

文章编号:1007-2985(2012)02-0126-03

# 数学专业教学中学生创新能力的培养\*

钟文勇

(吉首大学数学与统计学院,湖南 吉首 416000)

**摘要:**培养创新型数学专业人才,是大学数学专业的培养目标之一,教学过程是实现这一目标的关键.以有效利用课堂教学进行学生创新能力培养为中心,以教师的数学素养和学生的学习兴趣为培养创新能力的前提,分析了类比、猜想及归纳、问题为导向和建模融入教学过程等教学方法在学生创新能力培养中的作用,并结合教学案例说明了这些教学思想有利于促进学生创新能力的培养.

**关键词:**数学专业;教学;学生;创新能力

**中图分类号:**O175.8

**文献标志码:**A

**DOI:**10.3969/j.issn.1007-2985.2012.02.029

随着社会经济的发展、技术的进步,数学应用的重要性和广泛性日益凸显,社会各部门对大学毕业生的综合素质与能力提出更高的要求,特别是对具有坚实的数学基础和创新能力的高层次的专业人才有迫切需要.培养创新型数学专业人才,是大学数学专业的培养目标之一,如何有效地培养学生创新型能力,一直是大学数学专业教研教改探索的重要课题,这一过程涉及课程体系、教师、学生及能力培养的实施形式与媒介等方面.对于数学专业,实施的形式主要是课堂教学与课外实践,其中课堂教学对学生创新型能力培养起举足轻重的作用,其主要媒介为数学教材.目前,国内大学数学专业结合培养目标及专业特点都制定有各具特色的科学的课程体系,体现了厚基础宽视野的人才培养思路.课程体系是培养学生创新能力的平台,但它是静态的,要真正发挥作用,教学实践是关键.为此,在这平台上必须加大教学环节的改革力度,探索教学过程中实施创新型人才培养的模式.英国数学家和哲学家怀特海<sup>[1]</sup>指出:“成功的教育所传授的知识必有某种创新,这种知识要么本身就是新知识,要么必须是在新时代里的某种创新的运用;教师介绍前人创立的原理,必须设法使它在某种程度上对现实具有重要的新意与应用.”这对当前的大学教学实践具有深刻的指导意义.笔者结合数学专业教学实践,来探讨如何充分而有效地利用课堂教学进行学生创新型能力培养.

## 1 实施创新能力培养的前提

### 1.1 教师的数学素质与修养

大学数学专业的课程其主要特点之一是抽象,这是数学知识之所以能广泛应用的要素,但也正是抽象性给学生的学习带来极大困难.课堂教学中,教师必须与学生一起解决这一难题,可以说,教师面临巨大挑战,对教师的数学素质与修养也提出了更高的要求.俄罗斯哲学家赫尔岑<sup>[2]</sup>指出:“科学的光芒为了射到普通人那里,必须透过一层浓雾和沼泽地的水蒸气,这就使得射到那儿的光芒染上了一层颜色,变得不同于原来那样,可是人们却根据这种光芒来判断.”数学专业主要内容来源于研究自然演化过程的规律等实际问题,但“抽象”使其染上了一层颜色,再加上教材编著,使得在普通学生看来数学专业课就是大量“抽象”的堆积.课堂教学中必须实施从“具体”走向“抽象”再到“具体”的过程,因此,教师除了具有扎实的专业知识外,还必须对所授课程有全局观,包括其历史的起源、发展与应用,没有良好的数学素质与修养,教师在课堂上便无法实施这一过程,创新型能力培养也就无从谈起.

### 1.2 学生的学习兴趣

学生是受教对象,他们对数学专业课程学习的兴趣是创新型能力培养的前提,也融合在教学过程中.多媒体与网络教学等方式是激发学生学习兴趣的辅助手段,但决定性因素是教师在课堂教学中对教学内容的处理及与学生的交流.教学过程中,教师必须从生动具体的引入、学生参与和发现等环节入手,使学生学习和体会到“具体”的数学理论探讨和应用,有了参与、体会和应用,就会激发兴趣.

\* 收稿日期:2012-01-12

基金项目:吉首大学教学改革重点项目(2010—2012);湖南省普通高等学校教学改革研究项目(2011—2013)

作者简介:钟文勇(1963-),男,湖南吉首人,吉首大学数学与统计学院副教授,博士,主要从事微分方程研究.

## 2 实施创新能力培养的主要思路

“常微分方程”是与“微积分”同时发展起来的一门数学分支,有广泛的应用领域,理论创新和应用创新在该课程中得到突出体现,“泛函分析”则是高度抽象的专业课程.以下主要就结合这 2 门专业课的教学来讨论学生创新能力的培养.

### 2.1 类比猜想归纳的思想

三段式的演绎逻辑在数学教科书占主导地位,学生和大部分教师都习惯了“定理的表述—证明—应用”的过程,这一过程对训练学生对定理的理解和数学推理能力以及数学知识应用是不可少的,但定理的发现过程却被忽视了,而发现过程是课堂教学实施创新能力培养的关键.从笔者多年带本科生毕业论文的经验看,当导师指导学生着手研究某问题时,大部分学生往往无从下手,其主要原因不在于学生,责任在教师的教学思想和模式:课堂教学只注重训练学生欣赏、证明和应用他人的定理.当然,不可否认,这种教学模式有利于培养学生理解知识和解决问题的能力,但单一的三段式演绎逻辑之训练会弱化学生创新能力的培养.伟大的数学家庞加勒<sup>[3]</sup>指出“它(指三段式)依然是纯粹分析的工具,不能告诉我们任何新东西”、“我们只有借助数学归纳法才能攀登,唯有它能够告诉我们某些新东西”.类比与猜想是数学归纳法的前提,因此,教师备课时必须抓住一切能够实施类比猜想的内容,在课堂教学中有针对性地引导学生加入到问题的提出与定理的发现过程——这是培养学生创新能力的过程.

(1) “形”的类比转化.类比所研究的问题与已知结果,进行“形”似的转化,猜想所研究的问题结果.

例 1 常数变易法公式推导.

设  $p, q \in C(I)$ , 其中  $I$  为直线上区间.问题:求 1 阶线性非齐次常微分方程

$$\frac{dy}{dx} = p(x)y + q(x) \quad (1)$$

通解.方程(1)对应的齐次方程

$$\frac{dy}{dx} = p(x)y \quad (2)$$

通解是已知的.如果教师按照教材中表述的定理直接引导学生验证结果,那么学生没有得到任何创新能力的训练.教师可指导学生比较方程(1)和(2),进一步提出 1 个关键问题:既然(2)式的解已知,(1)式能否形式上转化为(2)式?而大部分学生都会写出  $\frac{dy}{dx} = (p(x) + \frac{q(x)}{y})y$ ,再记  $Q(x) = p(x) + \frac{q(x)}{y}$ , (1)式就转化成  $\frac{dy}{dx} = Q(x)y$ ,其形式与(2)式相同.随后,学生很自然得到教材中的结论.

这是类比猜想过程,不是证明,类比猜想过程不必严格受限于条件.

(2) 有限与无限的类比猜想.这种类比在数学层面主要有 2 种情形,即有限维空间中有限与无限的类比,有限维空间与无限维空间的类比,后者是前者的升华.现代数学中主要研究无限维问题,无穷维数学理论的产生和发展源于对有限维数学理论的推广和研究实际问题的需要;虽然一经推广,它所有的内容呈现了高度抽象的特征,并且无限维与有限维有本质区别,但是深入体会,会看到其中很多结果有有限维的影子.数学专业课程中都存在上述 2 种类比的内容,关键在于教师要富于激情和想象的去挖掘.教学过程中,教师应该高度关注教学内容可能涉及的类比,引导学生对已知的有限维理论进行类比猜想,去猜想或发现无限(维)对应的可能结果.

例 2 Hilbert 空间中线性有界泛函的 Riesz 表示定理研究.

本科数学专业的课程“泛函分析”是一门无穷维数学理论的基础课程,Riesz 表示定理是其中的一个重要结果.下面用有限与无限进行类比猜想.

设  $f$  是定义在  $n$  维内积空间  $\mathbf{R}^n$  中的线性有界泛函,  $e_i$  是  $\mathbf{R}^n$  的一组正交基,那么对任意  $x = \sum_{i=1}^n x_i e_i \in \mathbf{R}^n$ ,  $f(x) =$

$\sum_{i=1}^n f(e_i)x_i$ . 现记  $z_f = \sum_{i=1}^n f(e_i)e_i$ , 则  $f$  用内积表示为  $f(x) = \langle x, z_f \rangle$ . 这就是有限维内积空间中线性有界泛函的表示形式.

这一引导过程,不会对学生造成困难.现在进行类比猜想:所得到的表示形式在一般的无限维 Hilbert 空间中成立吗?也就自然导向 Riesz 表示定理的发现与证明.

需要指出的是,类比不一定总是成立,如数学分析中定积分与无穷限广义积分类比中,定积分是绝对可积积分,而无穷限广义积分是非绝对可积的.也就是说,类比猜想的思想是发现对象间的相似和差异,学生在类比过程中发现相似就得到不同研究对象之间性质的统一,而发现差异则得到反例.

### 2.2 问题为导向的思想

爱因斯坦<sup>[4]</sup>曾说过:“提出一个问题比解决一个问题更重要,因为解决问题也许仅仅是一个数学上的或实验上的技巧而已,而提出新的问题,新的可能性,从新角度看旧问题,却需要有创造性的想象力,而且标志着科学的真正进步.”数学问题往往不是孤立的,它常与所研究或讨论的环节相联系,比如数学分析中讲授闭区间上连续函数的性质,自然会提问:开区间时会

如何?当然,这也含有类比的想法,事实上数学思想与方法是相互融合的.数学问题的存在是数学发展的动力,问题的解决将推动数学发展,因此,数学专业本科生课堂教学就必须设置合适的环节引导学生提出问题,进一步解决问题,以问题为导向有助于培养学生创新能力.

**例 3** 常微分方程中,一般的变系数(非)线性方程没有初等解法,但某些特殊形式的变系数(非)线性方程可以求解,其主要思想就是数学变换,变换为可求解的方程.

在用数学变换处理了几个简单(指所作变换学生容易联想到)的非线性方程后,现行教材<sup>[5]</sup>列出了欧拉方程(以 2 阶为例)

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + a_1 x \frac{dy}{dx} + a_2 y = 0. \quad (3)$$

并引入自变量变换  $x = e^t, t = \ln x$ , 将(3)式转化为可求解的常系数方程.在数学变换思想解题的教学环节里,和学生讨论:能否用变换的方法研究(3)式?这一提法是自然的,尽管不一定成功或奏效.现行教材为简洁而一步到位给出上述变换,其实这个变换不简单.不根据问题来探索,一般教师都联想不到此变换形式,何况是学生.直接给出变换的教学,其结果是学生死记硬背,教师则而错过了借助问题培养学生创新能力的机会.

下面来探索此过程.问题:能否用变换的方法将(3)式化为常系数方程?变换分为换函数、换自变量及函数自变量同时换 3 类.可简单给学生呈现换函数的过程的变换难以实现,自然过渡到自变量变换:  $x = \phi(t), t = \phi^{-1}$ .对于如何确定  $\phi$ ,学生会导出

$$\left(\frac{\phi(t)}{\phi'(t)}\right)^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{\phi(t)}{\phi'(t)} \left(a_1 - \frac{\phi(t)\phi''(t)}{(\phi'(t))^2}\right) \frac{dy}{dt} + a_2 y = 0. \quad (4)$$

要求方程(4)为常系数给出  $\frac{\phi(t)}{\phi'(t)} = c$ , 取  $c = 1$  即得到变换  $\phi(t) = e^t, t = \ln x$ .这一探索过程得到了变换同时将(3)式化为常系数方程.

以问题为导向,学生参与了整个探索和发现过程,激发了兴趣,达到培养创新能力的目的.

### 2.3 建模融入教学过程的思想

“数学建模”已在大学数学专业开设多年,是集中培养学生应用数学知识分析和解决实际问题的能力的主要课程;但是,学生解决实际问题能力的培养仅凭“数学建模”课程的学习是不够的,必须认识到,建模思想是培养应用能力的核心,大学数学主要专业课程都是由对物理世界问题的研究成果综合而构成,是内容和形式充满美感的数学模型;因此,教学过程应该根据课程核心概念和主要内容,同时考虑学生实际情况,选定合适的数学模型问题加入到相关的主干课程之中,确立数学建模思想必须逐步渗透到所有数学专业课程中的理念,这对全面培养学生应用创新能力是非常必要的.

#### 参考文献:

- [1] 怀特海,著.教育的目的 [M].徐汝舟,译.北京:三联书店出版社,2002.
- [2] 赫尔岑,著.科学中华而不实的作风 [M].李原,译.北京:商务印书馆,1997.
- [3] 庞加勒,著.科学与假设 [M].李醒民,译.北京:商务印书馆,2006.
- [4] EINSTEIN A, INFELD L. The Evolution of Physics [M]. London: Cambridge University Press, 1938.
- [5] 王高雄.常微分方程 [M].北京:高等教育出版社,2007.

## Investigation on Methods for Cultivating Students' Creative Abilities in Teaching in Mathematics Major

ZHONG Wen-yong

(School of Mathematics and Statistics, Jishou University, Jishou 416000, Hunan China)

**Abstract:** To cultivate creative talents is one of the main aims of education in mathematics major; the teaching is a key factor to realize the goal. In this work, we investigate the methods by which the teaching is organized effectively to train students' innovative abilities. We point out that the mathematical qualities of teachers and the learning interest of students are premises to develop students' innovative abilities. We further analyze the functions of the teaching methods for cultivate students' innovative abilities; and the methods involve analogy and conjecture and induction, the problem-oriented ideas and the integration of modeling thinking into the teaching process; and some concrete examples are given to demonstrate that the methods discussed are advantageous to training students' innovative abilities.

**Key words:** mathematics major; students; teaching; innovative abilities

(责任编辑 向阳洁)