w_1 - \sigma_1 \hat{m}_1)^2 + (\sigma_2 w_2 - \sigma_2 \hat{m}_2)^2 + (\sigma_3 w_3 - \sigma_3 \hat{m}_3)^2 = 3\sigma_n^4, \text{假如 } (\sigma_1 w_1)^2 + (\sigma_2 w_2)^2 + (\sigma_3 w_3)^2 < 3\sigma_n^4, \text{那么式(5)无解,此时有 } \hat{m}_1 = \hat{m}_2 = \hat{m}_3 = 0.$$

又因 NSCT 系数具有稀疏特性,直接令非重要的 NSCT 系数为零,然后处理重要的 NSCT 系数.

### 2.2 尺度内广义高斯模型

实际研究发现,自然图像的 NSCT 系数主要分布在零值附近,且两侧有很长的拖尾,传统的高斯分布并不是 NSCT 系数分布的精确模拟.图2显示 Lena 图像进行 3 层 NSCT 分解(方向数为 1, 2, 2)的第三层两个带通方向子带系数的概率直方图,通过大量例证研究,广义高斯分布(GGD)可以作为 NSCT 各带通方向子带系数的先验模型,GGD<sup>[14]</sup>即

$$GG_{\sigma,\beta}(x) = C(\sigma,\beta) \exp\{-[\alpha(\sigma,\beta)|x|^\beta]\}, \quad (-\infty < x < \infty, \sigma > 0, \beta > 0)$$

$$\text{式中 } \alpha(\sigma,\beta) = \sigma^{-1} \left[ \frac{\Gamma(3/\beta)}{\Gamma(1/\beta)} \right]^{1/2}, C(\sigma,\beta) = \frac{\beta\alpha(\sigma,\beta)}{2\Gamma(1/\beta)},$$

且  $\Gamma(t)$  为伽马函数,  $\sigma$  为小波系数  $x$  的标准方差,  $\beta$  为形状参量.  $\beta$  取 1, 则 GGD 分布就变为拉普拉斯分布;  $\beta$  取 2 时为高斯分布.图2 是 Lena 图像进行 3 层 NSCT 分解(方向数为 1, 2, 2)的第三层两个带通方向子带系数的概率直方图及相应的 GGD 曲线,其中  $\sigma$  分别为 1.391 8 和 1.402 4,  $\beta$  值分别为 0.751 9 和 0.854 2,从图2 可以看出,GGD 曲线与系数的概率直方图的较好拟合效果,再次验证了 GGD 分布可以较准确模拟带通方向子带系数的概率分布.

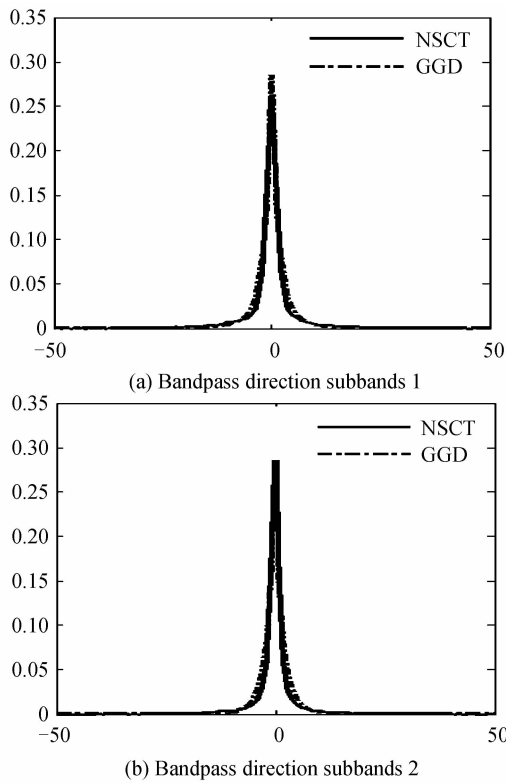


图 2 Lena 图像的概率直方图及对应的 GGD 分布  
Fig. 2 Probability histogram and corresponding GGD distribution for Lena image

根据贝叶斯理论,从而可以得到阈值<sup>[14]</sup>  $T$ .

$$T = \sigma_n^2 / \sigma \tag{6}$$

为了更好地达到去噪效果,对式(6)进行修正,乘以一个参量  $\gamma$ ,有

$$T = \gamma(\sigma_n^2 / \sigma) \tag{7}$$

对于 NSCT 域的每个子带,阈值过低,去噪效果不明显,阈值过高 NSCT 系数过度“扼杀”会丧失大量的细节信息,而从式(7)知最优阈值  $T$  主要取决于参量  $\gamma$ . 大量实验表明,虽然每幅图像的不同噪音等级的最优参量  $\gamma$  都不相同,但是参量  $\gamma$  主要集中在一个小区间范围内. 由图 3 可以看出噪音为 30 时的 Barbara 图像 PSNR 随  $\gamma$  变化情况,且这种变化趋势符合各种自然图像;由图 4 可以看出最优的  $\gamma$  范围为  $[0.9, 1.5]$  之间,且噪音方差越大,  $\gamma$  的取值也

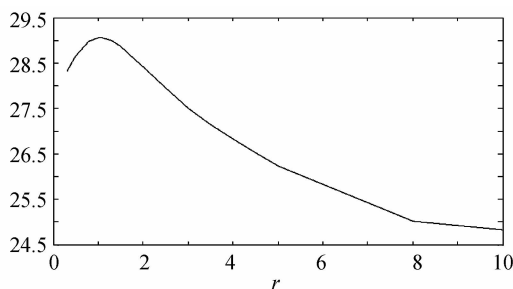


图 3 噪音方差  $\sigma=30$  的 Barbara 图像去噪后的 PSNR 随  $\gamma$  变化图  
Fig. 3 PSNR value change with  $\gamma$  value (Barbara,  $\sigma=30$ )

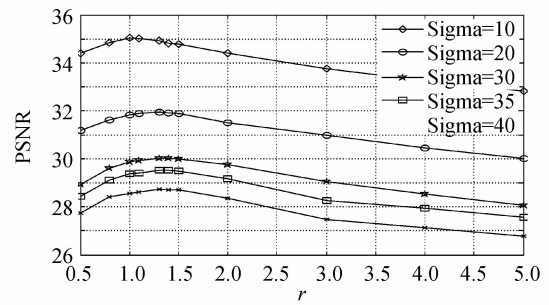


图 4 多幅图像在不同等级噪音方差时的平均 PSNR 随  $\gamma$  变化图

Fig. 4 PSNR average value change with  $\gamma$  value (different levels of noise variance of the images)

越大. 本文去噪算法中的 NSCT 进行 5 层变换,为了更好地去除噪音,采用组合形式的  $\gamma$  值,即分解尺度从细到粗,  $\gamma$  值在  $[0.9, 1.5]$  范围内逐渐变小.

### 3 新阈值函数

小波阈值函数通常有两种,分别为:

硬阈值

$$m_{k,j}^i = \begin{cases} w_{k,j}^i, & \text{if } |w_{k,j}^i| > T_{k,j}^i \\ 0, & \text{else} \end{cases} \tag{8}$$

$(k=1, \dots, K, j=1, \dots, J)$

及软阈值

$$m_{k,j}^i = \begin{cases} \text{sign}(w_{k,j}^i) \times (|w_{k,j}^i| - T_{k,j}^i), & \text{if } |w_{k,j}^i| > T_{k,j}^i \\ 0, & \text{else} \end{cases} \tag{9}$$

$(k=1, \dots, K, j=1, \dots, J)$

式中  $w_{k,j}^i$  为第  $k$  层  $j$  方向的第  $i$  个 NSCT 系数,  $T_{k,j}^i$  为其对应的阈值,  $m_{k,j}^i$  为阈值作用后得到的 NSCT 函数. Bruce 在文献[15]中分析了软、硬阈值处理高斯噪音的性能时有如下结论: 阈值确定后,硬阈值总会比软阈值作用后造成的方差大;系数与阈值相差不大时,硬阈值方法有大的偏差;系数充分大时,软阈值造成的偏差较大. 一个比较好的阈值函数应该在系数与阈值相差不大时近似为软阈值函数,在系数与阈值相差较大时近似为硬阈值函数. 于是针对软、硬阈值函数存在的问题,提出一种具有可调节自适应性的新阈值函数.

$$m_{k,j}^i = \begin{cases} \text{sign}(w_{k,j}^i) \times (|w_{k,j}^i| - \beta \times T_{k,j}^i), & \text{if } |w_{k,j}^i| > T_{k,j}^i \\ 0, & \text{else} \end{cases} \tag{10}$$

$(k=1, \dots, K, j=1, \dots, J)$

式中  $\beta = \frac{3 \times e^{-\left(\frac{w_{k,j}^i}{T_{k,j}^i}\right)^N}}{1 + 2 \times e^{-\left(\frac{w_{k,j}^i}{T_{k,j}^i}\right)^N}}$ ,  $N$  取 2 或者 4. 从  $\beta$  的表

达式可以看出,当  $|w_{k,j}^i| > 5 \times T_{k,j}^i$  时,  $\beta$  趋向于 0,即为硬阈值函数;当  $T_{k,j}^i > 5 \times |w_{k,j}^i|$  时,  $\beta$  趋向于 1,即为软阈值函数,新阈值函数可以根据各个图像分解后的尺度及方向的不同自适应的进行调节参量

$\beta$ . 图 5 为几种不同的阈值函数比较,  $x$  轴为噪音污染的 NSCT 系数,  $y$  轴为估计得到的系数, 从图 5 可以看出当系数在阈值附近时, 此时这些系数为图像的弱边缘, 新阈值函数有效地保护了这些弱细节信息.

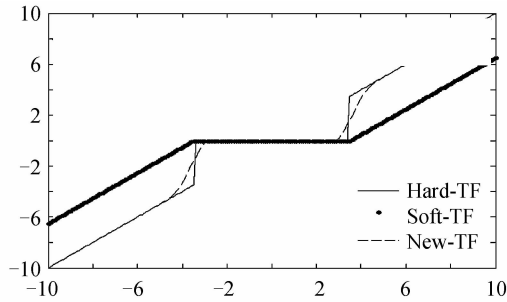


图 5 不同阈值函数比较

Fig. 5 Comparison of different thresholding functions

## 4 算法主要步骤

由于 NSCT 不是正交变换, 变换后各个尺度及方向的噪音方差各不相同, 故采用蒙特卡罗方法估计噪音方差. 设任意 NSCT 系数  $w_i$  估计得到的噪音方差  $\sigma_n^2(i)$ , 那么不含噪音的系数方差可以由观测到得系数的邻域的样本方差来近似, 即用最大似然估计为

$$\hat{\sigma}_i^2 = \max\left(\frac{1}{N^2} \sum_{w_j \in W(k)} (w_j)^2 - \sigma_n^2(i), 0\right) \quad (11)$$

式中,  $W(k)$  是以  $w_i$  为中心的方形邻域,  $N^2$  为  $W(k)$  中的小波系数. 理论上, 方形邻域尺寸越小, 得到的去噪图像 PSNR 值越高, 尺寸越大, 去噪后的平滑效果越明显. 但由于 NSCT 的多方向性, 去噪后会 出现许多伪方向信号, 因此本文采用折中办法, 在估计边缘方差时采用  $11 \times 11$  的方形窗口.

主要步骤:

Step1, 对含噪图像进行五层非下采样 Contourlet 变换, 由粗到细尺度的方向数依次为 4, 8, 8, 16, 16, 得到各个尺度子带的 NSCT 系数;

Step2, 运用蒙特卡罗方法估计各个子带的噪音方差  $\sigma_n^2(i)$ , 再用式(11)估计不含噪音的 NSCT 系数方差;

Step3, 用分类准则将系数进行分类, 并利用新阈值函数式(10)处理重要的 NSCT 系数;

Step4, 进行非下采样 Contourlet 逆变换得到去噪后的图像.

## 5 实验与分析

在仿真实验中, 本文对  $512 \times 512$  的 Lena、Barbara、Peppers 图像进行测试, 加入均值为零、方差为  $\sigma_n^2$  的高斯白噪音, NSCT 采用 ‘maxflat 非下采

样塔形分解与 ‘dmaxflat7’ 非下采样方向滤波器组. 将本文去噪算法与目前几种经典的去噪方法: 基于双树复小波 (DTCWT) 的双变量收缩 (BiShrink)<sup>[3]</sup>、小波域高斯尺度混合模型去噪算法 BLS-GSM<sup>[16]</sup>、NSCT 域 BiShrink<sup>[11]</sup> (与本文分解层数相同, 记为 NSCTBI)、SA-DCT<sup>[17]</sup> 及 K-SVD<sup>[18]</sup> 进行比较, 并用峰值信噪比 (PSNR)、结构相似性 (SSIM)<sup>[19]</sup> 及去噪后的视觉效果结合起来评价本文的方法 (见表 1、表 2、图 6、图 7).

表 1 不同图像去噪后的 PSNR 比较

Table 1 PSNR values of denoised images via different method

$\sigma$	BiShrink	BLS-GSM	NSCTBI	SA-DCT	K-SVD	Our	
10	35.34	35.59	35.72	35.58	35.46	36.05	
Lena	20	32.40	32.71	32.70	32.63	32.34	32.94
	30	30.54	30.84	30.78	30.86	30.44	31.10
	10	33.35	34.03	34.01	33.50	34.44	34.56
Barbara	20	29.80	30.32	30.55	30.00	30.80	31.20
	30	27.65	28.11	28.49	28.10	28.60	29.06
	10	34.27	34.63	34.69	34.89	34.84	35.13
Peppers	20	31.69	32.03	32.05	32.56	32.26	32.46
	30	29.67	30.13	30.21	31.05	30.65	30.74

表 2 不同方法对 Lena 图像去噪后的 SSIM

Table 2 SSIM values of denoised Lena image via different method

$\sigma$	BiShrink	BLS-GSM	NSCTBI	SA-DCT	K-SVD	Our	
10	0.963 9	0.966 3	0.967 5	0.967 9	0.965 1	0.970 2	
Lena	20	0.931 3	0.936 1	0.935 8	0.937 4	0.927 7	0.940 8
	30	0.898 9	0.908 6	0.908 1	0.909 1	0.894 6	0.912 5

从表 1 可以看出, 本文的去噪方法处理 Lena、Barbara 图像后的 PSNR 在所列方法中都是最高的. 虽然 SA-DCT 方法处理较大方差噪音污染后的 Peppers 图像后的 PSNR 要高于本文方法, 但是 SA-DCT 方法去噪后的图像会过于平滑, 许多细节信息会丢失, 且处理含有直线状的奇异的特征时效果不是很理想, 而本文方法可以有效地捕获线状奇异特征点.

峰值信噪比是目前衡量图像失真的主要指标, 但其不涉及信号自身内容的特征, 对于一些图像评价时会与视觉效果产生较大的偏差, 结构相似法是一种衡量原始图像与去噪后图像之间的结构相似程度的方法, 与主观评价关联性比较强, 所以本文结合了 PSNR 和 SSIM 比较. 从表 2 可以看出, 本文去噪后的 SSIM 也是几种方法中最高的, 这表明本文方法去噪后的图像保持原来图像结构的能力要高于其它方法.

在图 6、7 中, DTCWT 及 NSCTBI 使用了二元收缩方法, 去噪后的零系数太多, 细节信息丢失严重; 对于 BLS-GSM 方法去噪后的图像桌面太光滑, 且 Lena 帽沿部分出现了模糊及间断的问题; 而 SA-DCT 及 K-SVD 方法去噪后的细节信息丢失也很严重, 且对比度太低; 本文方法使用了混合模型对 NSCT 系数进

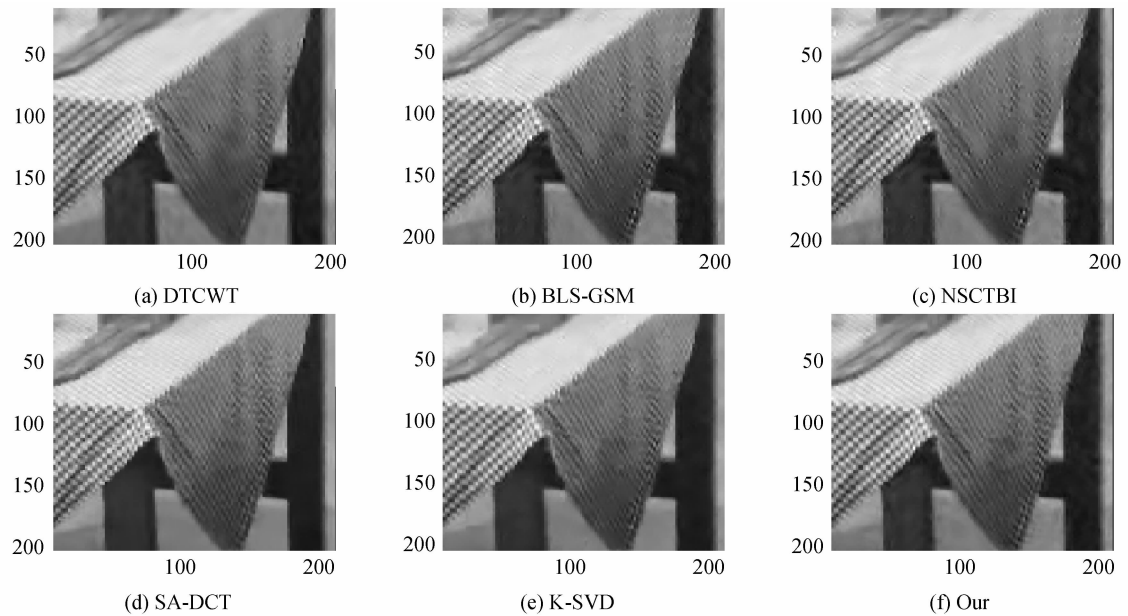


图 6 方差为 20 的 Barbara 图像去噪后局部放大图

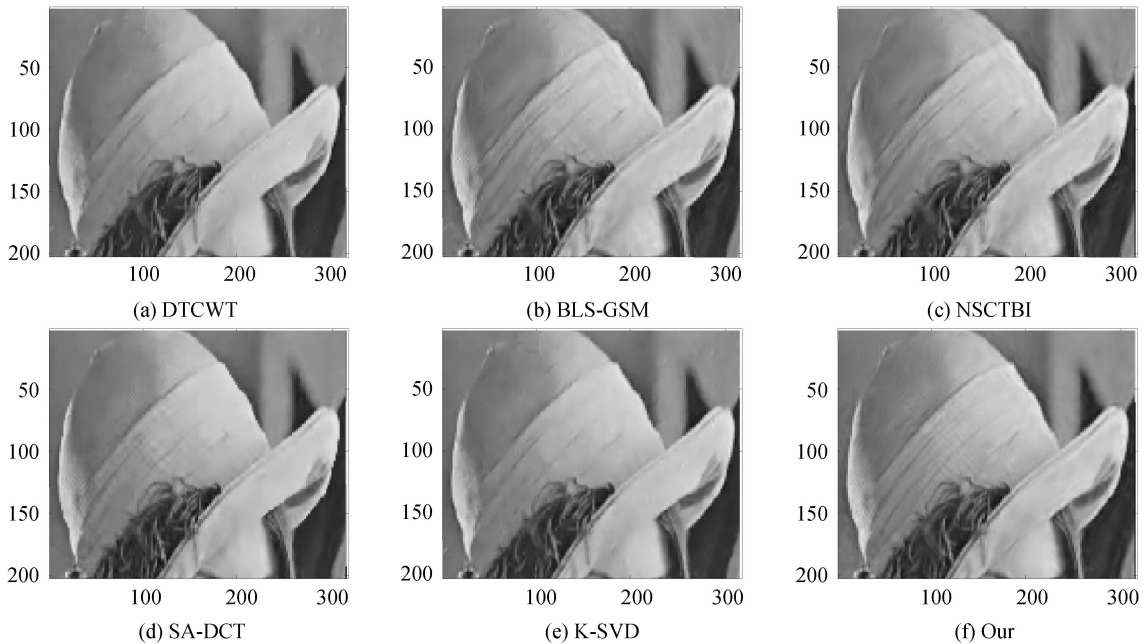
Fig. 6 Local amplification of the denoised image ( $\sigma_n=20$ , Barbara)

图 7 方差为 20 的 Lena 图像去噪后局部放大图

Fig. 7 Local amplification of the denoised image ( $\sigma_n=20$ , Lena)

行建模,提出的新阈值函数有效克服软、硬阈值函数去噪时的缺陷,处理后的图像保留了大量的细节信息,桌面和帽子的条纹信息清晰可见.

## 6 结论

本文采用了混合模型对 NSCT 系数进行建模,首先给出系数分类准则,然后用贝叶斯理论对系数进行收缩阈值,并对阈值进行修正,对自然图像进行分析后得到修正参数的范围,并利用提出的阈值函数处理系数.该方法避免“过度扼杀”NSCT 系数及对噪音的“过度保留”且新阈值函数有效解决了软、硬阈值函数

的各自缺点且具有自适应性.在主、客观评价中都可以得出本文去噪算法的有效性.

### 参考文献

- [1] DONOHO D L. Denoising by soft-thresholding [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1995, **41**(3): 613-627.
- [2] CROUSE M S, NOWAK R D, BARANIUK R G. Wavelet-based statistical signal processing using hidden Markov models[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, **46**(4): 886-902.
- [3] LEVENT S, IVAN W S. Bivariate shrinkage with local variance estimation[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2002, **9**(12): 438-441.
- [4] CHO D, BUI T D. Multivariate statistical modeling for image denoising using wavelet transforms [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing Image Communication*, 2005, **20**(1): 77-89.
- [5] JIAO Li-cheng, TAN Shan. Development and prospect of image

- multiscale geometric analysis[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, **31**(12A): 1975-1981.  
焦李成, 谭山. 图像的多尺度几何分析: 回顾和展望[J]. 电子学报, 2003, **31**(12A): 1975-1981.
- [6] DO M N, VETTERLI M. The Contourlet transform; an efficient directional multiresolution image representation [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2005, **14**(12): 2091-2106.
- [7] CUNHA A L, Zhou Jian-ping, DO M N. The Nonsubsampled Contourlet Transform: theory, design and application[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, **15**(10): 3089-3101.
- [8] DAI Wei, YU Sheng-lin, SUN Shuan. Image de-noising algorithm using adaptive threshold based on contourlet transform[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, **35**(10): 1939-1943.  
戴维, 于盛林, 孙栓. 基于 Contourlet 变换自适应阈值的图像去噪算法[J]. 电子学报, 2007, **35**(10): 1939-1943.
- [9] ZENG Ye-zhan, QIAN Sheng-you, LIU Chang, *et al.* Image denoising algorithm using adaptive threshold based on non-subsampled Contourlet transform [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2010, **46**(10): 157-159.  
曾业战, 钱盛友, 刘畅, 等. 基于非下采样 Contourlet 变换自适应图像去噪方法[J]. 计算机工程与应用, 2010, **46**(10): 157-159.
- [10] FENG Hong-xiao, HOU Biao, JIAO Li-cheng, *et al.* SAR image despeckling based on local Gaussian model and MAP in NSCT domain[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, **38**(4): 811-816.  
风宏晓, 侯彪, 焦李成, 等. 基于非下采样 Contourlet 域局部高斯模型和 MAP 的 SAR 图像相干斑抑制[J]. 电子学报, 2010, **38**(4): 811-816.
- [11] JIA Jian, JIAO Li-cheng, XIANG Hai-lin. Using bivariate threshold function for image denoising in NSCT domain[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, **31**(3): 532-536.  
贾建, 焦李成, 项海林. 基于双变量阈值的非下采样 Contourlet 变换图像去噪[J]. 电子与信息学报, 2009, **31**(3): 532-536.
- [12] LEWIS A S, KNOWLES G. Image compressing using the 2-D wavelet transform[J]. *IEEE Transactions on Image Processing* (1057-7149), 1992, **1**(2): 224-250.
- [13] POD D Y, DO M N. Directional multiscale modeling of image using the Contourlet Transform [J]. *IEEE Trans. on Image Processing* (1057-7149), 2006, **6**(15): 1610-1620.
- [14] CHANG S G, YU Bin, VETTERLI Martin. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression [J]. *IEEE Transactions on Image Processing* (1057-7149), 2000, **9**(9): 1532-1546.
- [15] BURCE A G, GAO H Y. Understanding waveshrink: variance and bias estimation[J]. *Biometrika* (0006-3444), 1996, **83**(4): 727-745.
- [16] PORTILLA J, STRLA V. Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain[J]. *IEEE Transactions on Image Processing* (1057-7149), 2003, **12**(11): 1338-1351.
- [17] ALESSANDROA F, VLADIMIR K, KAREN E. Pointwise shape adaptive DCT for high quality denoising and deblocking of grayscale and color images[J]. *IEEE Transactions on Image Processing* (1057-7149), 2007, **16**(5): 1395-1411.
- [18] MICHAEL E. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries[J]. *IEEE Transactions on Image Processing* (1057-7149), 2006, **15**(12): 3736-3745.
- [19] ZHOU W, BOVIK A C, *et al.* Image quality assessment: from error visibility to structural similarity[J]. *IEEE Transactions on Image Processing* (1057-7149), 2004, **13**(4): 600-612.

## Image Denoising Using Mixed Statistical Model in Nonsubsampled Contourlet Transform Domain

YIN Ming, LIU Wei

(Laboratory of Image Information Processing, School of Mathematics, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** A novel image denoising algorithm based on nonsubsampled Contourlet transform domain is proposed. First, according to the correlation of nonsubsampled Contourlet transform coefficients in interscale and intrascale, non-Gaussian distribution model is used to model its correlations. We propose a classification standard where the coefficients are divided into important and unimportance coefficients, and generalized Gaussian distribution is used to describe the probability distribution for the important coefficients. Adaptive threshold is derived under the Bayesian theory and the best range of the parameter is found out. In order to overcome the shortcoming of the soft and hard thresholding function, then a new adjustable thresholding function is presented. Lastly, the new thresholding function is used to estimate coefficients without noise, and inverse nonsubsampled Contourlet transformation is performed to get denoised image. Experimental results show that our algorithm outperforms the other current outstanding algorithms in peak signal-to-noise ratio, structural similarity and visual quality.

**Key words:** Nonsubsampled Contourlet transform (NSCT); Non-Gaussian distribution; Generalized Gaussian distribution; Peak signal-to-noise ratio (PSNR); Structural similarity (SSIM)