

文章编号: 1000-4750(2012)09-0099-07

基于局部主频率的子结构损伤识别研究与试验

侯吉林¹, 欧进萍^{1,2}, Łukasz JANKOWSKI³

(1. 大连理工大学土木工程学院, 大连 116024; 2. 哈尔滨工业大学土木工程学院, 哈尔滨 150090;

3. 波兰科学院基础技术研究所智能技术部, 华沙, 02-106, 波兰)

摘 要: 针对大型复杂结构的整体监测常常面临测量信息不足等困难, 提出只利用局部动态响应进行子结构损伤识别的局部主频率方法。子结构的局部主频率指: 如果整体模态中含有以局部子结构位移为主的模态, 即等价于在局部激励作用下, 整体结构的振动主要体现为子结构的振动, 并且主要以这阶局部模态振动为主, 那么对应的该阶频率即定义为子结构的局部主频率。局部主频率主要反映子结构的局部特性, 对子结构损伤的灵敏度高, 所以只利用局部主频率就可以识别子结构。当子结构特征不明显时, 提出通过附加质量使子结构具有局部主频率的有效方法。该文进行了大型空间桁架的局部动力测试试验, 试验中通过附加质量使杆件子结构具有局部主频率, 并能准确地识别出杆件损伤的位置和程度。

关键词: 结构健康监测; 损伤识别; 子结构; 模态分析; 频率响应

中图分类号: TU311.3 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2010.12.0928

THE STUDY AND EXPERIMENT OF SUBSTRUCTURE DAMAGE IDENTIFICATION BASED ON LOCAL PRIMARY FREQUENCY

HOU Ji-lin¹, OU Jin-ping^{1,2}, Łukasz JANKOWSKI³

(1. School of Civil Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China;

3. Smart-Tech Centre, Institute of Fundamental Technological Research, Polish Academy of Sciences, 02-106, Warsaw, Poland)

Abstract: For huge complex structures, it is difficult to obtain enough information which is required necessarily in their global monitoring. Aiming at this problem, a Local Primary Frequency (LPF) method is proposed for a local damage identification using only a local measured response, which is easy to be performed in a real application. LPF belongs to the frequencies of a global structure, but the distortion of the corresponding mode mainly concentrates on a substructure under the local excitation and the substructure vibrates mainly in the form of this mode. In this way, the corresponding frequency is defined as the LPF of the substructure or it is said that the substructure has its LPF. Therefore LPF reflects more characteristics of the substructure and is sensitive to the local substructure damage, and hence only a Local Primary Frequency is enough to identify the substructure damage. However generally substructures don't own their LPFs. Locating additional mass on the substructure is proposed as an efficient method to make the substructure have LPF. An experiment of a big space truss is used to verify the proposed method. Both the damage location and damage extent are identified accurately via the substructure LPF.

Key words: structure health monitoring; damage identification; substructure; modal analysis; frequency response

收稿日期: 2010-12-17; 修改日期: 2011-06-03

基金项目: 国家自然科学基金项目(51108057, 51108066); “十二五”国家科技支撑项目(2011BAK02B01, 2011BAK02B03); 中国博士后科学基金项目(20110490142)

通讯作者: 侯吉林(1979—), 男(满), 吉林人, 博士, 主要从事结构健康检测研究(E-mail: hou.jilin@hotmail.com).

作者简介: 欧进萍(1959—), 男, 湖南人, 教授, 博士, 院士, 博导, 主要从事结构振动控制、健康监测等研究(E-mail: oujinping@dlut.edu.cn);

Łukasz JANKOWSKI(1975—), 男, 波兰人, 助理教授, 博士, 主要从事结构健康监测研究(E-mail: lukasz.jankowski@ippt.gov.pl).

结构健康监测是土木工程中的重要研究领域^[1]。结构的大型性和复杂性,以及测试信息的有限性和误差性,是土木工程结构健康监测所面临的主要困难。而子结构方法只需利用局部的动态信息来识别局部构件或子结构,一定程度上可避免这些难点。

现有的文献多数在时域内分析和识别子结构。Yun 等^[2]利用滑动自平均的方法, Yang^[3]利用连续非线性最小二乘方法, 樊素英等^[4]应用广义卡尔曼滤波, Koh 等^[5]利用频响函数, 谢献忠等^[6]结合子结构技术与分解算法或统计平均算法, 欧进萍等提出基于局部脉冲响应和时间序列的约束子结构方法^[7-8], 这些方法都是在时域里面对子结构进行分析和识别。时域方法的优点是方法灵活, 而且可以监测子结构的非线性损伤, 缺点是容易受噪声的影响, 计算量比较大。

频率是结构最基本的特征参数, 对噪声不敏感, 而且容易识别, 是结构损伤识别最重要的依据参数之一, 也是最早用来识别损伤的。1975 年, Vandiver^[9]提出采用频率的变化来识别海洋平台结构的损伤。1997 年, Messina^[10]通过各阶模态频率对各个单元进行损伤程度的灵敏度分析, 可识别多个损伤。

然而, 频率主要反映整体结构的动态特征, 往往对局部的损伤不敏感, 只利用频率进行损伤识别时容易产生误判。为了克服频率对局部损伤不敏感的缺点, 本文提出局部主频率的子结构损伤识别方法。局部主频率是以子结构位移为主的模态对应的频率, 它对子结构的损伤灵敏度较高。当子结构特征不明显时, 附加质量是使子结构具有局部主频率的有效方法。本文通过大型空间桁架试验验证了方法的有效性。

1 子结构刚度的局部主频率

1.1 子结构的灵敏度

结构的刚度和质量矩阵分别为 \mathbf{K} 和 \mathbf{M} , 则其第 i 阶频率 ω_i 和质量归一化的振型 $\boldsymbol{\varphi}_i$ 满足特征方程:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_i = \omega_i^2 \\ \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i = 1 \end{cases} \quad (1)$$

若结构含有 n 个子结构, 设第 j 个子结构的局部刚度矩阵为 $\mathbf{K}_j^{(e)}$, 那么该子结构对应整体结构的扩展刚度矩阵为 \mathbf{K}_j , $\mathbf{K}_j = \mathbf{N}_j^T \mathbf{K}_j^{(e)} \mathbf{N}_j$, 其中 \mathbf{N}_j 为

第 j 个子结构的局部自由度编号对应整体自由度的定位矩阵。

若子结构 j 的损伤因子为 α_j , 则整体结构的刚度可表示为:

$$\mathbf{K} = \sum_{j=1}^n \alpha_j \mathbf{K}_j \quad (2)$$

那么, 结构的第 i 阶频率 ω_i 关于子结构损伤因子 α_j 的灵敏度 $\xi_{i,j}$ 可表达为:

$$\xi_{i,j} = \frac{\partial \omega_i}{\partial \alpha_j} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K}_j \boldsymbol{\varphi}_i}{2\omega_i} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_{j,i}^T \mathbf{K}_j^{(e)} \boldsymbol{\varphi}_{j,i}}{2\omega_i} \quad (3)$$

式中, $\boldsymbol{\varphi}_{j,i} = \mathbf{N}_j \boldsymbol{\varphi}_i$, $\boldsymbol{\varphi}_{j,i}$ 为第 i 阶模态 $\boldsymbol{\varphi}_i$ 对应第 j 个子结构位置的振型。

对于一阶频率 ω_i , 比较它关于所有子结构损伤因子的灵敏度 $\xi_{i,j}$ ($j=1, 2, \dots, n$), 由式(3)可知, 在各个子结构的刚度 $\mathbf{K}_j^{(e)}$ 差不多的情况下, $\xi_{i,j}$ 的数值大小主要取决于振型 $\boldsymbol{\varphi}_i$ 中对应子结构位置振型 $\boldsymbol{\varphi}_{j,i}$ 的位移大小, 位移越大, 则其灵敏度越大。

1.2 子结构的局部主频率

由结构的模态分析可知, 低阶模态往往反映整体结构的信息, 各个子结构的位移相差可能不会很大, 所以低阶模态关于各个子结构的灵敏度相差可能不是特别明显; 而对于一些高阶模态, 会出现只以某个局部子结构振动为主的情况, 那么这里将这个高阶频率定义为对应子结构的局部主频率。局部主频率关于对应子结构的损伤因子具有较高的灵敏度。

为了进一步揭示局部主频率的特点, 定义相对灵敏度 $\eta_{i,j} = \xi_{i,j} / \omega_i$, 由式(3)可知相对灵敏度为:

$$\eta_{i,j} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K}_j \boldsymbol{\varphi}_i}{2\omega_i^2} \quad (4)$$

则第 i 阶频率对所有子结构的相对灵敏度 $\eta_{i,j}$ ($j=1, 2, \dots, n$) 进行求和, 令其为 ζ_i , 经过简单的推导可以得到:

$$\zeta_i = \sum_{j=1}^n \eta_{i,j} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K}_j \boldsymbol{\varphi}_i}{2\omega_i^2} = \frac{1}{2} \quad (5)$$

由式(5)可知任何一阶频率对所有子结构的相对灵敏度总和不变为 0.5。如果设子结构 j 的局部主频率为 ω_{sj} , 则其相对灵敏度 $\eta_{sj,j}$ 会比较大。因为相对灵敏度总和不变, 那么 $\eta_{sj,i}$ ($i \neq j$) 必然比较小。这说明子结构 j 的损伤对其局部主频率 ω_{sj} 的变化

起主导因素,其他子结构的变化对 ω_y 影响都很小,从而只利用局部主频率即可以实现近似识别对应的子结构。

局部主频率属于局部子结构的动态特性,一般局部激励就可以将其激励出来,也很容易被识别,试验操作和损伤因子的优化识别并不困难,但利用局部主频率时需要注意以下2个问题:

1) 由于子结构属于整体结构的一部分,整体结构对子结构边界的约束程度在各个方向不一定相同,从而会导致不同方向的局部激励获得不同的局部主频率,在试验中将进行具体说明。

2) 局部主频率方法忽略其他子结构的损伤变化对其局部主频率的影响,然后利用子结构高灵敏度的特点进行损伤识别,注意这里是忽略其他子结构损伤的“变化”对其的影响,而并不是忽略其他子结构的影响,所以仍然要将子结构放在整体结构中,考虑整体结构的有限元模型,来进行分析和识别。

1.3 基于附加质量的局部主频率方法

一般情况下,子结构并不具有局部主频率。由于子结构是整体的一部分,因此即使在局部激励的作用下,往往也会激起整体的振动,从而分散局部激励的能量,使结构以多模态振动。这种情况下,很难辨认哪些频率能更多反映子结构的特性,哪些频率更多反映的是整体结构的特性。所以为了使子结构具有局部主频率,从其他频率中突显出来,并能以局部主频率振动,提出采用在子结构内部附加质量的方法,来提高子结构的权重。附加质量与局部主频率的关系是一个非线性关系,很难给出一个具体的准确的表达式。上一小节证明了局部主频率对所有子结构的相对灵敏度总和不变为0.5,所以附加质量提高子结构对主频率影响的权重后,同时减低了其他结构的损伤对识别的影响。也可以从能量的角度解释:附加的局部质量作为子结构的一部分,提高了子结构的振动能量,约束和限制了激励的能量向整体扩散,使局部激励不能或很少激起整体模态的振动,从而使子结构具有局部主频率,并以其局部主频率振动。

附加质量的大小显然主要取决杆件的质量的大小,当构件比较轻巧时(如钢结构)附加的质量会比较小,当构件比较厚重时(如混凝土结构)附加质量会比较大。而当附加质量比较大时,实际操作和质量安装都会存在一定困难,所以实际工程中,该

方法适用于构件较轻的结构。

下文将结合空间桁架试验来介绍附加质量的局部主频率方法。

2 空间桁架试验验证

桁架结构受力合理,计算简单,施工方便,适用性强,是土木工程领域很重要的结构形式。桁架结构往往由成百上千个杆件组成,所以每个杆件的变化或者损伤对整体桁架结构的影响都很小。如果要同时准确地识别出所有杆件,显然要布置大量的传感器,才有可能识别出这些杆件的刚度。在实际工程中,显然会耗费大量的人力物力。所以这里采用附加质量的方法使杆件具有局部主频率,然后对其进行损伤识别,下面通过一大型空间桁架进行试验验证。

2.1 桁架模型

二十跨空间桁架,如图1所示,为公铁两用桥的简化试验模型,两端支座铰接,右端可滑动,总长8m,高0.9m,宽0.56m,一共108个结点,312个单元。钢材的弹性模量2.06GPa,密度7850kg/m³。空间桁架由钢管通过球节点和螺栓组装而成。试验中选择桁架侧面的斜杆进行测试,图2为试验中的一个斜杆。



图1 桁架的试验模型

Fig.1 A truss experimental model

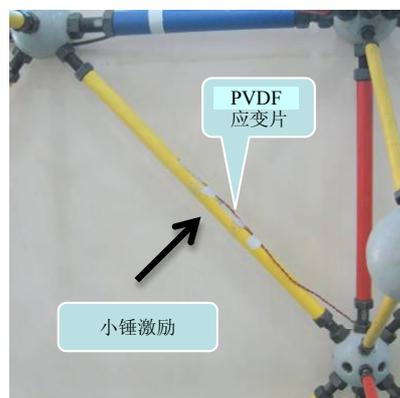


图2 压电薄膜应变传感器

Fig.2 PVDF strain sensor

2.2 局部子结构动力试验

桁架结构在进行整体分析和建模的时候,杆件一般都简化为二力杆单元,这是因为桁架结构在整体分析中主要承受轴力,而且桁架的低阶模态一般也是以轴向变形为主的,所以只考虑杆件轴向刚度即可。由于本试验更关注局部杆件的动力性能,另外抗弯刚度和轴向刚度两者是相关联的,由抗弯刚度的变化可以间接推导出轴向刚度的变化,而且抗弯刚度易于进行局部测试,更能体现杆件的局部动态特性,所以试验中监测局部杆件的抗弯性能,识别抗弯刚度的损伤。

2.2.1 杆件本身的动力性能

为了能捕捉到杆件本身的动力特性,这里首先在一个斜杆上布置压电薄膜(PVDF)应变传感器,如图2, PVDF质量轻、刚度小,不会改变桁架杆件本身的动力特性。

在图2斜杆所在平面内(纸平面),沿垂直于杆件的方向,在杆件中间的位置利用小锤进行敲击,见图2下方。图3为PVDF所测量的应变响应,图4为对应响应的功率谱,可以看出,功率谱上出现了多个峰值,分别在180Hz、260Hz和300Hz左右。说明杆件的子结构特征不十分明显,并不具有局部主频率。下面采用附加质量的方法使其具有局部主频率,提高其灵敏度。

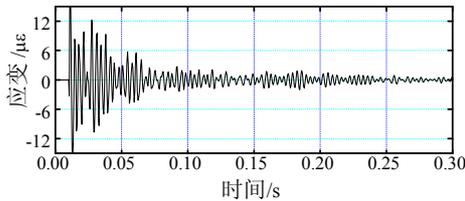


图3 实测应变响应

Fig.3 The measured strain responses

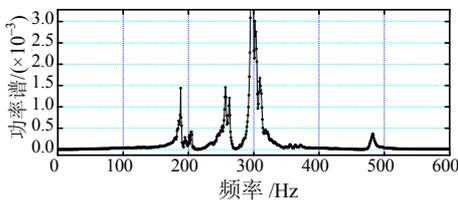


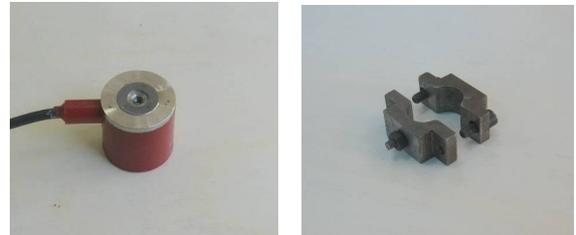
图4 应变响应的功率谱

Fig.4 The PSD of the measured responses

2.2.2 附加质量后杆件的动力性能

理论上通过有限元模型,试算估计出需要附加的质量使杆件具有局部主频率。试验或者实际工程也可采用分级增加质量的方法,当响应的频谱具有一个主要的峰值的时候,确定所需附加的

质量。一个加速度传感器和其连接件共340g,见图5,因此试验中通过在杆件的中间布置加速度器的方式实现在杆件上附加质量,考虑激励的方向和附加质量数目的不同,分为4种工况进行测试,见图6。

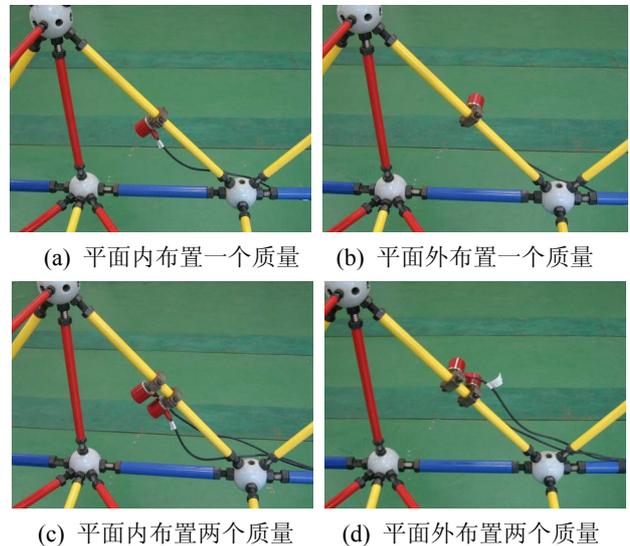


(a) 加速度传感器

(b) 连接件

图5 加速度传感器和连接件

Fig.5 The accelerometer and its connection



(c) 平面内布置两个质量

(d) 平面外布置两个质量

图6 4种工况

Fig.6 Four cases to be performed

沿传感器测量的方向在杆件中间位置用小锤进行敲击,图7为4种工况测量的响应中分别截取的一段自由响应,图8为总响应的功率谱。由这两幅图并结合图3和图4,可以得到以下结论:

1) 附加质量可以使杆件具有局部主频率。先观察杆件平面内的三组响应,当杆件上由无附加质量、附加一个质量到增加两个质量,对应响应功率谱的峰值由多个到两个最后减少到一个。说明在附加一定质量后,结构的振动主要以杆件子结构位移为主的模态振动,小锤敲击的能量主要被附加的质量和局部杆件所吸收,从而约束和限制能量流向整体其他模态。当流向其他模态的能量降低到足够小,则响应的功率谱只剩下一个峰值了。

2) 杆件的不同方向具有不同的局部主频率。分

别比较平面内和平面外质量相同时对应的功率谱，可以看出，虽然杆件截面是圆环形状，附加质量也相同，但由于平面内约束刚度要大于平面外约束刚度，所以杆件平面内的局部主频率大于平面外局部主频率。

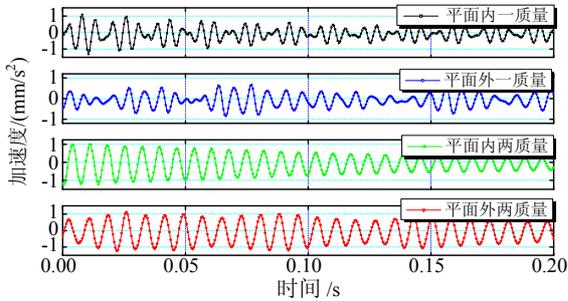


图 7 4 种工况下的自由响应
Fig.7 Free responses of four cases

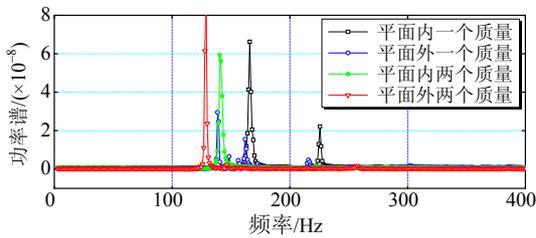


图 8 4 种工况下响应的功率谱
Fig.8 The PSDs of four cases

2.3 杆件损伤识别

在桁架中选取 14 根侧面斜杆进行局部动力监测试验。由于 2 个质量可使杆件具有局部主频率，另外杆件平面内的约束刚度稍微大一点，所以传感器布置和测量方向选择图 6(c)的方式，即在杆件的平面内布置 2 个质量。其中第 12 根杆件为损伤的杆件，见图 9，试验中采用局部削减截面的方式模拟损伤，杆件和损伤的尺寸见图 10，钢管壁厚为 2mm。

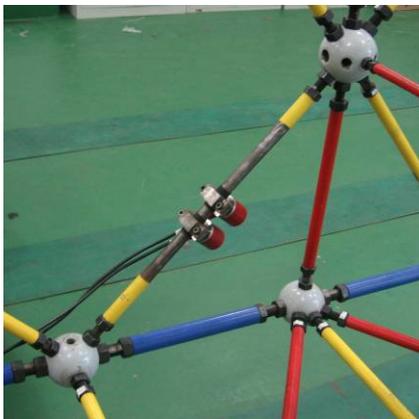


图 9 损伤杆件
Fig.9 The damaged element

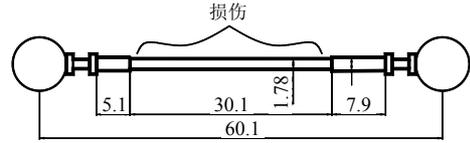


图 10 杆件损伤的尺寸 /cm

Fig.10 The damage extents of the damaged element

2.3.1 损伤位置识别

利用加速度传感器拆卸灵活的特点，分别对这 14 个杆件进行局部动态测试，其响应的功率谱为图 11，识别局部主频率见图 12。由图 12 可以看出，13 根未损伤杆件的局部主频率基本相同，平均为 140.49Hz，只有第 12 根即损伤杆件的局部主频率略低，为 124.02Hz，这从侧面也说明第 12 个杆件发生了损伤，证明了局部主频率对局部子结构的损伤敏感。

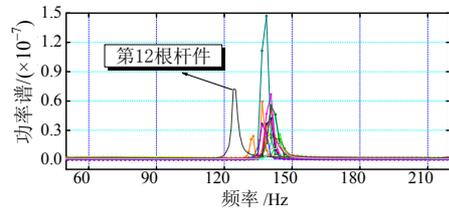


图 11 实测响应的功率谱

Fig.11 The PSDs of measured responses

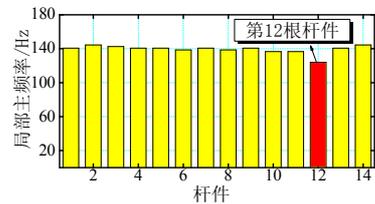


图 12 14 根杆件的局部主频率

Fig.12 The local primary frequencies of the 14 elements

由图 12 中可以发现 13 根未损伤杆件的局部主频率是一致的，这是由于这些杆件在整体结构中的材料参数和几何参数相同，杆件与周围结点和杆件的连接方式相似，整体结构对杆件两端的约束刚度都很接近，局部激励方向相同，在这些条件的前提下，附加的两个质量提高了杆件的局部特性，使得更多的杆件本身的局部特性被激励出来，所以尽管这些杆件在整体结构中的位置不同，但它们的局部主频率仍然很接近。

因此，通过图 12 比较相似杆件的局部主频率，可直接准确判断第 12 根杆件发生了损伤，下面进行损伤程度的识别。

2.3.2 损伤程度识别

为了准确地建立能反映杆件局部动态特性的

有限元模型, 考虑球结点半径内的刚度加强、结点的螺栓连接长度内的刚度减弱, 和传感器及其连接件的布置位置和其重量, 建立精细的整体有限元模型。

因为杆件的损伤主要体现在局部主频率的变化上, 另外由上文推导的相对灵敏度总和为 0.5 的原理知, 其他杆件的变化对局部主频率的影响会很小, 所以可忽略其他杆件变化的影响, 将杆件的损伤与局部频率近似为一一对应的映射关系。本文通过构建这个映射关系快速识别杆件的损伤, 不需要优化搜索, 操作简单, 计算效率高。

下面结合有限元模型分别采用绝对频率法和相对频率法对杆件进行损伤识别。

1) 绝对频率法。

因为附加质量后, 杆件的损伤主要和局部主频率相关, 因为损伤因子越大(这里 1 表示未损伤, 0 表示完全损伤), 杆件刚度越大, 所以局部主频率会越大, 两者是单调递增的关系。为了近似确定两者之间的关系曲线, 在有限元模型中分别给定待识别杆件 5 种损伤因子, 为 $\mu_i = 0.2 \times i$ 来试算, 来计算不同损伤因子对应的杆件局部主频率 $\omega(\mu_i)$, 如图 13。然后对这 5 个点进行二次曲线拟合, 然后实测杆件的局部主频率 124.02Hz 代入图 13 中的曲线中, 可以近似计算出损伤为 0.577, 这和根据这段杆件的截面削减尺寸计算出来的抗弯刚度折减系数 0.51 很接近。

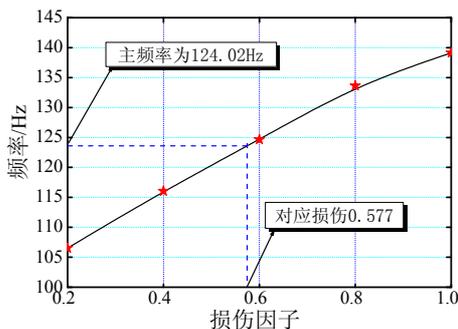


图 13 绝对频率法

Fig.13 Absolute frequency method

这里将直接利用杆件局部主频率拟合的曲线进行识别的方法称为绝对频率法。有限元模型和实际模型会存在一定的差异, 所以绝对频率方法在一定程度上误差会大一些, 下面相对频率法。

2) 相对频率法。

将图 14 中损伤因子与主频率的映射, 转化为损伤因子 μ 与局部主频率相对未损伤时频率的变

化 $k(\mu) = \omega(\mu) / \omega(1)$, 如图 14。因为实测杆未损伤时为 140.63Hz, 损伤后为 124.02Hz, 所以损伤后, 局部主频率为未损伤时的 88.2%, 那么通过图 14 可以求出子结构的损伤为 0.548。

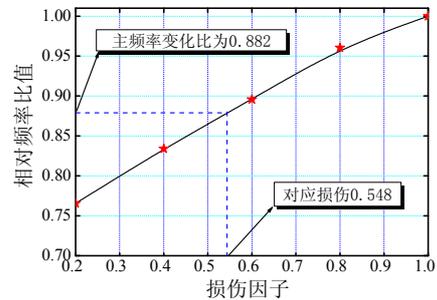


图 14 相对频率法

Fig.14 Relative frequency method

这里将利用损伤前后杆件相对变化来确定损伤因子的方法称为相对频率法。相对频率方法利用了未损伤前的信息, 由有限元模型的局部主频率的变化来确定映射关系, 在一定程度上弱化了有限元模型的误差, 所以识别精度相对更高一些。

3 结论

本文提出基于局部主频率的子结构损伤识别方法, 通过空间桁架试验验证了该方法的有效性, 得到以下主要结论:

(1) 局部主频率对子结构损伤的灵敏度较高, 所以利用单一的局部主频率就可以比较准确的识别子结构损伤。而且试验中激励的施加和传感器的布置都很容易操作, 具有一定实际意义。

(2) 当子结构的局部特性不明显时, 特别是桁架的杆件作为子结构时, 附加质量的方法是使子结构具有局部主频率的一个有效方法, 简单易行。

(3) 子结构是整体结构的一部分, 所以局部主频率仍然属于整体结构的频率, 只不过它含有更多的局部信息, 对子结构的损伤更敏感。因此若要准确地识别子结构, 仍需参考整体的有限元模型, 将子结构放在整体结构中, 考虑整体结构对子结构的约束情况。

参考文献:

- [1] 欧进萍. 重大工程结构智能传感网络与健康监测系统的研究与应用[J]. 中国科学基金, 2005, 19(1): 8-12.
Ou Jinping. Research and practice of smart sensor networks and health monitoring systems for civil infrastructures in mainland China [J]. Bulletin of

- National Natural Science Foundation of China, 2005, 19(1): 8—12. (in Chinese)
- [2] Yun C, Lee H. Substructural identification for damage estimation of structures [J]. *Structural Safety*, 1997, 19(1): 121—140
- [3] Yang J, Huang H. Substructure damage identification using sequential nonlinear LSE method [C]. 4th International Conference on Earthquake Engineering, Taipei, Taiwan, China, October 12-13, 2006, Paper No. 119.
- [4] 樊素英, 李忠献. 桥梁结构物理参数识别的双单元子结构法[J]. *工程力学*, 2007, 24(6): 68—72.
Fan Suying, Li Zhongxian. A double-element substructure method for physical parameter identification of bridge structures [J]. *Engineering Mechanics*, 2007, 24(6): 68—72. (in Chinese)
- [5] Koh C, Shankar K. Substructural identification method without interface measurement [J]. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, 2003, 129(7): 769—776.
- [6] 谢献忠, 易伟建. 结构物理参数时域识别的子结构方法研究[J]. *工程力学*, 2005, 22(5): 94—98.
- Xie Xianzhong, Yi Weijian. A substructure method for parameter estimation in time domain [J]. *Engineering Mechanics*, 2005, 10(5): 94—98. (in Chinese)
- [7] Hou Jilin, Jankowski L, Ou Jinping. A substructure isolation method for local structural health monitoring [J]. *Structural Control & Health Monitoring*, 2010. DOI: 10.1002/stc.389.
- [8] 侯吉林, 欧进萍. 基于局部时间序列的约束子结修正法[J]. *振动工程学报*, 2009, 22(3): 305—312.
Hou Jilin, Ou Jinping. Isolated substructure model updating based on local time series [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2009, 22(3): 305—312. (in Chinese)
- [9] Vandiver J K. Detection of structural failure on fixed platforms by measurement of dynamic response [C]. *Proceeding of the 7th Annual Offshore Technology Conference*, 1975: 243—252.
- [10] Messina A, Contursi T, Williams E. Multiple damage evaluation using natural frequency changes [C]. *Proceedings of the 15th International Modal Analysis Conference*, 1997: 658—664.

(上接第 98 页)

- [3] Xue L. A unified expression for low cycle fatigue and extremely low cycle fatigue and its implication for monotonic loading [J]. *International Journal of Fatigue*, 2008, 30(10/11): 1691—1698.
- [4] Nip K H, Gardner L, Davies C M, et al. Extremely low cycle fatigue tests on structural carbon steel and stainless steel [J]. *Journal of Constructional Steel Research*, 2010, 66(1): 96—110.
- [5] Nathaniel G C, Krawinkler H. Uniaxial cyclic stress-strain behavior of structural steel [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1985, 111(9): 1105—1120.
- [6] 董永涛, 张耀春. 建筑用钢循环塑性本构模型[J]. *哈尔滨建筑工程学院学报*, 1993, 26(5): 106—112.
Dong Yongtao, Zhang Yaochun. Cyclic plasticity constitutive model of structural steel [J]. *Journal of Harbin University of Civil Engineering and Architecture*, 1993, 26(5): 106—112. (in Chinese)
- [7] Krawinkler H, Zohrei M, Bahman L I, et al. Recommendations for experimental studies on the seismic behavior of steel components and materials [R]. Stanford, CA: Earthquake Engineering Center, Department of Civil and Environmental Engineering, Stanford University, 1983.
- [8] 王娟明, 徐波, 沈聚敏. 反复荷载作用下钢筋的本构关系[J]. *建筑结构学报*, 1992, 13(6): 41—47.
Wang Xianming, Xu Bo, Shen Jumin. A constitutive model of reinforcing steel under reversed loading [J]. *Journal of Building Structures*, 1992, 13(6): 41—47. (in Chinese)
- [9] Ramberg W, Osgood W R. Description of stress-strain curves by three parameters [R]. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics, TN 902, 1943.
- [10] Atkan A E, Karlson B I, Sozen M A. Stress-strain relationships of reinforcing bars subjected to large strain reversals [J]. *Civil Engineering Studies*, SRS No.397 University of Illinois; Urbana-Champaign; Ill. 1973.
- [11] Chaboche J L. Time independent constitutive theories for cyclic plasticity [J]. *International Journal of Plasticity*, 1986, 2(2): 149—88.
- [12] Esmaeily A, Xiao Y. Behavior of reinforced concrete columns under variable axial loads: Analysis [J]. *ACI Structural Journal*, 2005, 102(5): 736—744.
- [13] Légeron F, Paultre P, Mazars J. Damage mechanics modeling of nonlinear seismic behavior of concrete structures [J]. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 2005, 131(6): 946—955.
- [14] ABAQUS. Analysis user's manual I_V. Version 6.9 [M]. USA: ABAQUS, Inc., Dassault Systèmes, 2009.