

文章编号: 1000-4750(2012)09-0075-05

刚塑性扁球壳受弹体冲击时动力学响应的近似解

戴 耀, 种 肖, 董耀国

(装甲兵工程学院机械工程系, 北京 100072)

摘 要: 研究扁球壳在弹体局部冲击载荷作用下的响应问题。首先, 在球壳材料为刚塑性模型的假设下, 基于现有球壳理论的研究基础, 对球壳的变形能模型进行改进, 仅考虑凹陷区域变形能和棱区膜变形能, 根据能量守恒原理, 得到了球壳在冲击载荷下的理论结果; 其次, 在棱区的宽度和凹陷区半径之间引入近似关系式 $l \approx 0.05a$, 以此为基础给出了刚塑性球壳在低速弹体冲击下的显式近似理论解; 进一步, 将近似解与实验的各种情况进行对比, 误差均小于 10%; 最后, 采用 LS-DYNA 有限元软件进行数值模拟, 也取得了与近似解一致的结果。

关键词: 扁球壳; 冲击; 动力学响应; 数值模拟; 近似解

中图分类号: O346 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2010.12.0907

APPROXIMATE SOLUTION TO DYNAMIC RESPONSE FOR RIGID-PLASTIC FLAT SPHERICAL SHELLS UNDER IMPACT BY PROJECTILE

DAI Yao, CHONG Xiao, DONG Yao-guo

(Department of Mechanical Engineering, Academy of Armored Forces Engineering, Beijing 100072, China)

Abstract: The response of flat spherical shell is studied under local impact by a projectile. Firstly, the model of deformation energy of the flat spherical shell is improved based on the available dynamic theoretical research on spherical shell and the assumption of rigid-plastic material. The energy associated with dimple deformation and membrane deformation in the ridge is considered only. The theoretical result of spherical shell is obtained under impact loading according to the law of energy conservation. Next, the approximate relationship, i.e. $l \approx 0.05a$ between radius of the dimple and width of the ridge is introduced and the explicit approximate theoretical solution of the shell is given under the impact of low velocity. Then, a comparison is made between the theoretical and experimental results, which indicates that the relative errors are less than 10%. Finally, a simulation is carried out using finite element software LS-DYNA. The numerical results are in good agreement with the corresponding approximate theoretical ones.

Key words: flat spherical shell; impact; dynamic response; numerical simulation; approximate solution

非线性弹塑性大变形冲击动力学问题, 要得到工程上适用的解析解, 这明显是一个极为困难的问题。为此, 抓住主要特征或问题的本质, 建立合适的简化理论模型, 从而得到有适用价值的“理论公式”, 是众多研究者追求的目标之一。Pogorelov^[1]首先针对凸壳的大变形是在载荷作用点周围形成

近似于等容积凹陷的变形特征, 引入了等距镜面反射的假定, 即变形可由两部分组成: 一部分是对称反射后的凹陷区; 另一部分是余下的无变形区, 进而首次给出了有重要影响的近似理论解。文献[2-5]在[1]的基础上, 引入了棱区, 利用能量守恒, 给出了刚塑性球壳在局部冲击载荷作用下残余

收稿日期: 2010-12-12; 修改日期: 2011-09-17

基金项目: 装甲兵工程学院战略投资项目(2006ZL08)

通讯作者: 戴 耀(1947-), 男, 安徽桐城人, 教授, 博士, 博导, 从事机械结构强度研究(E-mail: dai_yao@sina.com).

作者简介: 种 肖(1987-), 男, 山东济宁人, 硕士, 从事机械结构强度研究(E-mail: chongxiao2005@163.com);

董耀国(1981-), 男, 山东威海人, 硕士, 从事机械结构强度研究(E-mail: 396460897@qq.com).

大变形解,建立了外载与球壳残余变形之间的关系,并进一步对平头圆柱体撞击固支铝合金球壳进行了较系统的试验研究,取得了与理论模型较为一致的结果。Zhong H Z 和 Ruiz C^[6]对球壳在平头圆柱体撞击下的破坏行为进行了研究,假定受撞击后的球壳形成一个正多面体的锥台,利用能量守恒,建立了球壳中心残余挠度和撞击体动能间的半经验公式,给出的计算结果与试验比较吻合。Wen H M^[7]给出了球壳在弹体作用下塑性变形的半经验公式,且与实验结果吻合较好。本文研究的目的是希望在上述研究的基础上,简化能量模型,得到更为简单实用的显式近似解析解。

1 球壳受低速冲击的理论解

本文研究的各向同性刚塑性球壳如图 1 所示,其中曲率半径为 R ,底圆半径为 r_0 ,厚度为 h ;弹体为平头圆柱体,弹体以较低的初速冲击壳顶部,因此弹体不会嵌入壳体或不对壳体形成冲塞。

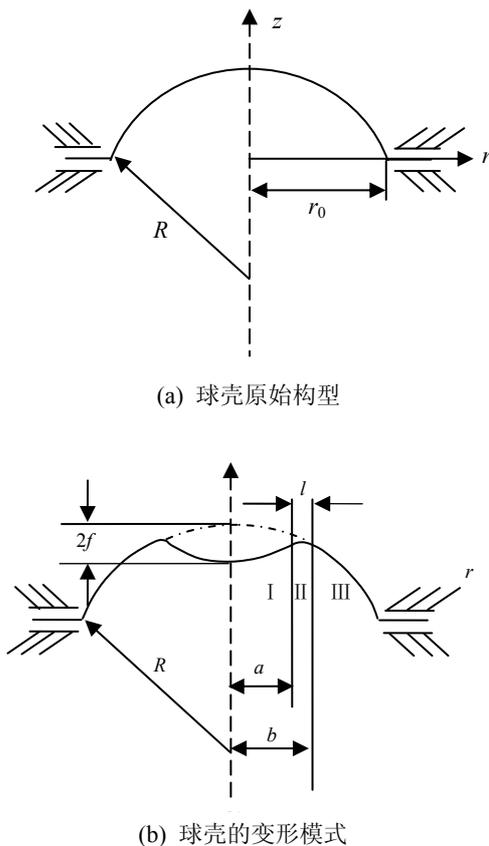


图 1 变形模式示意图

Fig.1 Deformation mode of spherical shell

为方便问题的研究和得出有效地近似理论解,现对问题做一些适当的简化,这里沿用文献中常用

的一些理论假设^[2-3]:

1) 变形假定:对于这样一个高度非线性问题,在几何变形方面给出一个合理的简化,是至关重要的。借鉴 Pogorelov 理论的近似解法,将球壳的变形分成三部分来考虑^[8-10]:凹陷部分、棱区和未变形部分。当集中力作用在弹性球壳上时,一个局部球凹陷(与未变形时的曲率相反)在壳上产生,且此凹陷的大小随着载荷的增加而增加。

2) 屈服条件假定:精确的壳体屈服条件,是考虑了膜力和力矩的相互作用的,为了简化计算,采用弱相互作用屈服条件,即忽略膜力和力矩之间的相互作用,而分别用膜力和力矩建立理想刚塑性材料壳体的屈服条件。

3) 弹体假定:由于弹体和球壳通过接触而相互作用,而考虑它们相互作用的接触过程是非常复杂的。为此,假定弹体在一开始就粘贴在壳顶,一直到运动停止,并且假定弹体为刚性的。

1.1 扁球壳位移模态

对于扁球壳,由变形假定,可取壳体的变形模态为:

$$\begin{cases} w_1(r) = 2f(1-r^2/a^2) + a(b-a)/R, & 0 \leq r \leq a \\ w_2(r) = [ab^2/(R(b-a))](1-r/b)^2, & a \leq r \leq b \\ w_3(r) = 0, & b \leq r \leq r_0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $b = a + l$; $2f = \frac{a^2}{R}$ 。

当 $r = a$ 时,满足 $w_1 = w_2$ 和 $\frac{dw_1}{dr} = \frac{dw_2}{dr}$ 。

基于 Pogorelov 的曲面弯曲理论,并假定壳体材料为理想刚塑性,即采用如下弱相互作用的屈服条件^[2]:

$$\begin{cases} N_r = N_\theta = \sigma_0 h \\ M_r = M_\theta = \sigma_0 h^2 / 4 \end{cases} \quad (2)$$

式中: σ_0 是材料的屈服应力; h 是壳体的厚度。

1.2 塑性耗散能 U

在中心区域,壳体的变形是由镜面反射给出的,可得:

$$\begin{cases} \varepsilon_r^{(1)} = \varepsilon_\theta^{(1)} = 0 \\ \Delta k_r^{(1)} = \Delta k_\theta^{(1)} = \frac{2}{R}, & 0 \leq r \leq a \end{cases} \quad (3)$$

因此, 凹陷区域的变形能主要是由壳体曲率改变造成的, 即凹陷区域壳体的变形能为:

$$U_1 = \iint_{S_1} (N_r |\varepsilon_r^{(1)}| + N_\theta |\varepsilon_\theta^{(1)}| + M_r |\Delta k_r^{(1)}| + M_\theta |\Delta k_\theta^{(1)}|) dS = 4M_0 S_1 / R \quad (4)$$

其中, S_1 为 I 区面积, 对于扁球壳有:

$$S_1 \cong \pi a^2 \quad (5)$$

在 II 区, 塑性耗散能计算比较复杂, 不仅考虑弯曲变形能, 而且要考虑薄膜变形能, 为方便可令 U''_{II} 表示薄膜变形能, U'''_{II} 表示弯曲变形能, 由 Von Karman 大变形理论可知几何方程为:

$$\begin{cases} k_r^{(II)} = -\frac{d^2 w_2}{dr^2} \\ k_\theta^{(II)} = -\frac{1}{r} \frac{dw_2}{dr} \\ \varepsilon_r^{(II)} = \frac{d\bar{w}}{dr} \frac{dw_2}{dr} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw_2}{dr} \right)^2 \\ \varepsilon_\theta^{(II)} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

其中, \bar{w} 为扁球壳的中面方程, 在扁球壳位移模式的假设下可得:

$$\begin{cases} k_r^{(II)} = -\frac{2a}{R(b-a)} \\ k_\theta^{(II)} = \frac{2ab}{R(b-a)} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{b} \right) \\ \varepsilon_r^{(II)} = -\frac{2ab(b-r)(r-a)}{R^2(b-a)^2} \\ \varepsilon_\theta^{(II)} = 0 \end{cases}, \quad a \leq r \leq b \quad (7)$$

在内半棱区, 壳体沿子午线方向受拉; 外半棱区, 壳体沿子午线方向受压。于是, 薄膜变形能 U''_{II} 为:

$$U''_{II} = \int_a^{a+b} N_r |\varepsilon_r^{(II)}| 2\pi r dr + \int_{a+b}^b N_r |\varepsilon_r^{(II)}| 2\pi r dr = \frac{\pi ab(b^2 - a^2) N_0}{3R^2} \quad (8)$$

弯曲变形能 U'''_{II} 为:

$$U'''_{II} = \int_a^b M_r |k_r^{(II)}| 2\pi r dr + \int_a^b M_\theta |k_\theta^{(II)}| 2\pi r dr = \frac{4\pi ab M_0}{R} \quad (9)$$

进而有:

$$U_{II} = U''_{II} + U'''_{II} = \frac{\pi ab(b^2 - a^2) N_0}{3R^2} + \frac{4\pi ab M_0}{R} \quad (10)$$

对于 III 区, 由于假定壳体不变形, 则 $U_{III} = 0$

球壳的总耗散能为:

$$U = U_I + U_{II} + U_{III} = \frac{4\pi a^2 M_0}{R} + \frac{\pi ab(b^2 - a^2) N_0}{3R^2} + \frac{4\pi ab M_0}{R} \quad (11)$$

将 $b = a + l$, $M_0 = \sigma_0 h^2 / 4$ 及 $N_0 = \sigma_0 h$ 代入式 (11) 得:

$$U = \frac{\pi h^2 a(2a + l) \sigma_0}{R} + \frac{\sigma_0 \pi h a(a + l)(2al + l^2)}{3R^2} \quad (12)$$

由式 (12) 可以看出, U 是关于 2 个待定参数 a 和 l 的函数。

1.3 改进模型

由式 (11) 可以看出棱区的弯曲变形能 U'''_{II} 大于中心凹陷区域的变形能 U_1 , 显然此种理论模型的能量分配不是很合理, 棱区能耗太大, 致使模型误差较大, 所以考虑对模型进行合理的改进。

对于棱区变形能, 由于弹体的冲击作用, 对于薄壳结构, 在极限状态即最大挠度时, 棱区内受拉为主要变形, 即将弯曲变形忽略, 则棱区的变形能为:

$$U_{II} = \frac{\pi ab(b^2 - a^2) N_0}{3R^2} \quad (13)$$

则总耗散能为:

$$U = \frac{\pi h^2 a^2 \sigma_0}{R} + \frac{\sigma_0 \pi h a(a + l)(2al + l^2)}{3R^2} \quad (14)$$

其次, 根据实验结果发现, 棱区的宽度 l 与变形区域半径 a 有较大的关系, 因此我们假定 l 是 a 的函数, 即 $l = l(a)$ 。为使耗散能 $U(a, l)$ 取最小值, 则有:

$$dU = 0 \quad (15)$$

由此导出:

$$\frac{da}{dl} + \frac{6a^2 l + 3al^2 + 2a^3}{6aRh + 6a^2 l + l^3 + 6al^2} = 0 \quad (16)$$

以式 (16) 为基础对 l 和 a 的函数关系进行大量假设计算, 并将计算结果和实验结果对比, 如表 1 给出了 $l \cong 0.1a$ 和 $l \cong 0.05a$ 两种情况下的计算结果, 与实验对比发现, 引入下述 l 与 a 之间的线性关系时:

$$l \cong 0.05a \quad (17)$$

近似理论解和实验结果吻合较好。

当球壳受初速为 v_0 质量为 M 的平头弹冲击时 (弹体动能 $U = \frac{Mv_0^2}{2}$), 由能量守恒可得:

$$\frac{Mv_0^2}{2} = \frac{\pi h^2 a^2 \sigma_0}{R} + \frac{\sigma_0 \pi h a (a + 0.05a) [0.1a^2 + (0.05a)^2]}{3R^2} \quad (18)$$

由式(18)可得弹体初速与球壳残余变形之间的显式理论表达式。

文献[5]给出了固支扁球壳撞击实验的结果,采用的是1mm厚的铝合金压制扁球壳,曲率半径为221.2mm,底圆半径为160mm,撞击球壳的试件为40g的45号钢制成的平头圆柱体,截面半径为6mm。设定不同弹体初速度撞击扁球壳,得到了一系列的数据。

将 $R = 221.2\text{mm}$, $r_0 = 160\text{mm}$, $h = 1\text{mm}$, $\sigma_0 = 190\text{N/mm}^2$, $M = 40\text{g}$ 及每次实验的速度 v_0 代入式(18)求得凹陷区域半径 a ,将解与实验对比得:除了第二次实验($v_0 = 34.75\text{m/s}$)与第七次实验($v_0 = 53.7\text{m/s}$)结果误差较大(分别为8.8%与7.1%),其余偏差都小于5%,可以说理论解与实验结果非常吻合。图2给出了凹陷半径随弹体初速变化曲线,可以看出 $l = 0.05a$ 的理论值与实验值十分接近,所以,我们在以后的计算中就采用 $l = 0.05a$ 。

表1 冲击载荷作用下球壳凹陷半径随速度的变化

Table 1 Radii of the dimple under different projectile velocities

凹陷半径 v_0 /(m/s)	v_0 /(m/s)							
	32	34.75	38	43.5	45.9	53.4	55.05	67
a ($l=0.1a$)/mm	58.74	61.93	65.52	71.23	73.59	80.55	82.01	91.91
$a+l$ ($l=0.1a$)/mm	64.61	68.12	72.07	78.35	80.95	88.61	90.21	101.1
a ($l=0.05a$)/mm	66.50	70.44	74.88	81.95	84.88	93.51	95.31	107.57
$a+l$ ($l=0.05a$)/mm	69.83	73.96	78.62	86.05	89.12	98.19	100.08	112.95
实验残余半径/mm	73	68	79.5	89	87.5	98	101	114

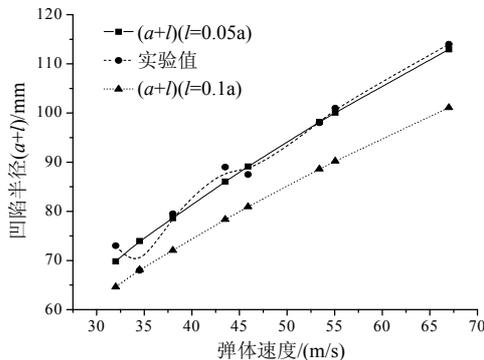


图2 凹陷半径随弹体初速变化曲线

Fig.2 Curves of dimple radii under different projectile velocities

2 球壳受弹体冲击的数值模拟

为了论证近似解的准确性,本文还进行了数值

模拟。

2.1 有限元分析模型

弹体为圆柱体,截面半径6mm,长度45mm,质量40g,初速分别选取32m/s~67m/s的8个值。材料以45号钢为参照,选用刚体材料模型,密度 7830kg/m^3 。扁球壳曲率半径221.2mm,底圆半径 $r_0 = 160\text{mm}$,厚度 $h = 1\text{mm}$,材料为铝合金,采用近似刚塑性材料模型^[11],参数见表2。

表2 球壳的材料参数

Table 2 Material parameter of spherical shell

密度/(kg/m^3)	泊松比	屈服应力/MPa
2900	0.3	190

2.2 数据及结果分析

图3给出了扁球壳在弹体冲击作用下的应力云图,由应力云图可见,应力较大的区域为凹陷区和棱区,未变形区的应力接近零,完全符合壳体变形的理论假设。

为了验证数值模拟的正确性,将模拟结果与试验的数据^[5]进行了对比。表3给出了在不同弹体冲击速度下凹陷半径的试验值与模拟值,图4直观地给出了模拟结果与试验结果的对比。

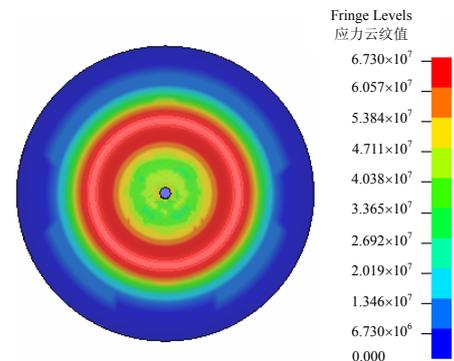


图3 冲击载荷下球壳的应力云图

Fig.3 Stress fringe of spherical shell under impact

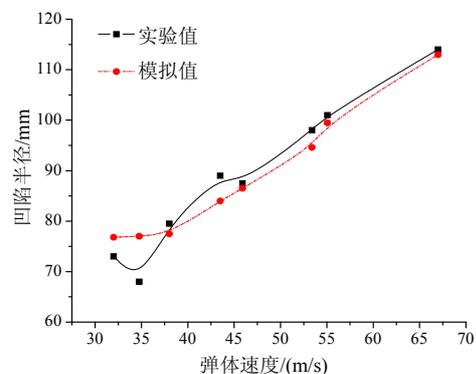


图4 模拟凹陷半径与实验结果对比

Fig.4 Curves of dimple radii of simulation and experiment

表3 球壳凹陷半径模拟结果与试验数据
Table 3 Dimple radii of simulation and experiment

	$v_0/(m/s)$							
	32	34.75	38	43.5	45.9	53.4	55.05	67
试验/mm	73	68	79.5	89	87.5	98	101	114
模拟/mm	76.8	77	77.5	84	86.5	94.6	99.5	113

从曲线图中可以看出, 模拟结果与试验数据吻合较好, 从而, 从另一个侧面支持了本文理论模型的准确性。

3 结论

(1) 本文导出了球壳在低速冲击载荷作用下的无量纲方程及理论解。并在 Pogorelov 等前人工作的基础上, 得出了球壳冲击响应的显式近似理论解; 为其它壳结构的研究提供了有益的参考。

(2) 进一步, 对球壳受弹体冲击响应进行了数值模拟, 并与文献中实验结果对照, 验证了所引入理论模型的正确性, 且具有较高的精度。

(3) 针对球壳的冲击动力学响应问题, 本文应用理论分析方法和数值模拟方法, 对其在弹体冲击载荷下的力学行为进行了分析研究, 其结果为工程设计和武器装备的改进可提供有益的参考。

参考文献:

[1] Pogorelov A G. Geometric method in the nonlinear theory of elastic shells [M]. Moscow: Ird.Nauka, 1967: 5—15.
[2] 宁建国. 弹塑性球壳在冲击载荷作用下的动力分析[J]. 固体力学学报, 1998, 19(4): 313—320.
Ning Jianguo. Dynamic analysis of elastic-plastic thin spherical shells under impact [J]. Acta Mechanica Solida

Sinica, 1998, 19(4): 313—320. (in Chinese)
[3] Ning Jianguo, Song Weidong, Yang Guitong. Failure analysis of plastic spherical shells impacted by a projectile [J]. International Journal of Impact Engineering, 2006, 32: 1464—1484.
[4] Ning Jianguo, Song Weidong. Perforation of plastic spherical shells under impact by cylindrical projectiles [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2006, 27(2): 235—240.
[5] 杨桂通. 结构在冲击载荷作用下的实验研究[J]. 力学学报, 1990, 22(3): 374—379.
Yang Guitong. Experimental study of structures under impact loading. [J]. Acta Mechanica Sinica, 1990, 22(3): 374—379. (in Chinese)
[6] Zhong H Z, Ruiz C. Assessment of damage resulting from missile impact on a spherical shell [J]. International Journal of Impact Engineering, 1990, 9(2): 223—236.
[7] Wen H M. Large plastic deformation of spherical shells under impact by blunt-ended missiles [J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 1997, 69: 147—152.
[8] Martin J B, Symonds P S. Mode approximations for impulsive loaded rigid-plastic structures [J]. Proceeding of the ASCE Conference, 1966(2): 43—56.
[9] Ho Hwa-Shan. Convergent approximations for problem of impulsively loaded structures [J]. Journal of Applied Mechanics, 1972, 38: 852—860.
[10] Martin J B. A note on uniqueness of solutions for dynamically loaded rigid-plastic and rigid-viscoplastic continua [J]. Journal of Applied Mechanics, 1966, 33: 207—209.
[11] LSTC. LS-DYNA keyword user's manual, Version 970 [M]. California: Livermore Software Technology Corporation, 2003: 2021—2035.