第29卷 第2期 吉首大学学报(自然科学版) Vol. 29 No. 2
2008年3月 Journal of Jishou University (Natural Science Edition) Mar. 2008

文章编号: 1007-2985(2008)02-0020-05

二阶半线性脉冲微分方程的振动性与非振动性*

陈先伟[1], 邓海燕[1], 程华娇[2]
(1. 湖南科技大学数学与计算科学学院, 湖南 湘潭 411201; 2. 广西大学数学与信息科学学院, 广西 南宁 530004)

摘 要: 主要讨论了二阶半线性脉冲微分方程$(|u'(t)|^{q-1}u')' = -p(t)|u(t)|^{q-1}u(t)$的振动性与非振动性, 得到了它的振动与非振动性判定定理, 其中$q>0$是常数, $p(t)$是一个脉冲函数, $p(t)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\delta(t-t_n)$.

关键词: 振动性; 非振动性; 脉冲微分方程
中图分类号: O175 文献标识码: A

1 问题的提出

对二阶半线性脉冲微分方程进行了研究, 以文献[1-3]为理论依据, 借鉴文献[4-5]中的研究方法, 得到了二阶半线性脉冲微分方程振动性与非振动性的新准则, 对文献[6]中二阶线性脉冲微分方程的结果进行了改进和推广.

考虑二阶半线性脉冲微分方程:

$$(|u'(t)|^{q-1}u')' = -p(t)|u(t)|^{q-1}u(t) \qquad t>t_0. \tag{1}$$

其中: $q>0$是常数; $p(t)=\sum_{n=1}^{\infty}a_n\delta(t-t_n)$, $0\leqslant t_0<t_1<t_2<\cdots<t_n<\cdots$, $t_n\to\infty$当$n\to\infty$, 且$a_n>0$, $n\in\mathbf{N}$, $\delta(t)$是δ-函数, 例如对所有$\varphi(t)$在$t=0$处连续的函数, 有$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\varphi(t)\mathrm{d}t=\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon}\delta(t)\varphi(t)\mathrm{d}t=\varphi(0)$.

若方程(1)的解$u(t)$在每个区间$[t_n,t_{n+1}]$上是线性函数, 且对所有$n\in\mathbf{N}$, 有

$$|u'(t_n^-)|^{q-1}u'(t_n^-)-|u'(t_n^+)|^{q-1}u'(t_n^+)=\lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_{t_n-\varepsilon}^{t_n+\varepsilon}p(t)|u(t)|^{q-1}u(t)\mathrm{d}t=a_n|u(t_n)|^{q-1}u(t_n),$$

则称$u(t)$是连续, 其中$u'(t_n^+)$, $u'(t_n^-)$表示$u(t)$在点t_n处的右导数和左导数. 因此, 若$u(t)$是方程(1)的解, 则

$$|u'(t_n^+)|^{q-1}u'(t_n^+)=|u'(t)|^{q-1}u'(t)=|u'(t_{n+1}^-)|^{q-1}u'(t_{n+1}^-) \qquad t_n<t<t_{n+1}, \tag{2}$$

且对所有$n\in\mathbf{N}$, 有

$$|u'(t_n^+)|^{q-1}u'(t_n^+)-|u'(t_{n+1}^+)|^{q-1}u'(t_{n+1}^+)=|u'(t_{n+1}^-)|^{q-1}u'(t_{n+1}^-)-|u'(t_{n+1}^+)|^{q-1}\cdot u'(t_{n+1}^+)=a_{n+1}|u(t_{n+1})|^{q-1}u(t_{n+1}).$$

若方程(1)的非奇异解$u(t)$有任意大的零点, 则称它是振动的, 否则称它是非振动的. 若方程(1)的所有非奇异解是非振动的, 则称它是非振动的. 若方程(1)所有非奇异解是振动的, 则称它是振动的.

2 主要引理

建立方程(1)的振动与非振动准则要用到的一些引理如下:

引理1[4] 假设$a\geqslant 0$, $b\geqslant 0$, 若$\rho\geqslant 1$, 则$a^\rho+b^\rho\leqslant(a+b)^\rho$.

引理2 假设$a\geqslant 0$, $b\geqslant 0$, 若$0<\rho\leqslant 1$, 则$a^\rho+b^\rho\geqslant(a+b)^\rho$.

* 收稿日期: 2007-11-15
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10371103); 湖南省教育厅科学研究项目(04A055)
作者简介: 陈先伟(1977-), 男, 湖南浏阳人, 硕士研究生, 主要从事泛函微分方程研究.

引理 2 显然成立, 证明略.

3　主要结果

引入下列记号:

$$\beta_m = \frac{t_{n_0+m+1} - t_{n_0+m}}{t_{n_0+1} - t_{n_0}} \qquad m \in \mathbf{N},$$

其中 n_0 为大于等于 0 的某个确定整数. 显然, $\beta_0 = 1, \beta_m > 0$ 且 $\sum_{m=0}^{\infty}\beta_m = \infty$.

于是得到第 1 个结果(关于非振动性) 如下:

定理 1　假设 $0 < q \leqslant 1$. 进一步设

$$(t_{n_0+n+1} - t_{n_0+n})^q a_{n_0+n+1} \leqslant \alpha_n \qquad 0 \leqslant \alpha_0 < 1, 0 \leqslant \alpha_n, n = 1, 2, \cdots, \tag{3}$$

且存在无穷序列 $\{z_n\}_{n=0}^{\infty}$ 满足递推关系

$$z_{n+1} = \frac{z_n - \alpha_n}{\theta_n + z_n - \alpha_n} \qquad n \in \mathbf{N}, z_0 = 1(1),$$

且使得 $0 < z_n < 1 (n = 1, 2, \cdots)$, 其中 $\theta_n = (\beta_n / \beta_{n+1})^q (n = 1, 2, \cdots)$, 则方程(1) 是非振动的.

证明　只要证明方程(1) 的解 $u(t)$ 满足初始条件 $u(t'_0) = 0, u'(t_0'^{+}) > 0$ 下, $u(t) > 0, t > t'_0$ 成立. 不妨设存在 t'_0, n_0 使得初始条件成立, 其中 $t_{n_0} \leqslant t'_0 < t_{n_0+1}, n_0 \in \mathbf{N}$.

根据式(2), 得 $u'(t) > 0, t \in (t'_0, t_{n_0+1})$. 因此 $u(t) > 0, t \in (t'_0, t_{n_0+1}]$.

在区间 $[t'_0 + \varepsilon, t_{n_0+1} + \varepsilon]$ 上对方程(1) 作积分, 并求极限得

$$(u'(t_0'^{+}))^q - |u'(t^{+}_{n_0+1})|^{q-1}u'(t^{+}_{n_0+1}) = \lim_{\varepsilon \to 0^+}\int_{t_0+\varepsilon}^{t_{n_0+1}+\varepsilon} p(s)(u(s))^q \mathrm{d}s = a_{n_0+1}(u(t_{n_0+1}))^q \leqslant \alpha_0(u'(t_0'^{+}))^q.$$

由(2) 式可知 $(u'(t_0'^{+}))^q = (u'(t^{+}_{n_0}))^q$, 从而

$$|u'(t^{+}_{n_0+1})|^{q-1}u'(t^{+}_{n_0+1}) \geqslant (u'(t^{+}_{n_0}))^q - \alpha_0(u'(t^{+}_{n_0}))^q = (1 - \alpha_0)(u'(t^{+}_{n_0}))^q > 0,$$

则

$$u'(t^{+}_{n_0+1}) > 0, \tag{4}$$

$$(u'(t^{+}_{n_0+1}))^q > (u'(t^{+}_{n_0}))^q - \alpha_0(u'(t^{+}_{n_0}))^q = (1 - \alpha_0)(u'(t^{+}_{n_0}))^q > 0. \tag{5}$$

由(2), (4) 式和 $u(t_{n_0+1}) > 0$, 得

$$u(t) > 0 \qquad t \in [t_{n_0+1}, t_{n_0+2}]. \tag{6}$$

接下来用数学归纳法证明下列不等式:

$$(u'(t^{+}_{n_0+n}))^q \geqslant \frac{z_n}{\beta_n^{\,q}}\Big(\sum_{i=0}^{n}\beta_i u'(t^{+}_{n_0+i})\Big)^q, \tag{7}$$

$$(u'(t^{+}_{n_0+n+1}))^q \geqslant (u'(t^{+}_{n_0+n}))^q - \frac{z_n}{\beta_n^{\,q}}\Big(\sum_{i=0}^{n}\beta_i u'(t^{+}_{n_0+i})\Big)^q, \tag{8}$$

$$u(t) > 0 \qquad t \in [t_{n_0+n+1}, t_{n_0+n+2}], \tag{9}$$

其中 z_n 如定理 1 中所定义.

当 $n = 0$, 由(5), (6) 式可得(7) 至(9) 成立. 假设不等式(7) 至(9) 对于 $0, 1, 2, \cdots, n$ 成立, 则只要证明不等式(7) 至(9) 对于 $n + 1$ 也成立. 因为 $z_{n+1} > 0$, 所以由不等式(7) 和(8), 得

$$(u'(t^{+}_{n_0+n+1}))^q \geqslant \frac{z_n - \alpha_n}{\beta_n^{\,q}}\Big(\sum_{i=0}^{n}\beta_i u'(t^{+}_{n_0+i})\Big)^q > 0. \tag{10}$$

将不等式(10) 变形, 两边同时加上 $\beta^q_{n+1}(u'(t^{+}_{n_0+n+1}))^q$, 得

$$\Big(\beta^q_{n+1} + \frac{\beta_n^{\,q}}{z_n - \alpha_n}\Big)(u'(t^{+}_{n_0+n+1}))^q \geqslant \Big(\sum_{i=0}^{n}\beta_i u'(t^{+}_{n_0+i})\Big)^q + \beta^q_{n+1}(u'(t^{+}_{n_0+n+1}))^q.$$

取 $a = \sum_{i=1}^{n}\beta_i u'(t^{+}_{n_0+i}), b = \beta_{n+1}u'(t^{+}_{n_0+n+1})$, 由于 $0 < q \leqslant 1$, 根据引理 2, 得

$$(u'(t^{+}_{n_0+n+1}))^q \geqslant \frac{z_{n+1}}{\beta^q_{n+1}}\Big(\sum_{i=0}^{n+1}\beta_i u'(t^{+}_{n_0+i})\Big)^q. \tag{11}$$

根据拉格朗日中值定理及(2)式,得

$$u(t_{n_0+n+2})=u(t_{n_0+n+1})+u'(t^+_{n_0+n+1})(t_{n_0+n+2}-t_{n_0+n+1}).$$

在区间$[t_{n_0+n+1}+\varepsilon,t_{n_0+n+2}+\varepsilon]$上对方程(1)作积分,并求极限得

$$(u'(t^+_{n_0+n+1}))^q-|u'(t^+_{n_0+n+2})|^{q-1}u'(t^+_{n_0+n+2})=\lim_{\varepsilon\to 0^+}\int_{t_{n_0+n+1}+\varepsilon}^{t_{n_0+n+2}+\varepsilon}p(s)(u(s))^q\mathrm{d}s=$$
$$a_{n_0+n+2}(u(t_{n_0+n+1})+u'(t^+_{n_0+n+1})(t_{n_0+n+2}-t_{n_0+n+1}))^q.$$

根据拉格朗日中值定理、(2)式及β_n与θ_n的定义,得

$$u(t_{n_0+n+1})=\sum_{i=1}^n[u(t_{n_0+i+1})-u(t_{n_0+i})]+u(t_{n_0+1})-u(t'_0)\leqslant$$
$$(t_{n_0+1}-t_{n_0})\sum_{i=0}^n\beta_iu'(t^+_{n_0+i}).$$

因此可得

$$|u'(t^+_{n_0+n+2})|^{q-1}u'(t^+_{n_0+n+2})\geqslant(u'(t^+_{n_0+n+1}))^q-\frac{\alpha_{n+1}}{\beta^q_{n+1}}(\sum_{i=0}^{n+1}\beta_iu'(t^+_{n_0+i}))^q.\tag{12}$$

因为$z_{n+2}>0$隐含$z_{n+1}>\alpha_{n+1}$,所以根据(11),(12)式,得

$$|u'(t^+_{n_0+n+2})|^{q-1}u'(t^+_{n_0+n+2})\geqslant\frac{z_{n+1}-\alpha_{n+1}}{\beta^q_{n+1}}(\sum_{i=0}^{n+1}\beta_iu'(t^+_{n_0+i}))^q>0,$$

这意味着$u'(t^+_{n_0+n+2})>0$.

由(2)式,$u'(t^+_{n_0+n+2})>0$和$u(t_{n_0+n+2})>0$,得$u(t)>0,t\in[t_{n_0+n+2},t_{n_0+n+3}]$,此式与(11),(12)式一起完成了归纳假设的证明.这表明$u(t)>0,t>t'_0$,因此$u(t)$是方程(1)的非振动解.证毕.

定理2 假设$1\leqslant q<\infty$,进一步设

$$(t_{n_0+n+1}-t_{n_0+n})^qa_{n_0+n+1}\geqslant\alpha_n\qquad\alpha_n>0,n=0,1,2,\cdots,\tag{13}$$

且递推关系

$$v_{n+1}=\frac{\alpha_{n+1}}{\alpha_n}\theta_n(\frac{v_n}{1-v_n}+\alpha_n)\qquad n=1,2,3,\cdots,v_1=0,\tag{14}$$

没有解满足$0<v_n<1(n=2,\cdots)$,其中$\theta_n=(\frac{\beta_n}{\beta_{n+1}})^q(n=0,1,2,\cdots)$,则方程(1)是振动的.

证明 不失一般性,设方程(1)有1个最终正解$u(t)$.不妨设存在t_0和n_0使得$u(t'_0)=0,u(t)>0,t>t'_0$,其中$t_{n_0}\leqslant t'_0<t_{n_0+1},n_0\in\mathbf{N}$.

接下来证明$u'(t)\leqslant 0,t\geqslant t_{n_0}$不成立.由$u'(t^+_0)>0$及(2)式知,$u'(t)>0,t\in(t_{n_0},t_{n_0+1})$且$u(t_{n_0+1})>0$.

在区间$[t_{n_0+n}+\varepsilon,t_{n_0+n+1}+\varepsilon]$上对方程(1)作积分并求极限,得

$$|u'(t^+_{n_0+n})|^{q-1}u'(t^+_{n_0+n})-|u'(t^+_{n_0+n+1})|^{q-1}u'(t^+_{n_0+n+1})=a_{n_0+n+1}(u(t_{n_0+n+1}))^q>0,$$

因此

$$u'(t^+_{n_0})>u'(t^+_{n_1})>\cdots>u'(t^+_{n_0+n})>u'(t^+_{n_0+n+1})>\cdots.$$

如果存在n_1使得$u'(t^+_{n_1})<0$,那么隐含了$u'(t^+_n)<0,n_1<n$.从而存在$n_2(n_1<n_2<n)$,使得$u(t_n)<0$,这与已知$u(t_n)>0$矛盾.所以

$$u'(t^+_{n_0})>u'(t^+_{n_1})>\cdots>u'(t^+_{n_0+n})>u'(t^+_{n_0+n+1})>\cdots>0.$$

根据拉格朗日中值定理及β_n,θ_n的定义,得

$$u(t_{n_0+n})=u(t_{n_0+1})+\sum_{i=2}^n[u(t_{n_0+i})-u(t_{n_0+i-1})]>(t_{n_0+1}-t_{n_0})\sum_{i=2}^n\beta_{i-1}u'(t^+_{n_0+i}).$$

由不等式(13),得

$$(u'(t^+_{n_0+n}))^q-(u'(t^+_{n_0+n+1}))^q>(t_{n_0+1}-t_{n_0})^q(\sum_{i=2}^n\beta_{i-1}u'(t^+_{n_0+i}))^qa_{n_0+n+1}\geqslant$$
$$\frac{\alpha_n}{\beta^q_n}(\sum_{i=2}^n\beta_{i-1}u'(t^+_{n_0+i}))^q.\tag{15}$$

不等式(15) 隐含下面 2 个不等式:

$$\frac{\alpha_n}{\beta_n^q}\Big(\sum_{i=2}^{n}\beta_{i-1}u'(t^+_{n_0+i})\Big)^q < (u'(t^+_{n_0+n}))^q, \tag{16}$$

$$(u'(t^+_{n_0+n+1}))^q < (u'(t^+_{n_0+n}))^q - \frac{\alpha_n}{\beta_n^q}\Big(\sum_{i=2}^{n}\beta_{i-1}u'(t^+_{n_0+i})\Big)^q. \tag{17}$$

设 $v_0, v_1, \cdots, v_n, \cdots$ 如定理 2 中所定义, 则可证得

$$v_n(u'(t^+_{n_0+n}))^q \leqslant \frac{\alpha_n}{\beta_n^q}\Big(\sum_{i=2}^{n}\beta_{i-1}u'(t^+_{n_0+i})\Big)^q \qquad n = 1, 2, \cdots, \tag{18}$$

$$v_1 = 0, 0 < v_n < 1 \qquad n = 2, \cdots \tag{19}$$

成立. 用数学归纳法证得如下.

当 $n = 1$, $n = 2$, 不等式(18), (19) 显然成立. 假设不等式(18), (19) 对于 $1, \cdots, n$ 都成立, 只要证明它对 $n + 1$ 也成立. 由不等式(16), 得

$$(u'(t_{n_0+n}))^q - \frac{\alpha_n}{\beta_n^q}\Big(\sum_{i=2}^{n}\beta_{i-1}u'(t^+_{n_0+i})\Big)^q \leqslant (1 - v_n)(u'(t^+_{n_0+n}))^q.$$

又由不等式(17), (19), 得

$$(u'(t^+_{n_0+n+1}))^q \leqslant \frac{(1-v_n)\alpha_n}{v_n\beta_n^q}\Big(\sum_{i=2}^{n}\beta_{i-1}u'(t^+_{n_0+i})\Big)^q$$

或

$$\frac{v_n\beta_n^q}{(1-v_n)\alpha_n}(u'(t^+_{n_0+n+1}))^q < \Big(\sum_{i=2}^{n}\beta_{i-1}(u'(t^+_{n_0+i}))^q\Big)^q. \tag{20}$$

在不等式(20) 两边同时加上 $\beta_n{}^q(u'(t^+_{n_0+n+1}))^q$ 且同时乘以 $\frac{\alpha_{n+1}}{\beta_{n+1}^q}$. 由引理 1 及定理 2 中定义的 v_{n+1}, 根据不等式(16)($n + 1$ 取代 n) 得如下结果:

$$v_{n+1}(u'(t^+_{n_0+n+1}))^q < \frac{\alpha_{n+1}}{\beta_{n+1}^q}\Big(\sum_{i=2}^{n+1}\beta_{i-1}(u'(t^+_{n_0+i}))^q < (u'(t^+_{n_0+n+1}))^q. \tag{21}$$

因此不等式(18) 对 $n + 1$ 也成立.

根据不等式(21) 和 v_{n+1} 的定义得 $0 < v_{n+1} < 1$, 不等式(19) 对 $n + 1$ 也成立. 这就完成了归纳假设的证明. 因此不等式(18), (19) 对所有 $n \in \mathbf{N}$ 成立. 但这与定理 2 中的条件相矛盾. 证毕.

在特殊情况下, 当不等式(3) 或(13) 中 α_n 是常数时, 也就是说, $\alpha_n = \alpha$. 在这种情况下, 无穷序列 z_n 和 v_n 是否存在很容易决定. 因此可得下面的结论:

推论 1　假设 $0 < q \leqslant 1$. 若定理 1 中 $\alpha_n = \alpha \in (0, 1)$, $\theta_n = \theta \in (0, 1)$ 是的常数, 且使得 $\sqrt{\theta} + \sqrt{\alpha} \leqslant 1$. 则方程(1) 是非振动的.

证明　引入函数 $f(z)$,

$$f(z) = \frac{z - \alpha}{\theta + z - \alpha} \qquad 0 \leqslant z \leqslant 1. \tag{22}$$

重新写递推关系:

$$z_{n+1} = f(z_n) \qquad n \in \mathbf{N}, z_0 = 1. \tag{23}$$

由于 $\alpha, \theta \in (0, 1)$, 显然 $z_1 = f(z_0) = f(1) \in (0, 1)$, 且 $z_1 < z_0$. 注意到 $f(z)$ 在区间 $[0, 1]$ 上是严格递增的函数, 由 $z_n < z_{n-1}$, 得 $z_{n+1} = f(z_n) < f(z_{n-1}) = z_n$, 因此 $1 = z_0 > z_1 > z_2 > \cdots$. 既然 $z_n > 0$, $n \in \mathbf{N}$, 则存在 z_* 使得 $\lim\limits_{n\to\infty} z_n = z_*$ 且 $z_* = f(z_*)$. 因此根据(22) 式, 得知 z_* 是特征方程 $z^2 - (1 - \theta + \alpha)z + \alpha = 0$ 的一个实根, 其中判别式是非负的:

$$D = (1 - \theta + \alpha)^2 - 4\alpha = (1 + \sqrt{\theta} + \sqrt{\alpha})(1 + \sqrt{\theta} - \sqrt{\alpha})(1 - \sqrt{\theta} + \sqrt{\alpha})(1 - \sqrt{\theta} - \sqrt{\alpha}) \geqslant 0.$$

注意到 $\alpha, \theta \in (0, 1)$, D 中前 3 项是正的. 所以 $D \geqslant 0$ 的充分必要条件是 $\sqrt{\theta} + \sqrt{\alpha} \leqslant 1$. 可以找到 z_*, 且满足 $0 < 1 - \sqrt{\theta} < z_* < 1$. 递推关系(23) 对所有 $n \in \mathbf{N}$ 成立. 证毕.

推论 2　假设 $1 \leqslant q < \infty$. 若定理 2 中 $\alpha_n = \alpha > 0$ 和 $\theta_n = \theta \in (0, 1)$ 的常数且使得 $\sqrt{\theta} + \sqrt{\alpha\theta} > 1$, 则方程(1) 是振动的.

证明　令 $g(v)$ 表示为

$$g(v) = \theta\Big(\frac{v}{1-v} + \alpha\Big) \qquad 0 \leqslant v < 1,$$

则递推关系可以写成

$$v_{n+1} = g(v_n), v_0 = 0.$$

现只要找到条件使得递推关系(14) 的值不在区间[0,1) 内. 因为 $v_1 = g(0) = \mathrm{HA}$, 如果 HA \ 1, 那么 v_n 不在区间[0,1) 内. 显然, 这种情况下有不等式 $\sqrt{\mathrm{H}} + \sqrt{\mathrm{AH}} > 1$. 因此, 只要研究 $\mathrm{HA} < 1$ 的情况.

函数 $g(v)$ 在区间(0,1) 是严格递增的, 且 $v_1 = g(0) = \mathrm{AH} > 0 = v_0$, 因此序列 $v_* = \lim\limits_{n y]} v_n$. 若序列始终在区间[0,1] 内, 则 $v_* = g(v_*)$, 即 v_* 是特征方程 $v^2 - (1 - \mathrm{H} + \mathrm{AH})v + \mathrm{AH} = 0$ 的一个根. 然而, 这个方程没有根的条件是判别式是负的:

$$D = (1 - \mathrm{H} + \mathrm{AH})^2 - 4\mathrm{AH} = (1 + \sqrt{\mathrm{H}} + \sqrt{\mathrm{AH}})(1 + \sqrt{\mathrm{H}} - \sqrt{\mathrm{AH}})(1 - \sqrt{\mathrm{H}} + \sqrt{\mathrm{AH}})(1 - \sqrt{\mathrm{H}} - \sqrt{\mathrm{AH}}) < 0.$$

因为有 $\mathrm{AH} < 1$, 所以 D 的表达式前 3 项是正的. 因此 $D < 0$ 与 $\sqrt{\mathrm{H}} + \sqrt{\mathrm{AH}} > 1$ 是等价的. 证毕.

参考文献:

[1] AGARWAL R P, GRACE S R, O. REGAN D. Oscillation Theory for Second Order Linear, Half-Linear, Superlinear and Sublinear Dynamic Equations [M]. Kluwer Academic Publishers, 2002.

[2] AGARWAL R P, GRACE S R, O. REGAN D. Oscillation Theory for Second Order Dynamic Equations [M]. Taylor & Francis, 2003.

[3] DOSLY O, REHAK P. Half-Linear Differential Equations [M]. North-Holland, 2005.

[4] ZHOU Yong. Oscillation and Nonoscillation for Second Order Quasilinear Difference Equations [J]. J. Math. Anal. Appl., 2005, 303: 365- 375.

[5] YANG Xiao-jing. Oscillation and Nonoscillation Criteria for Quasilinear Differential Equations [J]. J. Math. Anal. Appl., 2004, 298: 363- 373.

[6] HUANG Chun-chao. Oscillation and Nonoscillation for Second Order Linear Impulsive Equations [J]. J. Math. Anal. Appl., 1997, 214: 378- 394.

[7] PENG M, GE W, XU Q. The OscillationPNonoscillation of Nonlinear Difference Equations [J]. Mathl. Comput. Modelling, 2000, 31: 227- 235.

Oscillation and Non-Oscillation Criteria for Second Order Half-Linear Impulsive Differential Equations

CHEN Xian-wei[1], DENG Hai-yang[1], CHENG Hua-jiao[2]

(1. School of Mathematics and Computing Science, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, Hunan China;
2. College of Mathematics and Information Sciences, Guangxi University, Nanning 530004, Guangxi China)

Abstract: The second order half-linear impulsive equation $(|uc(t)|^{q-1}uc)c = -p(t)|u(t)|^{q-1}u(t)$ is studied and new oscillation and nonoscillation theorems are obtained, where $q > 0$ is a constant and $p(t)$ is an impulsive function defined by $p(t) = \sum_{n=1}^{]} a_n D(t - t_n)$.

Key words: oscillation; nonoscillation; half-linear impulsive differential eautions

(责任编辑 向阳洁)