文章编号: 1007- 2985(2008)01- 0029- 05

# 破产理论研究的历史和现状*

徐沈新[1], 方大凡[2]
(1. 保险职业学院, 湖南 长沙 410114; 2. 广东商学院, 广东 广州 510320)

摘 要: 对破产理论近百年来的研究进展作了一个综述, 给出了 Lundberg-Cramer 经典风险模型的确切表述、基本假定和主要结论, 重点阐述了当代破产理论权威学者 Gerber 及其合作者的主要研究成果, 介绍了破产理论研究的 2 种主要方法, 即 Feller 的更新方法和 Gerber 的鞅方法.

关键词: 破产概率; 调节系数; 更新方程; 鞅
中图分类号: O211.6 文献标识码: A

在随机决策理论中, 决策的结果可分为确定性的和不确定性的 2 类. 风险是对(不希望发生的事件的)不确定性的度量. 导致风险的客观和外在原因是自然状态的不确定性, 主观和内在原因则是人们的社会活动. 客观世界是由确定性规律和随机性规律支配的统一体, 确定性只不过是随机性的极端情形. 由于客观世界的复杂性, 存在着大量的随机现象. 作为人们认识对象的随机现象, 一部分是随机性规律的外在表现, 另一部分则是由于人们还没有认识到或准确地把握其确定性规律、或确定性规律过于复杂, 为了方便处理而将其视为随机现象的. 对于随机现象, 可用随机分析方法对其进行分析和处理. 在风险理论中, 在对证券进行分析时, 经常将它的价格看成是纯粹的随机性结果而忽略确定性因素对它的影响.

风险理论是对风险进行定量分析和预测, 进行决策、控制和管理的一般理论. 其研究过程大致可分为风险识别、建立风险模型、风险分析、风险决策、风险控制等.

破产理论(ruin theory)是风险理论(risk theory)的核心内容. 它在忽略投资回报、利率和通货膨胀等因素影响的前提下, 从理赔的角度研究风险对保险人偿付能力的影响. 而偿付能力是一个受到多种不确定性因素影响的变量. 在风险理论中, 偿付能力被看作是一个随机过程.

破产理论的研究可以上溯至瑞典精算师 F. Lundberg 于 1903 年发表的博士论文[1], 至今已有百余年的历史. 对破产理论的研究既有实际的应用背景, 也有其概率论上的兴趣. 事实上, 一类最重要的随机过程, Poisson 过程, 正是 Lundberg 首次在这篇论文中提出来的. 不过, Lundberg 的工作不符合现代数学的严格标准. 它的严格化是以 H. Cramer 为首的瑞典 Stockholm 学派完成的. Cramer 将 Lundberg 的工作重新建立在坚实的数学基础之上[2-5]. 在这个过程中, Cramer 发展了严格的随机过程理论. Lundberg 与 Cramer 的工作被认为是经典破产理论的基本定理.

## 1 Lundberg-Cramer 经典破产理论(1903—1955)

这里将对经典破产理论作一个较为细致的回顾, 给出 Lundberg-Cramer 经典模型的确切表述、有关假定与主要结果.

### 1.1 Lundberg-Cramer 经典风险模型

设 $u$ 为保险公司初始资本, $c$ 是单位时间征收的保险费, $\{X_k\}_{k\geqslant 1}$ 表示第 $k$ 次索赔额, $N(t)$ 表示至时刻 $t$ 为止发生的索赔次数, 则公司在时刻 $t$ 的盈余(surplus) 为

$$U(t) = u + ct - \sum_{k=1}^{N(t)} X_k \qquad t \geqslant 0. \tag{1}$$

上述模型的第 1 个基本假设为独立性假设:

假设 1(独立性) $\{X_k\}_{k\geqslant 1}$ 为一正值独立同分布随机序列, $\{N(t)\}_{t\geqslant 0}$ 是参数为 $\lambda(\lambda > 0)$ 的 Poisson 过程, 并且 $\{X_k\}_{k\geqslant 1}$ 与 $\{N(t)\}_{t\geqslant 0}$ 相互独立.

* 收稿日期: 2007- 11- 27
基金项目: 湖南省自然科学基金资助项目(04JJ3068)
作者简介: 徐沈新(1957- ), 女, 湖南湘潭人, 保险职业学院副教授, 主要从事经济数学和保险精算研究.

记 $F(x)=P(X_1\leqslant x),\forall x\geqslant 0,\mu=E[X_1]=\int_0^{\infty}[1-F(x)]\mathrm{d}x, S(t)=\sum_{k=1}^{N(t)}X_k,\forall t\geqslant 0$. 这里,$S(t)$ 表示至时刻 $t$ 为止的索赔总额(aggregate claim). 由独立性假设可知 $E[S(t)]=E[N(t)]E[X_1]=\lambda\mu t$.

为了保证保险商品(险种)投放市场后能够安全运行,保险公司自然要求 $ct-E[S(t)]=(c-\lambda\mu)t>0,t\geqslant 0$.

为了满足这一要求,应给出如下假设:

假设2(相对安全负荷) 令 $c=(1+\theta)\lambda\mu$. 称 $\theta$ 为相对安全负荷(relative security loading),假设 $\theta>0$.

由模型(1)的独立性假设1和Poisson过程的齐次独立增量性[6],可知$\{ct-S(t):t\geqslant 0\}$为齐次独立增量过程. 于是,由强大数定律可知 $\lim_{t\to\infty}U(t)=+\infty$, a.s. 不过,这并不排除在某一瞬时盈余过程取得负值的可能性,这时称保险公司"破产".

以下恒记 $T$ 为保险公司首次破产的时刻,简称为破产时刻(ruin time),即令 $T=\inf\{t:U(t)<0\}$, $\inf\varnothing=\infty$. Lundberg和Cramer研究的是保险公司最终破产的概率:

$$\psi(u)=P(T<\infty\mid U(0)=u)\qquad \forall u\geqslant 0. \tag{2}$$

简称 $\psi(u)$ 为破产概率(ruin probability). 显然,破产概率可作为评价保险公司偿付能力的一个重要数量指标. Lundberg-Cramer的结果可直观地表述为:当初始准备金 $u$ 充分大,保险公司在经营"小额索赔"情形的保险业务时,破产是不易发生的. 下述假设给出"小额索赔"的确切含义:

假设3(调节系数存在唯一性) 个体索赔额(individual claim)的矩母函数

$$M_X(r)=E[e^{rX}]=\int_0^{\infty}e^{rx}\mathrm{d}F(x)=1+r\int_0^{\infty}e^{rx}[1-F(x)]\mathrm{d}x$$

至少在包含原点的某个邻域内存在,并且方程

$$M_X(r)=1+\frac{c}{\lambda}r \tag{3}$$

有正解.

注1 由于 $M_X(r)$ 在其收敛域内为严格递增凸函数,故方程(3)若有正根,必是唯一的.

记方程(3)的正根为 $R$,并称其为调节系数(adjustment coefficient). 易知,调节系数 $R$ 满足下述等式:

$$\frac{\lambda}{c}\int_0^{\infty}e^{Rx}[1-F(x)]\mathrm{d}x=1. \tag{4}$$

注意到 $\frac{\lambda}{c}\int_0^{\infty}[1-F(x)]\mathrm{d}x=\frac{\lambda\mu}{c}=\frac{1}{1+\theta}<1$, 可知非负函数 $\frac{\lambda}{c}[1-F(x)]$, $x\geqslant 0$, 不是一个概率密度函数. 令 $f(x)=\frac{\lambda}{c}e^{Rx}[1-F(x)]$, $\forall x\geqslant 0$. 由(4)式, $f(x)$ 为一概率密度函数,这是称 $R$ 为调节系数的原由.

Lundberg-Cramer经典模型的主要研究成果如下:若假设1至假设3成立,则有

$$\psi(0)=\frac{1}{1+\theta}, \tag{5}$$

$$\psi(u)\leqslant e^{-Ru}\qquad \forall u\geqslant 0, \tag{6}$$

$$\exists C>0,\ \psi(u)\to Ce^{-Ru}\qquad u\to\infty. \tag{7}$$

(6)式称为Lundberg不等式,(7)称为Lundberg-Cramer逼近. 从(5)式看到:在Lundberg-Cramer经典模型中,当初始盈余为0时,破产概率仅依赖于相对安全负荷 $\theta$,而与个体索赔额分布无关. 此外,(6),(7)式表明:若初始盈余很大,保险公司在经营"小额索赔"情形的保险业务时,破产是不易发生的[5].

### 1.2 Stockholm学派的形成

Stockholm学派的领导人物是H. Cramer,他在完善Lundberg工作的过程中发挥了重要作用,正是从这一研究出发,他对概率论和数理统计的发展作出了重要的贡献. 他在二战后发表的著作[3]现在是公认的数理统计学经典. 在1976年发表的回忆录中,Cramer解释了他首先对保险问题感兴趣的原因[7]:"当我年轻时,一位瑞典数学家若要获得一份足以支撑家庭的工作,很自然会到保险界求职,这是因为瑞典保险公司具有雇佣高素质数学家作为精算师的传统."正是由于瑞典保险公司的提议,1929年秋,在Stockholm大学首次设立了"精算数学与数理统计"教授职位,Cramer被聘为这一职位的第1任教授. 这便是Stockholm学派的肇始. 由此可见,Cramer兴趣的形成和瑞典保险公司对精算学的重视与扶持有关. 到了1955年,即Cramer的综述性文章[5]发表的时候,Stockholm学派已将风险理论置于一个坚实的数学基础之上,并为精算师处理绝大多数实际的保险问题提供了主要的分析工具.

## 2 研究方法的改进(Feller和Gerber)

之后破产理论研究中最令人瞩目的是方法的改进. Cramer的证明[5]虽然在数学上是严格的,但分析方法较为繁冗. Feller的更新论证和Gerber的鞅方法分别给了(5)至(7)式以简洁的证明[8-10]. 由于这2种证明方法具有代表性,更新论证技

巧和鞅方法证明技巧已成为研究经典破产理论的主要数学工具. 近期大量文献所研究的模型虽较经典风险模型有不同程度的推广, 但所使用的方法基本上不外乎以上 2 种, 这 2 种方法业已成为当代研究破产理论的主要途径.

2.1 更新方法

积分方程

$$Z(x) = g(x) + \int_0^x Z(x-s)h(s)\,\mathrm{d}s \qquad \forall x \geqslant 0 \tag{8}$$

称为更新型方程. 这里, $Z, g, h$ 都是正变量的函数. 假定 $h(s) \geqslant 0, \int_0^\infty h(s)\,\mathrm{d}s < \infty$. 令 $H(x) = \int_0^x h(s)\,\mathrm{d}s$. 根据 $H(\infty)$ 等于 1、小于 1 或大于 1, 分别称(8) 式为规范的、有缺陷的或过分的更新方程.

(2) 式定义的最终破产概率 $\psi(u)$ 满足的方程

$$\psi(u) = \frac{\lambda}{c}\int_u^\infty [1-F(s)]\,\mathrm{d}s + \frac{\lambda}{c}\int_0^u \psi(u-s)[1-F(s)]\,\mathrm{d}s \qquad \forall u \geqslant 0, \tag{9}$$

就是一个有缺陷的更新方程[8]. 可以利用调节系数将(9) 式规范为

$$\mathrm{e}^{Ru}\psi(u) = \frac{\lambda}{c}\mathrm{e}^{Ru}\int_u^\infty [1-F(s)]\,\mathrm{d}s + \frac{\lambda}{c}\int_0^u \mathrm{e}^{R(u-s)}\psi(u-s)\mathrm{e}^{Rs}[1-F(s)]\,\mathrm{d}s.$$

于是由关键更新定理, 立即得到在第 1 节中列出的 Cramer-Lundberg 逼近公式(7) [9,10]:

$$\lim_{u\to\infty}\mathrm{e}^{Ru}\psi(u) = C,\ C = \frac{\int_0^\infty \mathrm{e}^{Rt}\int_t^\infty [1-F(s)]\,\mathrm{d}s\mathrm{d}t}{\int_0^\infty t\mathrm{e}^{Rt}[1-F(t)]\,\mathrm{d}t}.$$

2.2 鞅方法

以下恒设 $v(\cdot)$ 是定义在 $R^1$ 上的减函数, $v(\infty) = 0$.

假设 4　存在一函数 $v$, 使得 $\{v(U(k))\}_0^\infty$ 为一上鞅. 这里, $U(k)$ 为保险公司在时刻 $k$ 的盈余.

现设假设 4 成立, 记 $S_k = v(U(k))$, $m = v(0)$. 利用关于正上鞅的 Kolmogorov 不等式[8], 立得 $\psi(u) \leqslant \frac{v(u)}{v(0)}$. 令 $v(\cdot) = \mathrm{e}^{-R(\cdot)}$, 即得著名的 Lundberg 不等式(6). 又若在熟悉的不等式[8]

$$E[S_0] \geqslant E[S_T \mid T \leqslant k]P(T \leqslant k) + E[S_T \mid T > k]P(T > k)$$

中, 令 $k \to \infty$, 则由单调收敛原理可以获得更为精细的不等式: $\psi(u) \leqslant \frac{v(u)}{E[v(U(T)) \mid T < \infty]}$ 和 $\psi(u) \leqslant \frac{\mathrm{e}^{-Ru}}{E[\mathrm{e}^{-R(U(T))} \mid T < \infty]}$.

# 3　Gerber 及其合作者研究工作

继 Cramer 之后, Hans. U. Gerber 成为当代风险理论研究领域的领军人物. Gerber 不仅将鞅方法引入到破产理论的研究中, 而且深化了经典破产理论的研究内容. 他在 20 多年前写的一书[8], 已成为这一领域的经典著作. 正如 J. Grandell 在为他的专著[9] 所写的序言中所指出的:“Anyone with a knowledge of risk theory corresponding to Gerber’s book is here regarded as an actuary.”

下面简要介绍 Gerber 及其合作者近期在破产理论研究中所取得的成果.

3.1 索赔总额过程的推广

经典破产理论中的盈余过程为 $U(t) = u + ct - S(t)$, 其中索赔总额过程 $\{S(t)\}_{t\geqslant 0}$ 为复合 Poisson 过程, 其齐次正增量性在经典破产理论主要结果的推导过程中发挥了重要作用. Gerber 在保持 $\{S(t)\}$ 的这个一般性质的前提下, 对经典破产理论作了一系列的推广. 主要的推广有 2 个方面:

(1) 广义复合 Poisson 过程.

假定索赔总额过程 $\{S(t)\}$ 为复合 Poisson 过程, 其中 $S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i$. 考虑至时刻 $t$ 为止, 个体索赔额大于 $x$ 的索赔总额, 记之为 $S(t;x)$. 显然, $S(t)$ 可视为 $x$ 趋于 0 时 $S(t;x)$ 的极限. 这时, $\{S(t;x): t \geqslant 0\}$ 仍为一复合 Poisson 过程, 个体索赔额分布为

$$F(y;x) = P(X \leqslant y \mid X > x) = \begin{cases} 0 & y \leqslant x; \\ \dfrac{F(y) - F(x)}{1-F(x)} & y > x. \end{cases} \tag{10}$$

由 Poisson 过程的稀疏, 可知索赔记数过程 $N(t;x)$ 是以 $\lambda[1-F(x)]$ 为参数的 Poisson 过程. 若记 $Q(x) = \lambda[1-F(x)]$, 则由 (10) 式可知

$$F(y;x) = \begin{cases} 0 & y \leqslant x; \\ 1 - \dfrac{Q(y)}{Q(x)} & y > x. \end{cases} \tag{11}$$

由此想到,可以构造更一般的索赔总额过程$\{S(t):t\geqslant 0\}$:

假定$Q(x)$是$x$的非负递减函数,且满足$\lim\limits_{x\to\infty}Q(x)=0,\int_0^\infty Q(x)\mathrm{d}x<\infty$.其次,假定$\{S(t;x):t\geqslant 0\}$是这样的复合Poisson过程:其索赔记数过程$N(t;x)$是以$Q(x)$为参数的Poisson过程,而个体索赔额分布由(11)式给出,并设$\{S(t):t\geqslant 0\}$为复合Poisson过程$\{S(t;x):t\geqslant 0\}$当$x$趋于0时的极限.

称这样的极限过程为广义复合Poisson过程.

特别地,当$Q(0)<\infty$时,它确是一复合Poisson过程.因此现在感兴趣的是$Q(0)=\infty$的情形.区别于复合Poisson过程,这时在任一时间区间上的索赔次数都是无限的.Dufresne等[11,12]研究了其中2类过程:Gamma过程和逆高斯过程.即$\{S(t):t\geqslant 0\}$是具有齐次正增量的随机过程,它们的增量分别服从Gamma分布和逆高斯分布,这可分别借助选定2类特殊的函数$Q(x)$办到.研究对象仍为破产概率$\psi(u)$,相关结果可利用经典模型的结果导出.

顺便指出,J.Grandell[9]在点过程框架中也研究了索赔总额过程的推广,重点讨论了索赔计数为更新过程和Cox过程(即重随机Poisson过程)的情形,不过,研究的难度远甚于Gerber的途径.

(2) 带扩散扰动项的复合Poisson过程.

区别于经典模型,设盈余过程由下式给出:$U(t)=u+ct-S(t)+W(t),\forall t\geqslant 0$.其中:$u$,$c$和$S(t)$如前所述;$W(t)$称为扰动项,是一个Brownian运动,假定$\{W(t):t\geqslant 0\}$和$\{S(t):t\geqslant 0\}$相互独立.

关于带扩散扰动项的复合Poisson过程较详细的介绍可参见Dufresne和Gerber在文献[13]中的讨论.

### 3.2 经典破产理论研究内容的扩展与深入

3.1节介绍的是经典破产模型的推广,这里将对经典风险模型研究内容的扩展与深入再作一点介绍.

本节中盈余过程模型和有关假定如1.1节中所述.

(1) 有限时间内破产概率.

以往研究的问题大都集中在最终破产概率:$\psi(u)=P(T<\infty\mid U(0)=u)$.有限时间内破产概率$\psi(u;t)=P(T<t\mid U(0)=u)$的研究也是人们感兴趣的课题[8,9].

(2) 赤字与瞬时盈余.

Gerber等对于经典破产理论研究的另一贡献是引入了另外2个刻画保险公司破产情形的随机变量[14-16]:$X=U(T-)$;$Y=|U(T)|=-U(T)$.其中$Y$表示破产时赤字(deficit of ruin),$X$表示破产前瞬时盈余(surplus immediately before ruin).这样,除了破产概率$\psi(u)$外,刻画风险运动规律的尚有:

$$G(u;y)=P(U(T)\geqslant -y;T<\infty\mid U(0)=u),$$
$$F(u;x)=P(U(T-)\leqslant x;T<\infty\mid U(0)=u).$$

其中:$u$,$x$和$y$皆为非负实数;$G(u;y)$是初始准备金为$u$时,最终破产且破产时赤字不超过$y$的概率;$F(u;x)$是初始准备金为$u$时,最终破产且破产前瞬时盈余不超过$x$的概率.

显然$\psi(u)=G(u;\infty)=F(u;\infty)$.从数学的观点来看,$T$,$|U(T)|$与$U(T-)$这3个随机变量中,$U(T-)$是更为关键的变量.只要知道了$U(T-)$的分布,便可确定$T$和$U(T)$的分布.

## 4 对重尾分布的关注

经典模型研究的是"小额索赔"情形的破产理论,一个很强的约束条件是要求调节系数存在.如果调节系数不存在,那么更新论证和鞅方法都不再有效.对于"大额索赔"的情形(例如火险、风暴险与洪水险等灾难性保险),确切地说,对于索赔额服从重尾分布(如亚指数分布)的情形,有关破产理论的研究必须找到新的数学工具.Embrechts和Veraverbeke研究了更新模型的破产概率问题,并且得到了在重尾索赔额情形破产概率的一个尾等价公式,这个结果可以看作是对Lundberg-Cramer模型相应结果的拓广.顺便指出,在索赔额服从重尾分布的情况下,对于延迟更新过程,Embrechts-Veraverbeke的尾概率渐近等价公式仍然成立.P.Embrechts与C.Kluppelberg等[17-19]在这方面开展了较为系统的研究.

2002年,唐启鹤[20]研究了重尾索赔下关于破产概率的一个等价式.

2003年,孔繁超等[21]研究了更新风险模型和延迟更新风险模型中的破产概率,在假定个体索赔分布是重尾的前提下,得到了与经典模型相一致的破产概率的一个尾等价关系.

2004年,江涛等[22]研究了平稳更新模型下生存概率的一个局部等价式,将唐启鹤在索赔额为重尾分布场合建立的关于Cramer-Lundberg模型生存概率的局部等价公式推广到平稳更新场合.

2004年,王汉兴等[23]研究了马氏风险模型.通过引入广更新方法,对于无论个体索赔额分布是尾指数分布还是重尾分布的情形,均给出了破产概率收敛速度的估计.

2006年,龚日朝等[24]研究了重尾索赔下更新风险模型生存概率局部估计解,得到了延迟更新模型生存概率局部解的渐近估计.王超等[25]研究并给出了带随机重延迟的大额索赔更新风险模型的局部破产概率的渐近表达式.

参考文献:

[1] LUNDBERG F I. Approximerad Framstallning av Sannolikhetsfunktionen. II. Aterforsakring av Kollektivrisker [M]. Almqvist Wiksell, Uppsala, 1903.

[2] CRAMER H. On the Mathematical Theory of Risk [M]. Stockholm: Shandia Jubilee, 1930.

[3] CRAMER H. Mathematical Methods of Statistics [M]. Princeton: Stockholm and Princeton Univ. Press. Almqvist Wiksell, 1945.

[4] CRAMER H. On Some Questions Connected with Mathematical Risk [J]. University of California Publ. Statistics, 1954, 2: 99- 123.

[5] CRAMER H. Collective Risk Theory [M]. Stockholm: Skandia Jubilee Volume, 1955.

[6] 严　颖, 成世学, 程　侃. 运筹学随机模型 [M]. 北京: 中国人民大学出版社, 1995.

[7] CRAMER H. Half a Century with Probability Theory: Some Personal Recollection [J]. Ann. Probab, 1976, 4: 509- 547.

[8] GERBER H U. 成世学, 严　颖, 译. 数学风险论导引 [M]. 北京: 世界图书出版发行公司, 1997.

[9] GRANDELL J. Aspects of Risk Theory [M]. New York: Springer Verlag, 1991.

[10] FELLER W. An Introduction to Probability Theory and Its Application [M]. New York: John Wiley Sons, 1971.

[11] DUFRESNE F, GERBER H U, SHIU E S W. Risk Theory with the Gamma Process [J]. ASTIN Bulletin, 1991, 21: 177- 192.

[12] DUFRESNE F, GERBER H U. The Probability of Ruin for the Inverse Gaussian and Related Processes [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 1993, 12: 9- 22.

[13] DUFRESNE F, GERBER H U. Risk Theory for the Compound Poisson Processes that is Perturbed by Diffusion [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 1991, 10: 51 - 59.

[14] GERBER H U, GOOVAERTS M J, KASS R. On the Probability and Severity of Ruin [J]. ASTIN Bulletin, 1987, 17: 151 - 183.

[15] DUFRESNE F, GERBER H U. The Surpluses Immediately before and at Ruin, and the Amount of the Claim Causing Ruin [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 1988, 7: 193- 199.

[16] GERBER H U. Mathematical Fun with the Compound Binomial Process [J]. ASTIN Bulletin, 1988, 18: 161- 168.

[17] EMBRECHTS P, VERAVERBEKE N. Estimates for the Probability of Ruin with Special Emphasis on the Possibility of Large Claims [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 1982, 1: 55- 72.

[18] EMBRECHTS P, KLUPPELBERG C, MIKOSCH T. Modelling Extremal Events for Insurance and Finance [M]. New York: Springer-Verlag, 1997.

[19] GOLDIE C M, KLUPPELBERG C. Subexponential Distributions [M]// ADLER R. A Practical Guide to Heavy Tails. Birkhauser, 1988: 435- 459.

[20] 唐启鹤. 重尾索赔下关于破产概率的一个等价式 [J]. 中国科学(A 辑), 2002, 32(3): 260- 266.

[21] 孔繁超, 曹　龙. 更新风险模型和延迟更新风险模型中破产概率的若干结果 [J]. 数学年刊, 2003, 24A: 1, 119- 128.

[22] 江　涛, 陈宜清. 平稳更新模型下生存概率的一个局部等价式 [J]. 中国科学(A 辑), 2004, 34(4): 385 - 391.

[23] WANG Han-xing, FANG Da-fan, TANG Mao-ning. Ruin Probabilities Under a Markovian Risk Model [J]. Acta. Math. Appl. Sinica, 2003, 19(4): 621 - 630.

[24] 龚日朝, 邹捷中. 重尾索赔下更新风险模型生存概率局部估计解 [J]. 应用数学学报, 2006, 29(5): 947- 954.

[25] 王　超, 周　斌, 程东亚, 等. 带随机重延迟的大额索赔更新风险模型的局部破产概率 [J]. 应用概率统计, 2006, 22(1): 63 - 68.

# History and Current Situation of Bankruptcy Theory Study

XU Shen-xin[1], FANG Da-fan[2],

(1. Insurance Professional College, Changsha 410114, China; 2. Guangdong University of Business Studies, Guangzhou 510320, China)

**Abstract**: The researches of ruin theory carried out for nearly a century are reviewed generally. First, the clear descriptions, basic assumptions and main results of Lundberg-Cramer classical ruin model are given. Second, the main contributions of Hans GERBER, the leading scholar in ruin theory, and his group are analyzed on emphasis; and two modern approaches, renewal limit theorem and martingale, in researches of ruin theory are introduced.

**Key words**: ruin probability; adjustment coefficient; renewal theory; martingale

(责任编辑　向阳洁)