

量子理论和广义相对论的统一^{* 1}

张一方

(云南大学 物理系, 云南 昆明 650091)

摘要:首先简要介绍了量子引力理论中的超引力和环量子引力. 其次基于量子理论和广义相对论的基本原理、主要特征等探讨了某些新的统一理论. 进而提出广义相对论形式、算符形式和二者的结合等具体的数学方程及6个结果. 最后讨论了一些统一的新方案, 如量子理论中可能存在的类似宇宙项, 各种相互作用粒子的质量关系, 标准模型某些可能的发展等.

关键词:量子理论; 广义相对论; 统一; 方程; 量子引力; 环; 超引力

中图分类号: O 412 **文献标识码:** A **文章编号:** 0258-7971(2010)05-0537-05

目前宇观和微观领域中最重要理论分别是广义相对论和量子理论, 但是二者的结合一直是一个非常困难和热门的问题. 迄今已知的最著名的量子引力理论是超引力(supergravity)^[1-10]和环量子引力(loop quantum gravity)理论^[11-15], 但二者既不相同, 也不统一.

本文先对这2种理论进行简要介绍, 然后基于量子理论和广义相对论的物理基础各是波粒二象性和等价原理, 场和粒子的特征分别是时空、度规和能量、动量等, 由此探讨了某些新的统一理论和方案. 并具体提出二者可能统一的广义相对论形式而使其量子化, 算符形式而使其几何化, 及2方面结合的若干数学方程和相应的6个结果. 最后讨论了量子力学方程中可能存在的一般宇宙项的意义和各种质量问题等.

1 超对称、超引力和环量子引力理论

Weinberg 在他著名的《量子场论》中的第3卷第31章中专门讨论了超引力^[1]. 超对称^[2]应用于引力理论导致超引力, 它可以由2方面导致^[1]: ①表述为弯曲时空^[3], 引力场作为一个超场的分量出现; ②对弱引力场, 用相同的平直空间的超场方法分析超引力可以得到引力超场的物理分量, 及自旋 $s = \pm 3/2$ 的引力微子(gravitino)的质量等具体

结果^[4-6]. Zupnik 研究了保形超引力的方程^[7]. 最近 Macias 等讨论了超引力中局部 Lorentz 不变性及其算符的不同表示^[8]. Anguelova 等研究了在亚稳定真空中有限温度时动力学超对称破缺和超引力^[9]. DeWolfe 等研究了在双重性场论中亚稳定动力学超对称破缺的超引力场^[10].

引力场方程组与量子电动力学(QED)方程组相似, 这是广义相对论的 QED 化. 从1986年开始 Ashtekar 等研究了引力的环空间(loop-space)和环量子引力理论^[11-15]. Smolin 结合广义相对论的2个关键原理(背景无关性原理和微分同胚不变性), 讨论了量子化时空^[15]. 环量子引力理论长度为 10^{-33} cm, 这与超弦的大小相同, 体积 10^{-99} cm³, 时间 10^{-43} s. 时空离散谱类似离散量子能级, 结点和线形成时空, 称自旋网络(spin network), 物质存在于自旋网络中的结点处, 引入时间维数就得到“自旋泡沫”. Smolin 认为不能用固定不变的背景中运动的东西来构造一个量子引力理论^[15], 这就是没有绝对时空. 他提出量子化封闭圈是量子引力方程的精确解, 进而相交圈适当组合也是方程解, 只要它们服从某种简单规律, 所以相互作用定义了空间. Smolin 认为量子引力被简化为圈相交、相聚、相连, 即打结(knot)、连接(link)和纽结(kink)的理论, 这是 Planck 尺度上几何的量子化描述. 数学

* 收稿日期: 2009-09-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10664006).

作者简介: 张一方(1947-), 男, 云南人, 教授. 主要研究理论物理方面的研究.

上这是纽结理论.

笔者在提出超对称变换的某些新表述后,引入了超多重态,由此玻色子和费米子的各种公式都可以统一^[16]. 这样一方面 2 类粒子分别相应于实、虚数,这就联系于相对论;另一方面,超对称的统一形式又联系于统一的统计性和泡利原理的可能破坏. 进一步,在超对称理论中引入与自旋无关的超旋、超同位旋和各种超对称变换,以统一描述玻色子和费米子,从而讨论了超对称和超弦中的各种相互作用及其它方面的统一. 由环量子引力理论导出了 4 个定量结论,并提出可能存在从超弦到宇宙弦等不同尺度的泛弦^[17].

R. Gambini, J. Pullin 等用环量子引力理论计算,预言不同能量的光子传播速度会有微小不同. 这与我们的结论是一致的^[18],并且对中微子也应该得到相同的结果. 进一步, G. Amelino - Camelia, J. Magueijo, Smolin 修改狭义相对论适用于高能光子有不同的光速 c ,但我们证明了 J. Magueijo 导出的光速可变速论中局域 Lorentz 变换^[19]是错误的^[20],由此不能得到光速可变,而必然得到一个不变速度及相应的泛狭义相对论^[20-21].

2 广义相对论和量子的统一理论

迄今地球绕太阳运动可以由广义相对论严格描述,引力场导致时空弯曲. 此时量子化轨道表现为 Titius - Bode 定则及泛量子理论^[22-24]. 电子绕核运动是量子力学,出现电磁场的量子化. 我们试图把它化为电磁时空弯曲及电磁广义相对论^[25-26].

量子力学和广义相对论的物理基础分别是波粒二象性和相对性原理(等价原理),后者是力、场与运动学的非惯性系结果彼此等价. 2 方面结合,可以推得粒子等价于波动并推广到场,相应于相互作用经广义等价原理推广为非惯性系,它们彼此等价. 这即二象性(量子化)化为度规场(几何化). 而目前量子化主要方法都是必须线性化,如对广义相对论的量子化;反之,量子场方程相互作用时都必须非线性^[21,27]. 二者统一又联系于 Salam 强引力等相互作用统一的理论^[28-30].

引力场方程,严格说是由能量 - 动量张量 T , 可以导出运动方程. 电磁场在量子力学中已经有相应的 Maxwell 场方程^[31-32], 而电磁广义相对论中的场方程可以导出类似 Lorentz 的运动方程^[25-26].

场的特征是时空、度规;粒子的特征是能量、动量(对波是波长、频率). 微观时二者等价、对称、统一. 光子使电磁时空也弯曲. 宏观引力场、电磁场方程同时给出场和场源;无源时就类似量子力学方程.

理论发展可以先从广义相对论化的统一电磁场方程发展为量子力学形式,类似 Maxwell 方程及 QED. 短程的强弱相互作用应该相应于短程相互作用的黎曼几何,其中已有短程线运动方程. 一般情况,场方程对应玻色子方程,物质的运动方程对应费米子方程,在量子力学中费米子和玻色子统一,二者都可以是场和场源. 在广义相对论中运动方程对应于等价原理,所以只有统一的场方程. 量子力学方程都是给出一种粒子、场,即单粒子的自由场. 其中方程的源是多种场的相互作用项,即流. 同时黎曼几何结合非阿几何,量子几何化结合相互作用统一理论^[28-30].

进一步,用不同的量子常数 h_i ^[22-24] 和不同的不变速度 C_h ^[20-21] 等的泛理论就可以得到或大或小的各种泛环^[17]及其理论.

3 数学方程和结果

类比于广义相对论,理论上最普适的统一方程形式可能应为 $G = kT$. 其中 G 为场,玻色子; T 为粒子,费米子. 二者统一为波粒二象性,这是 $P_i = \hbar k_i$ 的推广. 对引力场 T 是所有物质;对电磁场 T 是所有电荷(首先是电子);对强、弱相互作用 T 是强(子)荷、弱荷(除光子外的所有粒子). 4 种相互作用统一时^[21,30],如果是它们是和的形式,则一种可能的形式是

$$G(\text{时空、场}) = k_1 T_1 + k_2 T_2 + k_3 T_3 + k_4 T_4. \quad (1)$$

如果 G 也分为 4 种,则它们无相互作用时,可能两边分别一一相等,即化为 4 种平行的相互作用和方程,即广义相对论,电动力学和 QED,强规范场和 QCD,弱规范场和弱电统一理论. 或者分为大统一^[30]和广义相对论^[31-32] 2 部分,则方程为

$$G_{gu} + G_{kl} = k_1 T_{gu} + k_2 T_{kl}. \quad (2)$$

量子力学二象性的数学表示是物理量用算符表示. 场量推广时 $\varphi \rightarrow A_\mu \rightarrow R_{ij}$ 时,相应的算符表示也推广为:

$$E = -i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow P_i = i\hbar \frac{\partial}{\partial x_i} \rightarrow T_{ij} = -\frac{\hbar^2}{mc} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j}. \quad (3)$$

这是代换 u_i 的结果;或者是

$$T_{ij} = i\hbar \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}; \quad (4)$$

$$\text{或者 } T_{ij} = i\hbar \frac{dx_j}{dt} \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad (5)$$

此时 $-T_{44} = E, T_{\alpha 4} = icP_\alpha$, 化为已知的量子力学算符.

泛广义相对论^[25-26]中等价原理是 $ma = g$ (场荷) H . 推广到量子化引力场形式上应该是

$$\alpha\psi = H\psi, \quad (6)$$

而对一般场是

$$m\alpha\psi = gH\psi. \quad (7)$$

Schrodinger 方程、Klein - Gordon 方程、Dirac 方程都是经典力学、相对论的能量关系算符化, 由此得到量子化. 类似, 对广义相对论 (GR) 及电磁 GR^[25-26] 的能量关系算符化应导出相应的量子化方程. 这就是统一二者的方程

$$(\hat{G}_{kl} + \Lambda \hat{g}_{kl})\psi = k \hat{T}_{kl}\psi = \lambda_{kl}\psi, \quad (8)$$

其中 λ_{kl} 是矩阵本征值. 一般情况 $\hat{R}_{kl}, \hat{T}_{kl}$ 应该是算符, 由此可得: ①当其化简时就是量子力学及相应各种方程; ②不是算符时化为广义相对论; ③微观波动性时产生波函数, 特别是可以表示微观引力场; ④按照对应原理, 张量 T 的第 4 维就是 4 维动量; ⑤算符化可能是

$$\psi = A \exp(iR_{\mu\nu}g_{\mu\nu}/\hbar), \quad (9)$$

$$\text{或者 } A \exp(iT_{\mu\nu}x_\mu x_\nu/\hbar), \quad (10)$$

$$\text{因此 } R_{\mu\nu} = i\hbar (\partial/\partial g_{\mu\nu}). \quad (11)$$

或者就是 (4). 这再与引力场量子化的一般方法、超引力、规范理论、相互作用统一及 GL(6, C) 群^[21,30] 等结合. ⑥ $\hat{R}_{kl}\psi = 0$ 应该就是引力子方程.

总之, 广义相对论和量子理论统一, 一方面可以类比于广义相对论, 使其量子化; 另一方面可以推广量子力学, 使其几何化. 第 1 步是广义相对论的非欧几何; 第 2 步是量子论; 第 3 步是非欧非阿几何. 同时结合规范理论. 这些发展方法又可以结合超对称^[1-2]、超弦和 4 种相互作用统一的群 GL(6, C)^[21,30], 及引力已结合量子的 Ashtekar 环理论^[11-14], 并且这些还可以彼此结合.

4 讨论

量子力学方程, 如 Dirac 方程应该可以加入类似宇宙项 Λ 的常数项; 在一定程度这类似质量项.

进一步, 弦、环及各种统一理论等都可以加入常数项, 这可能又联系于重整化及笔者关于非线性量子理论的探索^[21,27]. 大区域广义相对论, 宇宙项 Λg_{ij} 是有限的, Λ 是普适恒量; 源是 T, Λ 等. 小区域量子理论, 重子、介子有 $m\psi, m^2\varphi$, 质量是有限的, 但对不同粒子, 质量不同, 它们与场源有关.

产生质量的 Higgs 机制应该联系于规范群为 U(1) 的 QED 推广为一般的规范群为 SU(2) 的规范场等. 后者有非线性相互作用, 有自相互作用. 可以认为质量正比于结构常数 C_{abc} , 正比于 $\alpha\psi^n$. 质量不同可以归为 α (相互作用参数) 不同和 ψ^n (n 不同). α 可以激发, 主要有 4 种: 引力相互作用对应光子 (最小荷), $m = 0$, 无自相互作用, 场量子是引力子; 弱相互作用对应电子中微子, $m = 0$, 场量子是 $W(Z)$, $m = 80\ 403\ (91\ 187.6)\ \text{MeV}$; 电磁相互作用对应电子, $m = 0.51\ \text{MeV}$, 有自相互作用, 场量子是光子; 强相互作用对应 $p(n)$, $m = 938\ \text{MeV}$, 有自相互作用, 场量子是 π , 胶子. 质量比 $m(p)/m(e) = 1\ 836.1, 1\ 836.1/137 = 13.4$ (对应强相互作用常数 α_s). 假设最小荷 $m = \alpha\psi^n$, 如果 ψ 是相同的普适场, 统一场 (其与 Higgs 场联系), $\alpha = 0$ (≈ 0) 为引力、弱相互作用; $\alpha = 1/137$ 是电磁场; $\alpha_s = 13.4$ 是强相互作用场; 所以 $m(p)/m(e) = \alpha_s/\alpha = 1\ 836.1$. 场量子极不相同, 其质量可能与作用距离 L 或其平方 L^2 成反比. 而具体计算时长程相互作用 $L \rightarrow \infty$, 所以 $m \rightarrow 0$; $m(Z)/m(\pi) = 675.58 = 26^2$, 距离分别是 10^{-15} (10^{-14}), $10^{-13}\ \text{cm}$, 所以应是质量与 L^2 成反比.

标准模型中所有基本费米子的自旋是 1/2, 所有 QCD, QFD 量子的自旋是 1, 而 Higgson 的自旋是 0, 类似 π . 其余粒子的质量 m 可以结合方程、动力学模型、对称性等. 标准模型进一步发展可以是: ①不断统一, 如夸克无色^[33,21], 不同粒子是激发态等; ②结合亚夸克; ③超弦 (特别是杂化超弦). 3 方面又可以互相结合. 为求出超弦的作用量 S 等, 可以结合广义相对论, 特别是量子化的非阿非欧几何, 结合 Ashtekar 环空间^[11-14] 等. Ashtekar 空间按其结构应该有分维. 其可以描述的宇宙空间、肺、血管等^[34-35] 也应如此. 或反之, 肺等的分维可能就是 Ashtekar 空间的分维. 最小的面积联系于量子黑洞的观念, 由 2 个相互独立的不同分析可以得到相同的结果: 它是 $4 \ln 3$ 乘以 Planck 面积^[36]. 此外, 标准模型的检验还可以用高能宇宙射线. 这就是在极

高能量下是否应该修改狭义相对论,统一相互作用.当然各种相互作用(光子,WZ,胶子等)是否都必须和引力统一?它们的时空弯曲吗?这些都应该继续探索.

目前暗物质、暗能量的研究是非常时髦的.如果太阳系中有大量的暗物质、暗能量,则牛顿力学、广义相对论对太阳系的描述必将大为修正.但是牛顿力学、广义相对论对太阳系的描述是非常精确的.由此可知,暗物质、暗能量对银河系等应该是分为不同集团的.这与笔者提出的由 Dirac 负能态推导出的负物质是一种暗物质,是完全一致的^[37-38].而亚利桑那大学的天文学家估算出隐藏在太阳系中的暗物质的总质量约为 1.07×10^{20} kg,这一质量太小,完全不符合目前对暗物质比例估计的大小.最近,Gentile 等就得到星系中暗物质和亮物质之间的关系^[39].这些研究是宇观和微观结合的一个典范,应该联系于量子理论和广义相对论的统一.

参考文献:

- [1] WEINBERG S. The quantum theory of field[M]. Cambridge; V3. Cambridge University Press, 2000.
- [2] FAYET P, FERRARA S. Supersymmetry[J]. Phys Reports, 1977, 32(5): 249-334.
- [3] NATH P, ARNOWITT R. Generalized super - gauge symmetry as a new framework for unified gauge theories [J]. Phys Lett, 1975, 56B(2): 177-180.
- [4] FREEDMAN D Z, VAN NIEUWENHUIZEN P, FERRARA S. Progress toward a theory of supergravity[J]. Phys Rev, 1976, D13(12): 3 214-3 218.
- [5] DESER S, ZUMINO B. Consistent supergravity[J]. Phys Lett, 1976, 62B(3): 335-337.
- [6] FERRARA S, SCHERK J, VAN NIEUWENHUIZEN P. Locally supersymmetric Maxwell - Einstein theory[J]. Phys Rev Lett, 1976, 37(16): 1 035-1 037.
- [7] ZUPNIK B M. The equations of conformal supergravity [J]. Phys Lett, 1981, B105(2~3): 153-154.
- [8] MACIAS A, QUEVEDO H, SANCHEZ A. Local Lorentz invariance in $N = 1$ supergravity[J]. Phys Rev, 2006, D73(2): 027501. 1-4.
- [9] ANGUELOVA L, THOMAS S, RICCI R. Metastable supersymmetry breaking and supergravity at finite temperature[J]. Phys Rev, 2008, D77(2): 025036. 1-19.
- [10] DE WOLFE O, KACHRU S, MULLIGAN M. Gravity dual of metastable dynamical supersymmetry breaking [J]. Phys Rev, 2008, D77(6): 065011. 1-17.
- [11] ASHTEKAR A. New variables for classical and quantum gravity[J]. Phys Rev Lett, 1986, 57(18): 2 244-2 247.
- [12] ASHTEKAR A. New Hamiltonian formulation of general relativity [J]. Phys Rev, 1987, D36(6): 1 587-1 672.
- [13] ASHTEKAR A, ROMANO J, TATE R. New variables for gravity: Inclusion of matter [J]. Phys Rev, 1989, D40(8): 2 572-2 587.
- [14] ASHTEKAR A, ROVELLI C, SMOLIN L. Weaving a classical metric with quantum threads [J]. Phys Rev Lett, 1992, 69(2): 237-240.
- [15] SMOLIN L. Atoms of space and time[J]. Scientific American, 2004, 290(1): 56-65.
- [16] 张一方. 粒子物理中的超对称, 超统一和高维复空间[J]. 云南大学学报: 自然科学版, 2003, 25(1): 37-40.
- [17] 张一方. 超对称和环量子引力理论与粒子物理中的统一[J]. 吉首大学学报, 2008, 29(2): 51-57.
- [18] CHANG Yi-fang. Nonlinear nature of gravitational wave [J]. Apeiron, 1996, 3(2): 30-32.
- [19] MOGUEIJO J. Covariant and locally Lorentz - invariant varying speed of light theories [J]. Phys Rev, 2000, D62(10): 103521. 1-15.
- [20] CHANG Yi-fang. The extensive special relativity and comment on local lorentz transformation in varying speed of light theory [J]. arXiv, 2007, 0706. 1280. 1-6.
- [21] 张一方. 粒子物理和相对论的新探索[M]. 昆明: 云南科技出版社, 1989.
- [22] 张一方. Titius - Bode 定则的发展, 天体量子论和泛量子理论[J]. 云南大学学报: 自然科学版, 1993, 15(4): 297-303.
- [23] CHANG Yi-fang. Development of the Titius - Bode law and the extensive quantum theory [J]. Physics Essays, 2002, 15(2): 133-137.
- [24] 张一方. 泛量子理论的发展及其在生化和物理中的应用[J]. 吉首大学学报, 2006, 15(3): 34-38.
- [25] 张一方. 电磁场的等价原理和电磁广义相对论[J]. Matter Regularity. 2003, 3(2): 75-79.
- [26] CHANG Yi-fang. GRT extended for electromagnetic fields: equivalence principle and geometrization [J]. Galilean Electrodynamics. 2005, 16(5): 91-96.
- [27] CHANG Yi-fang. The nonlinear quantum theory and possible violations of the Pauli exclusion principle [C]//AHN S H, et al. Proc of the 4th Asia - Pacific Phys Conf V2. World Scientific, 1991: 1 483-1 486.

- [28] ISHAM C J, SALAM A, STRATHDEE J. $SL(6, C)$ gauge invariance of Einstein - like lagrangians [J]. Lett Nuov Cim, 1972, 5(15):969-972.
- [29] ISHAM C J, SALAM A, STRATHDEE J. 2 nonet as gauge particles for $SL(6, C)$ symmetry[J]. Phys Rev, 1973, D8(8):2 600-2 609.
- [30] 张一方. 粒子物理中四类相互作用统一的一种方案及其拉氏量[J]. 信阳师范学院学报, 2004, 17(1): 30-34.
- [31] 爱因斯坦 A. 相对论的意义[M]. 李灏, 译. 北京: 科学出版社, 1961.
- [32] 朗道 L, 栗弗席兹 E. 场论[M]. 任朗, 袁炳南, 译. 北京: 人民教育出版社, 1959, 304-311.
- [33] CHANG Yi-fang. Some possible tests of the inapplicability of Pauli's exclusion principle[J]. Hadronic J, 1984, 7(6):1 469-1 473.
- [34] 张一方. 蛋白质折叠的量子引力理论[J]. 商丘师范学院学报, 2005, 21(5):22-25.
- [35] CHANG Yi-fang. Nonlinear whole biology and loop quantum theory applied to biology[J]. Matter Regularity, 2008, 8(1):8-14.
- [36] BAEZ J. The quantum of area? [J]. Nature, 2003, 421(6924):702-703.
- [37] CHANG Yi-fang. Negative matter, repulsion force and dark matter[J]. arXiv, 2007, 0705. 2908. 1-8.
- [38] 张一方. 量子力学和相对论的结合、不相容及发展[J]. 云南大学学报: 自然科学版, 2008, 30(1):41-46.
- [39] GENTILE G, FAMAHEY B, ZHAO H, SALUCCI P. Universality of galactic surface densities within one dark halo scale - length[J]. Nature, 2009, 461(7264):627-628.

Unification of quantum theory and general relativity

CHANG Yi-fang

(Department of Physics, Yunnan University, Kunming 650091, China)

Abstract: Firstly, the supergravity and loop quantum gravity in the quantum gravity theory are introduced briefly. Secondly, based on the fundamental principles and main characters of quantum theory and general relativity, some new unified theories are discussed. Further, the concrete mathematical equations, for example, the forms of general relativity and of operator, and their combined form, and the six results are proposed. Finally, some new unified schemes, including a possible existence of the similar cosmic term in quantum theory, the mass - relations of particles in various interactions, and some possible developments for the standard model, etc are discussed.

Key words: quantum theory; general relativity; unification; equation; quantum gravity; loop; supergravity