第29卷 第3期
2008年5月
吉首大学学报(自然科学版)
Journal of Jishou University (Natural Science Edition)
Vol. 29 No. 3
May. 2008

文章编号: 1007-2985(2008)03-0076-04

机构综合的混沌优化算法*

陈本松
(常德职业技术学院机电系, 湖南 常德 415000)

摘 要: 针对机构综合的非线性方程组求解问题提出了一种混合混沌算法, 将方程组转换成一个优化问题, 然后利用优化问题的非线性共轭梯度法与混沌优化方法相结合进行优化求解, 该算法能使非线性共轭梯度法跳出局部最优, 最终获得全局最优. 机构综合实例表明: 笔者提出的方法能够求出非线性方程组的所有实数解, 算法有效、简单、实用.

关键词: 机构综合 非线性方程组; 非线性共轭梯度法; 混沌优化方法; 混合算法
中图分类号: TH122 文献标识码: A

自然科学与工程中的诸多问题都可以转化为非线性方程组的求解问题, 如何快速而有效地求出非线性方程组的全部解是数学工作者和工程专家都十分重视的问题. 目前非线性方程组求解方法: 如牛顿迭代法及其改进方法、同伦法[1]、数学机械化[2]、Groebner 基方法[2]、结式法[3]、区间分析法[4]、泛灰求解法[5]以及优化法等, 非线性方程的求解问题中最经典的Newton 法迭代法, 具有二阶收敛速度, 但用 Newton 法求解非线性方程组需要进行预处理, 初始点的选取适当与否决定了算法的收敛性及收敛速度. 近来, 随着混沌的研究与发展, 利用混沌求解非线性方程的思想逐步发展起来, 但理论上仍不完善[6-8]. 非线性共轭梯度法是求解多种非线性优化最有效的方法之一, 因此, 已经构造出了许多算法, 如 FR 方法等. 然而, 这些算法只有在一定条件下才能保证收敛到全局最优解. 笔者用混沌优化方法帮助共轭梯度法跳出局部最优, 与共轭梯度法相比多了一个混沌优化方法, 与混沌优化方法相比多了一个共轭梯度法, 避免了混沌算法要遍历几乎所有状态的缺点, 提高了优化效率. 机构综合实例表明笔者提出的方法能求出机构学综合方程组的所有实数解, 且方法简单、实用.

1 问题转换

考虑非线性方程组

$$F(x) = 0, \tag{1}$$

$\boldsymbol{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^{\mathrm{T}} \in \boldsymbol{D} \subset \boldsymbol{R}$, 且有界, $F(\boldsymbol{x}) = [f_1(\boldsymbol{x}), f_2(\boldsymbol{x}), \cdots, f_m(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}$, 其中, $f_i(\boldsymbol{x})$ 是连续可微实值函数.

在用无约束优化方法求解(1) 式, 通常将其转化为一个全局优化问题

$$\min f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{m}[f_i(\boldsymbol{x})]^2. \tag{2}$$

* 收稿日期: 2008-03-11
作者简介: 陈本松(1971-), 男, 湖南常德人, 常德职业技术学院机电系讲师, 主要从事机电一体化技术教学研究.

显然, 若存在 $\boldsymbol{x}^* \in \boldsymbol{D}$ 是非线性方程组(1) 式的解, 即 $F(\boldsymbol{x}^*) = 0$, 则 $\boldsymbol{x}^*$ 也是优化问题(2) 式的全局最优解, 对应最优值是 $f(\boldsymbol{x}^*) = 0$; 反之, 优化问题(2) 式的最优值是 $f(\boldsymbol{x}^*) = 0$, 对应的点 $\boldsymbol{x}^*$ 就满足 $F(\boldsymbol{x}^*) = 0$, 也就表示点 $\boldsymbol{x}^*$ 是(1) 式的解. 因此, 可通过解优化问题(2) 式来求解非线性方程组(1) 式.

2　混沌共轭梯度法混合算法

2.1 混沌优化方法

混沌是在确定性系统中出现的一种貌似无规则, 类似随机的现象, 是普遍存在的复杂运动形式和自然现象, 它无序中又有序. 混沌行为的最本质特点是非线性系统对初始条件的极端敏感性, 它具有有界性、遍历性、内在随机性、标度性、普适性、分维性、正的 Lyapunov 指数、无限宽频功率谱等基本特征, 常用 Lyapunov 指数定量描述[9]. 混沌映射可用确定性的非线性差分方程来描述, 不包含任何随机因素, 其轨迹有可能是完全随机的, 而且它在状态空间上具有遍历性. 混沌的遍历理论认为任一个没有稳定周期轨道的单峰映像, 必有一个绝对连续不变测度的混沌轨道, 因为它有一个测度, 它必是混沌的. 令

$$y_{n+1} = \mu y_n(1 - y_n), \tag{3}$$

其中 y_n 表示混沌变量 y 在 n 次迭代时的值, 在文献[10] 中已经证明. 若取 $\mu = 4$ 时, 则系统(3) 完全处于混沌状态, 且 y 在(0, 1) 范围内遍历. 混沌优化算法的基本步骤:

(1) 算法初始化. 对(3) 式中的 y_n 分别赋予 i 个具有微小差异的初值, 可得 i 轨迹不同的混沌变量, 记为 $y_{i,n+1}$, 置 $k = 1$.

(2) 令 $x_{i,n+1} = c_i + d_{i,n+1}$, 其中 c_i, d_i 为常数, 其作用是把混沌变量的取值范围变换到相应的优化变量的取值范围.

(3) 用混沌变量进行迭代搜索. 令 $x_i(k) = x_{i,n+1}$, $x_i^* = x_i(0)$, 计算 $f_i(k)$, 且 $f^* = f(0)$.

(4) 若 $f_i(k) < f^*$, 取 $x^* = x_i(k)$, 结束, 否则转第(5) 步.

(5) 令 $k = k + 1$, 转第(3) 步, 经过 m 步搜索后保持不变.

上述算法第(4) 步结束的条件是为下一次的共轭梯度法找到了一个较好的初值, 第 5 步的意义是搜索 m 次后还找不到比 f^* 更好的点, 则 f^* 为全局最优解. 该算法不需要搜索到全局最优, 仅帮助下次的共轭梯度法找到一个有利的初值点, 以使其跳出局部最优, 或判断当前的 f^* 是否全局最优.

2.2 非线性共轭梯度法

(1) 给出初值 $\boldsymbol{x}_1 \in D$ 和一个微小的正数 ε, 计算 $\boldsymbol{d}_1 = -\boldsymbol{g}_1 = \nabla f(\boldsymbol{x}_1)$, $k = 1$.

(2) 若 $\|\boldsymbol{g}_1\| \leqslant \varepsilon$, 则停, 否则利用某种非精确线性搜索技术求 α_k, 使 $\min f(\boldsymbol{x}_k + \alpha_k \boldsymbol{d}_k)$.

(3) 计算 $\boldsymbol{g}_1 = -\nabla f(\boldsymbol{x}_{k+1})$, $\beta_{k+1} = \dfrac{(\boldsymbol{g}_{k+1} - \boldsymbol{g}_k)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{g}_{k+1}}{\|\boldsymbol{g}_k\|}$, $\boldsymbol{d}_{k+1} = -\boldsymbol{g}_{k+1} + \beta_{k+1} \boldsymbol{d}_k$,

其中 $\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{x}_k + \alpha_k \boldsymbol{d}_k$. 令 $k = k + 1$, 转第(2) 步.

此非线性共轭梯度法在采用精确线性搜索技术对一致凸函数全局收敛, 并且具有二次终止性, 但对于非凸问题, 在文献[11] 中已经证明此算法极易陷入局部最优, 甚至不收敛.

2.3 混合算法

(1) 随机产生给一个初值 $\boldsymbol{x}_1$, 置 $k = 1$.

(2) 用共轭梯度法搜索出 $\boldsymbol{x}^*$.

(3) 在用混沌优化方法进行若干步搜索, 如果找不到比 $\boldsymbol{x}^*$ 更好的点, 结束. 否则, 假定找到一点 x^{**}, 该点的函数值比点 x^* 更好, 用 x^{**} 代替 $\boldsymbol{x}_1$, 返回第(2) 步. 将以上算法编写程序 NCGCHAO.

非线性共轭梯度法与混沌优化方法都是下降算法. 因此, 混合算法也是下降算法.

3　实例分析

在对平面四杆机构进行函数综合时, 一般要求其输入角 θ_{1j} 与输出角 φ_{1j} 之间保持一定的函数关系, 建

立如图1所示的直角坐标系,则 C 点的坐标为(1,0),取铰链点 A, B 的坐标为A_x, A_y, B_x, B_y 为设计变量,分别用 x_1, x_2, x_3, x_4 表示[10].

按杆长不变的约束条件和位移矩阵,可导出以下的综合方程:

$$f_j(x) = P_{1j}x_1x_3 + P_{2j}x_1x_4 + P_{3j}x_2x_3 + P_{4j}x_2x_4 + P_{5j}x_1 + P_{6j}x_2 + P_{7j}x_3 P_{8j}x_4 + P_{9j}, \qquad (4)$$

其中:$j = 2, 3, \cdots, m$, m 为实现的点数,采用精确点综合时,最多能实现5个位置.

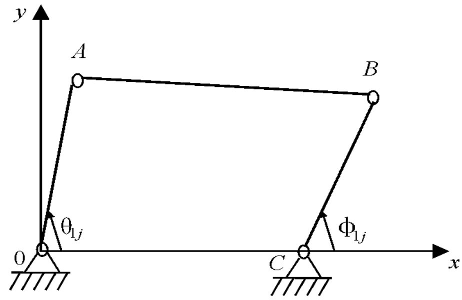

图1 机构简图

$$P_{1j} = 1 - \cos(\theta_{1j} - \phi_{1j}); P_{2j} = -\sin(\theta_{1j} - \phi_{1j}); P_{3j} = \sin(\theta_{1j} - \phi_{1j}); P_{4j} = 1 - \cos(\theta_{1j} - \phi_{1j});$$

$$P_{5j} = \cos(\theta_{1j} - \phi_{1j}) - \cos(\theta_{1j}); P_{6j} = \sin(\theta_{1j} - \phi_{1j}) + \sin(\theta_{1j});$$

$$P_{7j} = \cos(\phi_{1j}) - 1; P_{8j} = -\sin(\phi_{1j}); P_{9j} = 1 - \cos(\phi_{1j}).$$

(4)式中含有4个设计变量和 $m-1$ 个设计方程,因此,该问题的最大精确数为5个.在很多情况下,机构综合问题最终可归结为一个无约束优化问题,即

$$\min F(\boldsymbol{x}) = \sum_{j=1}^{m}(f_j(\boldsymbol{x}))^2, \qquad (5)$$

其中 m 为综合点数.

综合平面铰链四杆机构,使其输出角 φ_{1j}、输入角 θ_{1j} 之间实现表1所示的要求.取 $\varepsilon = 10^{-6}$,随机产生4个初始点得到了表2所示前4个解.如果 $\varepsilon = 10^{-5}$,运行10次求得的解如表2所示(除1-4号解外,还增加了几个近似解),且迭代终止条件不同所得到的近似解有可能不同,这样根据具体要求取迭代终止条件 ε 多次运行得到不同的解,以便选用,-般条件下先选用较小的 ε 计算,如果能用来选择的方案较少,则增大 ε 以求得较多的方案.

表1 输入角 θ_{1j} 与输出角 $\varphi_{(1j)}$ 的5组对应值

j	1	3	5	7	9
θ_{1j}	0	60	130	200	280
φ_{1j}	0	17	44	61	50

表2 综合结果

序号	变量				备注
	x_1	x_2	x_3	x_4	
1	0.346 883 518 640 93	0.155 322 892 230 08	2.376 214 319 014 23	1.071 082 765 202 15	满足要求
2	0.338 023 751 221 82	0.352 844 031 477 75	1.523 013 425 027 32	1.460 086 724 564 56	满足要求
3	0.008 760 503 273 29	0.198 789 548 986 63	0.243 588 201 023 67	0.429 728 052 185 13	满足要求
4	0.000 000 000 000 00	0.000 000 000 000 00	1.000 000 000 000 00	0.000 000 000 000 00	退化解
5	0.248 105 903 314 48	0.097 425 197 884 78	0.624 115 209 561 86	0.497 211 881 276 04	近似解
6	-0.056 568 084 598 18	0.107 894 983 433 39	0.455 242 764 964 06	0.221 739 457 736 67	近似解
7	0.268 798 757 420 49	0.348 661 425 494 33	0.379 458 858 050 80	0.745 483 501 931 59	近似解
8	0.361 432 534 604 29	0.260 703 524 479 13	2.002 100 921 942 91	1.369 159 448 966 81	近似解

4 结论

混沌优化方法能帮助共轭梯度法跳出局部最优,且以概率收敛到全局最优值.混沌具有遍历性,更重

要的是它能“不重复”的遍历几乎区域中的每一点. 因此, 混合优化算法能够求解出非线性方程组的全部解, 且给出的迭代终止条件不同可能得到较多的近似解. 机构综合实例表明笔者提出的方法是正确的和有效的. 该算法简单、实用, 值得推广.

参考文献:

[1] 庄育锋, 王 品, 廖启征. 一种非平面 9 杆巴氏桁架位移分析的研究 [J]. 北京邮电大学学报, 2006, 29(6): 13- 16

[2] 冯志友, 李永刚, 张 策, 等. 并联机器人机构运动与动力分析研究现状及展望 [J]. 中国机械工程, 2006, 17(9): 978- 983.

[3] 罗佑新. 结式消元理论及刚体导引机构综合的 Maple 实现 [J]. 机械传动, 2003, 27(4): 16- 18.

[4] 张纪元, 沈守范. 计算机构学 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.

[5] 罗佑新, 何哲明, 郭惠昕. 泛灰数学在平面刚体导引连杆机构综合中的应用 [J]. 机械传动, 2002, 26(2): 73- 75.

[6] 谢 进, 陈 永. 基于混沌的刚体导引问题 Burmester 点的求解方法 [J]. 中国机械工程, 2002, 13(7): 608- 710.

[7] 罗佑新, 廖德岗. 耦合混沌映射牛顿迭代法与机构精确点运动综合 [J]. 机械传动, 2007, 31(1): 28- 30.

[8] 罗佑新, 李晓蜂, 廖德岗. 混沌映射牛顿迭代法及其在机构运动学综合中的应用 [J]. 机械传动, 2007, 31(2): 35- 36, 44.

[9] EDWARD OTT. Chaos in Dynamical Systems [M]. Cambridge: The Press of the University of Cambridge, 2002.

[10] 罗佑新, 廖德岗, 车晓毅, 等. 机构综合的超混沌电路牛顿迭代法研究 [J]. 湖南文理学院学报, 2007, 19(3): 49- 54.

[11] 戴或虹, 袁亚湘. 非线性共轭梯度法 [M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2000.

Chaos Optimization Algorithm for Mechanism Synthesis

CHEN Ben-song

(Changde Vocational Technical College, Mechanical and Electrical Science Department, Changde 415000, Hunan China)

Abstract: Aiming at solving the nonlinear equations of mechanism synthesis, a hybrid chaotic algorithm is presented. The equations are transformed into an optimization problem. A new hybrid algorithm which combines the chaos optimization method and the nonlinear conjugate gradient method approach having an effective convergence property is proposed. The hybrid algorithm can help the conjugate gradient approach to skip the local minimum and finally can find the global minimum. The numerical example of mechanism synthesis shows all real solutions can be found with the proposed method and it shows the efficiency of this algorithm. The proposed method is simple and easy to use, and it is valuable to popularize it.

Key words: mechanism synthesis; nonlinear equations; nonlinear conjugate gradient method; chaos optimization algorithm; hybrid algorithm

(责任编辑 陈炳权)