第 31 卷 第 6 期 吉首大学学报(自然科学版) Vol. 31 No. 6
2010 年 11 月 Journal of Jishou University (Natural Science Edition) Nov. 2010

文章编号:1007-2985(2010)06-0007-02

二元关系胚的性质及二元关系的胚分解*

李红刚[1],朱红英[2]

(1. 重庆邮电大学数理学院,重庆 400065;2. 重庆黔江区电视大学,重庆 黔江 400900)

摘 要:对于非空集合上的二元关系引入了关系的自反胚、反自反胚、对称胚、反对称胚、等价胚和偏序胚,并讨论了它们的基本性质,得到关系的 3 个唯一的基本胚分解式.

关键词:自反胚;反自反胚;对称胚;反对称胚;等价胚;偏序胚;胚分解式

中图分类号:O153 **文献标志码**:A

二元关系是事物之间的内在联系,它往往有很多特性,常见的二元关系的特性有对称性、反对称性、自反性、反自反性、传递性. 而集中表现这些性质的关系有偏序关系和等价关系[1]. 偏序关系和等价关系的应用十分广泛,它在科学与技术中起着重要的作用. 对于给定的二元关系,可以通过关系的闭包运算而得到包含这种二元关系的偏序关系和等价关系,而这样的偏序关系和等价关系是具有某些性质的最小关系[2]. 笔者对一个给定的二元关系,引入了关系的自反胚、反自反胚、对称胚、反对称胚、等价胚、偏序胚等成分;对二元关系进行特定的分解,将这种关系中的具有对称性、反对称性、自反性、反自反性关系成分分解出来,得到这种二元关系的胚分解关系式. 在此过程中参考了文献[1-7].

1 基本概念

设集合 $B\neq\emptyset$,关系 $R\subseteq B\times B$,设 R 的逆关系 $R^{-1}=\{\langle y,x\rangle \mid \langle x,y\rangle\in R\}$,$R$ 的补关系 $\bar{R}=B\times B-R$,B 上的恒等关系 $I=\{\langle x,x\rangle \mid x\in B\}$[1].

定义 1 设集合 $B\neq\emptyset$,关系 $R\subseteq B\times B$,则 R 的自反胚 $R_r\triangleq R\cap I$,R 的反自反胚 $R_{ir}\triangleq R\cap\bar{I}$,$R$ 的对称胚 $R_s\triangleq R\cap R^{-1}$,$R$ 的反对称胚 $R_{us}\triangleq R\cap\overline{R^{-1}}$. 规定:$B$ 上的空关系 $\emptyset$ 和全关系 $B\times B$ 是平凡的自反、反自反、对称、对称胚.

设集合 $B=\{1,2,3\}$,而且令 B 上的关系 $R=\{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3)\}$,则 R 的自反胚 $R_r=\{(1,1),(2,2)\}$,R 的反自反胚 $R_{ir}=\{(1,2),(1,3),(2,1),(2,3)\}$,$R$ 的对称胚 $R_s=\{(1,1),(1,2),(2,2),(2,1)\}$,$R$ 的反对称胚 $R_{us}=\{(1,3),(2,3)\}$.

2 关系胚运算的相关性质

定理 1 设 $R\in B\times B$,则有:(ⅰ) $\overline{R^{-1}}=(\bar{R})^{-1}$;(ⅱ) $I\cap R\subseteq R\cap R^{-1}$;(ⅲ) $I\cap R\subseteq R\cap R^2$;(ⅳ) $(R^2)^{-1}=(R^{-1})^2$.

证明 (ⅰ) 的证明. $\langle x,y\rangle\in\overline{R^{-1}}\Leftrightarrow\langle x,y\rangle\notin R^{-1}\Leftrightarrow\langle y,x\rangle\notin R\Leftrightarrow\langle y,x\rangle\in\bar{R}\Leftrightarrow\langle x,y\rangle\in(\bar{R})^{-1}$,所以 $\overline{R^{-1}}=(\bar{R})^{-1}$.

(ⅱ) 和 (ⅲ) 的证明. 若 $I\cap R=\emptyset$,则 $I\cap R\subseteq R\cap R^{-1}$ 与 $I\cap R\subseteq R\cap R^2$ 成立;若 $I\cap R\neq\emptyset$,则可由 $\langle x,x\rangle\in I\cap R\Rightarrow\langle x,x\rangle\in R^{-1}$,且 $\langle x,x\rangle\in R^2\Rightarrow I\cap R\subseteq R\cap R^{-1}$ 和 $I\cap R\subseteq R\cap R^2$ 成立.

* 收稿日期:2010-07-09
基金项目:重庆教育科学基金资助项目(KJ051307)
作者简介:李红刚(1959-),男,重庆涪陵人,重庆邮电大学数理学院副教授,主要从事非线性泛函、离散数学研究.

(ⅳ)的证明. $\langle x,y\rangle\in(R^2)^{-1}\Leftrightarrow\langle y,x\rangle\in R^2\Leftrightarrow\exists t(\langle y,t\rangle\in R$,且$\langle t,x\rangle\in R)\Leftrightarrow\exists t(\langle t,y\rangle\in R^{-1}$,且$\langle x,t\rangle\in R^{-1})\Leftrightarrow\langle x,y\rangle\in R^{-1}\circ R^{-1}$,可知$(R^2)^{-1}=(R^{-1})^2$成立.

定理2 设集合$B\neq\varnothing$,关系$R\subseteq B\times B$,则命题"$\langle x,y\rangle\in(R\cap\overline{R^{-1}})\cap(R\cap\overline{R^{-1}})^{-1}$"是假命题.

证明 由定理1(ⅰ),$\langle x,y\rangle\in(R\cap\overline{R^{-1}})\cap(R\cap\overline{R^{-1}})^{-1}\Leftrightarrow\langle x,y\rangle\in R$和$\langle x,y\rangle\notin R^{-1}$,且$\langle y,x\rangle\in R\cap\bar{R}^{-1}\Leftrightarrow\langle x,y\rangle\in R$和$\langle y,x\rangle\notin R$,且$\langle y,x\rangle\in R$和$\langle x,y\rangle\in\bar{R}\Leftrightarrow\langle x,y\rangle\in R$和$\langle y,x\rangle\notin R$,且$\langle y,x\rangle\in R$和$\langle x,y\rangle\notin R$. 所以,命题"$\langle x,y\rangle\in(R\cap\overline{R^{-1}})\cap(R\cap\overline{R^{-1}})^{-1}$"是假命题.

定理3 设集合$B\neq\varnothing$,关系$R\subseteq B\times B$,则有:(ⅰ)$R_{us}\subseteq R$,且R_{us}是B上的反对称关系;(ⅱ)$R_s\subseteq R$,且R_s是B上的对称关系.

证明 (ⅰ)的证明. $R_{us}\subseteq R$是显然的. 若R_{us}不是B上的反对称关系,则命题"$\langle x,y\rangle\in(R\cap\overline{R^{-1}})\cap(R\cap\overline{R^{-1}})^{-1}$"是假命题. 于是,"若$\langle x,y\rangle\in(R\cap\overline{R^{-1}})\cap(R\cap\overline{R^{-1}})^{-1}$,则$x=y$"是一个真命题. 所以$R_{us}=R\cap\overline{R^{-1}}$是$R$上的反对称关系.

(ⅱ)的证明. 设$\langle x,y\rangle\in R_s$,于是有$\langle x,y\rangle\in R\cap\overline{R^{-1}}\Rightarrow\langle x,y\rangle\in R$且$\langle x,y\rangle\in R^{-1}\Rightarrow\langle x,y\rangle\in R$且$\langle y,x\rangle\in R\Rightarrow\langle x,y\rangle\in R^{-1}$且$\langle y,x\rangle\in R\Rightarrow\langle y,x\rangle\in R\cap R^{-1}$. 所以,$R_s$是对称的,而且$R_s\subseteq R$.

定义2 设$R\in B\times B$,$R_q\triangleq R_s\cup I$,R_q称为B上的R的等价胚,$R_p\triangleq R_{us}\cup I$,$R_p$称为$B$上的$R$的偏序胚.

若设$B=\{1,2,3\}$,并令B上的关系$R=\{(1,2),(2,1),(2,3),(3,3)\}$,则$R_s=\{(1,2),(2,1),(3,3)\}$,$R_{us}=\{(2,3)\}$,而且$R_q=\{(1,1),(1,2),(2,2),(2,1),(3,3)\}$和$R_p=\{(2,3),(1,1),(2,2),(3,3)\}$.

定理4 设$R\subseteq B\times B$,若R是自反的,则$R=R_q\cup R_p$,$R_q\cap R_p=I$.

证明 设$R\subseteq B\times B$,若R是自反的,则

$$R_q\cup R_p=(R_s\cup I)\cup(R_{us}\cup I)=R_s\cup R_{us}\cup I=R\cup I=R,$$
$$R_q\cap R_p=(R_s\cup I)\cap(R_{us}\cup I)=I.$$

定理5 若$R^2=R$,则$(R^{-1})^2=R^{-1}$,于是当$R^2=R$时R_q是传递关系.

证明 $R^2=R\Rightarrow(R^2)^{-1}=R^{-1}$,所以由定理1得$(R^{-1})^2=(R^2)^{-1}=R^{-1}$. 接下来证明$R_q$是传递的. $R^2=R\Rightarrow(R^2)^{-1}=R^{-1}$,所以$R$与$R^{-1}$都是传递关系. 有

$$R_q^2=[(R\cap R^{-1})\cup I]\circ[(R\cap R^{-1})\cup I]=(R\cap R^{-1})^2\cup(R\cap R^{-1})\cup I^2\subseteq(R\cap R^{-1})\cup I=R_q,$$

故R_q是传递关系.

定理6 若$R^2=R$,则R_q是B上的等价关系.

证明 若$R^2=R$,则$(R^{-1})^2=R^{-1}$,且R,R^{-1}是传递关系. 由定理5可知,R_q也是传递关系. 又$I\subseteq R_q$,所以R_q是自反的. 另外,$R_q=R_s\cap I$,由R_s与I的对称性可知,R_q也是对称的. 所以,R_q是B上的等价关系.

3 二元关系的胚分解

定理7 对任意B上的二元关系R,有:(ⅰ)$R=R_r\cup R_{ur}$;(ⅱ)$R=R_s\cup R_{us}$. 若R是自反的,则:(ⅲ)$R=R_p\cup R_q$.

证明 由定义1,2可知,

$$R_r\cup R_{ur}=(R\cap I)\cup(R\cap\bar{I})=R,\quad R_s\cup R_{us}=(R\cap R^{-1})\cup(R\cap\overline{R^{-1}})=R,$$
$$R_p\cup R_q=(R_s\cup I)\cup(R_{us}\cup I)=[(R\cap R^{-1})\cup I]\cup[(R\cap\overline{R^{-1}})\cup I]=$$
$$(R\cap R^{-1})\cup(R\cap\overline{R^{-1}})\cup I=R.$$

4 结语

在非空集合上的二元关系引入了关系的自反胚、反自反胚、对称胚、反对称胚、等价胚和偏序胚,并讨论了它们的基本性质,得到关系的3个唯一的基本胚分解式. 今后将讨论拟关系的一般分解式和拟关系的性质.

(下转第52页)

4 结语

工作流技术是现代组织实现过程管理与过程控制的一项关键技术,对工作流管理系统开发模型的分析和总结,为组织的业务处理过程提供了从模型建立、管理到运行、分析的完整框架.

参考文献:

[1] 秦长坤.企业办公自动化系统的设计与实现[J].计算机与现代化,2003(9):47-49.
[2] 叶立新.基于工作流技术的OA系统模型[J].计算机工程与应用,2001(16):238-247.
[3] 尹 帆,康瑞华,薛胜军.基于工作流的办公自动化系统的研究与实现[J].武汉理工大学学报,2004(1):114-116.
[4] 范玉顺.工作流管理技术基础[M].北京:清华大学出版社,2001.
[5] 武 凌,马 季.基于本体的工作流知识管理系统设计[J].计算机工程,2010,36(11):61-63.

Management System Development Model Based on Workflow

SHI Jun-ping[1], LI Bi-yun[2]
(1. College of Physics Science & Information Engineering, Jishou University, Jishou 416000, Hunan China;
2. College of Mathematics and Computer Science, Jishou University, Jishou 416000, Hunan China)

Abstract: The workflow technology is the core of the enterprise process automation technology, and has become an important field of computer technology research. The workflow management system architecture and workflow reference model of WfMC is analyzed and summarized. On this basis, the workflow management system during the process model is given. An actual organization model for workflow management system is designed.

Key words: office automation; workflow; model; management system

(责任编辑 向阳洁)

(上接第 8 页)

参考文献:

[1] 陈光喜.离散数学[M].北京:电子工业出版社,2008.
[2] BERNARD KOLMAN. Discrete Mathematics Structure [M].北京:高等教育出版社,2008.
[3] 李红刚,刘宇微.有向H-图的新判定准则[J].吉首大学学报:自然科学版,2009(2):5-9.
[4] 孙凤芝.有限集上二元关系传递闭包的构造[J].大庆师范学院学报,2009(6):44-47.
[5] 郭 键,赵明茹.判定二元关系传递性的几种方法[J].大庆师范学院学报,2008(5):45-48.
[6] 伍庆成.二元关系的性质及判定[J].科技信息,2007(9):157-157.
[7] 匡能晖.二元关系的性质的进一步研究[J].延边大学学报:自然科学版,2009(3):203-206.

Properties of Binary Relation Embryo and Embryo Decomposition of Binary Relation

LI Hong-gang[1], ZHU Hong-ying[2]
(1. Institute of Applied Mathematics Research, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China; 2. Chongqing Qianjiang TV College, Chongqing 400900, China)

Abstract: Some the concepts are introduced about the reflexive embryo, the irreflexive embryo, the symmetric embryo, the antisymmetric embryo, the equivalence embryo, the partial ordering embryo et. in a binary relation. The properties of these embryos are discussed. And three the embryo decompositions of binary relation are obtained.

Key words: reflexive embryo; irreflexive embryo; symmetric embryo; antisymmetric embryo; equivalence embryo; partial ordering embryo; embryo decomposition of binary relation (责任编辑 向阳洁)