

文章编号: 1007- 2985(2008) 06- 0069- 04

直线一级倒立摆模糊控制中次优滤波器的应用*

李晓梅¹, 嵇启春¹, 冯仰敏²

(1. 西安建筑科技大学信息与控制工程学院, 陕西 西安 710055; 2 中国新时代国际工程公司, 陕西 西安 710054)

摘要: 采用模糊控制算法实现倒立摆的倒立平衡控制, 当系统受到随机干扰时, 其输出会有较大超调, 摆杆存在抖动现象. 为了实现系统的精确控制, 得到被控对象的真实状态, 消除动态噪声和量测噪声对系统带来的抖动影响, 提高响应的平稳性. 设计了计算量小、实时性好于 Kalman 滤波器的次优滤波器, 从而实现倒立摆的快速平稳控制.

关键词: 倒立摆; 随机干扰; 次优滤波; 模糊控制

中图分类号: TP13; TN713

文献标识码: A

倒立摆系统是个典型的非线性、高阶次、多变量、强耦合、绝对不稳定的动态系统, 其稳定控制相当困难. 倒立摆控制系统的控制方案中笔者采用模糊加滤波, 区别于经典控制方法和现代控制方法. 基于专家经验的智能控制方法——模糊控制对不确定系统有其优越性, 也有不足之处. 当强噪声作用于系统时, 模糊控制输入域偏离中心, 控制效果变粗糙, 摆杆存在抖动现象. 为消除抖动现象, 在不改进控制器的情形下, 希望得到系统较真实的状态, 滤除夹杂的噪声, 使模糊控制器的输入论域作用在零值附近, 从而提高系统的控制精度, 实现对摆杆的平稳控制. 鉴于对倒立摆系统的控制要求具有强实时性, 相比于最优滤波器、次优滤波器的计算量小, 实时性更好. 笔者通过滤波稳定性分析, 验证了常增益阵次优滤波器的存在, 实验结果表明带次滤波器的模糊控制使系统取得了满意的控制效果.

1 连续系统 Kalman 滤波器的结构与计算公式

1960 年卡尔曼和布西提出了数学结构上比较简单的最优线性递推滤波方法, 滤波算法以“一步预测—计算校正系数—取得新观测数据—校正”的方式递推进行, 由递推方程随时给出新的状态估计, 不需要求解积分方程, 既适用于平稳随机过程, 也适用于非平稳随机过程^[1]. 卡尔曼滤波器结构如图 1 所示.

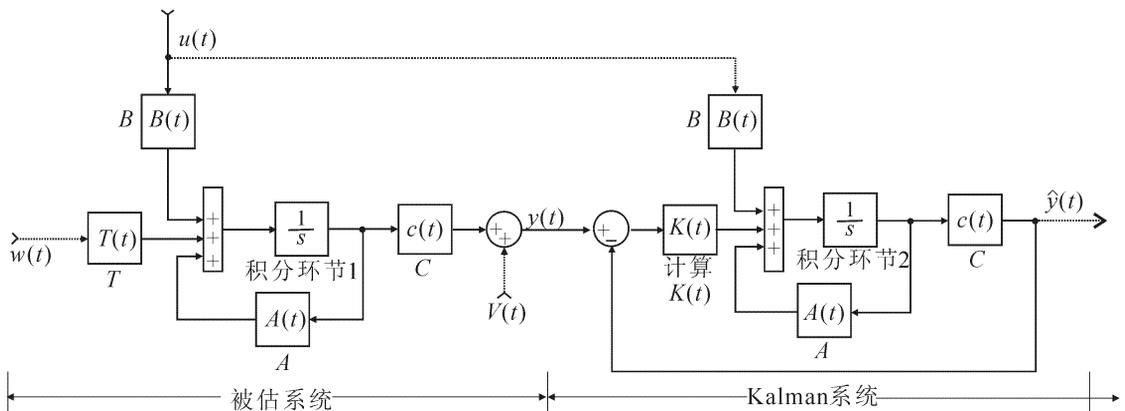


图 1 连续系统 Kalman 滤波器结构

* 收稿日期: 2008- 08- 28

作者简介: 李晓梅 (1983-), 女, 黑龙江齐齐哈尔人, 西安建筑科技大学硕士研究生, 主要从事工业过程控制及网络控制研究.

滤波器的开环部分是被估系统的模型, 控制输入为 $u(t)$, 动态噪声输入为 $w(t)$, 量测噪声输入为 $v(t)$, 输出为 $y(t)$. 滤波器具有反馈结构, 利用实际的测量值 $y(t)$ 与其估计值 $\hat{y}(t) = C(t)\hat{x}(t)$ 之差 $\tilde{y}(t) = y(t) - \hat{y}(t)$, 即新息作为估值误差 $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ 的一种度量, 经过增益矩阵 $K(t)$ 进行线性校正^[2]. 其中:

被估系统动态方程和量测方程为

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \Gamma w(t), y(t) = Cx(t) + v(t);$$

滤波估值方程为

$$\dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x}(t) + B(t)u(t) + K(t)[y(t) - C(t)\hat{x}(t)];$$

初始估值为

$$\hat{x}_0 = Ex = \bar{x}_0;$$

滤波增益方程为

$$K(t) = P(t)C^T(t)R^{-1}(t);$$

估值误差方差阵方程为

$$\dot{P}(t) = A(t)P(t) + P(t)A^T(t) - P(t)C^T(t)R^{-1}(t)C(t)P(t) + \Gamma(t)Q(t)\Gamma^T(t);$$

初始估值误差方差阵为

$$P_0 = E(x_0 - \bar{x}_0)(x_0 - \bar{x}_0)^T.$$

由上面 Kalman 递推滤波方程组可以看到, 滤波增益阵 $K(t)$ 每采样一次就要更新一次, 所以 Kalman 滤波器计算量很大. 从现实角度看, 由于计算机的容量和速度受到限制, 所以存在研究简化滤波器的必要性. 最优滤波器的大量计算时间都用在计算估计误差方差阵 P 上, 以便得到最优增益阵 K . 如果能用近似方法得到最优增益矩阵 K , 则可不必要计算估计误差的方差阵, 那么可使计算量大大减少.

2 次优滤波原理

由 Kalman 滤波器稳定性定理, 若系统为一致完全可控制和一致完全可观测的, 则它的最优线性滤波系统是一致渐近稳定的, 即当滤波时间充分长以后, 滤波估值和滤波误差方差阵 (包括增益阵) 渐近地不依赖于初值 x_0 及初始误差方差阵 P_0 的选择而趋于一个唯一确定的正定阵, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = P$, 从而最佳滤波增益也趋于一个唯一确定的增益阵 $\lim_{t \rightarrow \infty} K(t) = PC^T R^{-1} \triangleq K$.

对于线性定常系统, 若系统是完全可控和完全可观测的, 则最优增益阵存在稳态值, 以 Kalman 滤波器增益矩阵的稳态值作为增益矩阵, 即得到次优滤波器^[3]. 笔者采用 $\alpha - \beta$ 滤波器, 即使用常增益卡尔曼滤波技术, 滤波只依赖于 2 个增益常数 α 和 β 且

$$K = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}.$$

3 倒立摆模糊控制系统

3.1 直线一级倒立摆的连续线性随机状态空间模型

设

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \Gamma w(t), y(t) = \phi(t) = Cx(t) + v(t).$$

选取摆角和摆角变化率为系统状态变量, 摆角为输出的具体模型如下:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\phi}(t) \\ \dot{\dot{\phi}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2.614 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi(t) \\ \dot{\phi}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2.668 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w(t),$$

$$y(t) = \phi(t) = (1 \ 0) \begin{bmatrix} \phi(t) \\ \dot{\phi}(t) \end{bmatrix} + v(t).$$

其中: Γ 为噪声转移矩阵; $w(t)$ 和 $v(t)$ 均为一维零均值、互不相关白噪声, 统计特性分别为

$$\text{cov}[w(t), w(\tau)] = Q(t)\delta(t - \tau),$$

$$\text{cov}[v(t), v(\tau)] = R(t) \delta(t - \tau),$$

$$\text{cov}(w(t), v(t)) = 0$$

选取量动态噪声和测噪声的误差方差阵分别为 $Q(t) = 100 R(t) = 50$

3.2 模糊控制器的设计

模糊控制器^[4]结构采用二维模糊控制器, 如图 2 所示, 以摆角偏差 e 和偏差的变化率 ec 为输入, 模糊控制器输出控制小车加速度 acc

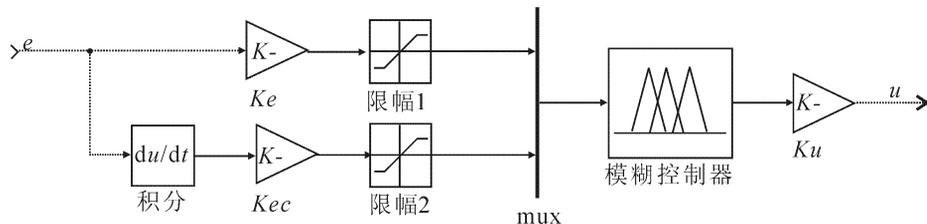


图 2 模糊控制器结构

通过计算及系统调试, 得出最佳的量化因子和比例因子值: $Ke = \frac{6}{0.0857} = 70$ $Kec = \frac{6}{1.2} = 5$ $Ku =$

$\frac{126}{7} = 18$ 其中 0.0857 是摆角偏差最大值, 单位是弧度, 近似于 5° ; 1.2 为摆角偏差变化率, 单位为 rad/s 126 为小车加速度, 单位为 m/s^2 .

4 次优滤波器设计

直线一级倒立摆系统的可控性及可观测性矩阵的秩为

$$\text{rank}(\Gamma \quad A\Gamma) = 2 \quad \text{rank} \begin{pmatrix} C \\ AC \end{pmatrix} = 2$$

由于系统可控性及可观测性矩阵的秩等于系统的维数, 所以系统是完全能控和完全能观测的, 由滤波稳定性原理可知滤波器是稳定的, 存在常值滤波增益阵, 即次优滤波器是存在的. 当滤波时间 $t \rightarrow \infty$ 时, $P(t) \rightarrow 0$, 系统矩阵 Riccati 微分方程将和矩阵 Riccati 代数方程有相同的解, 解系统矩阵 Riccati 代数方程^[5]:

$$0 = -PA - A^T P + PC^T R^{-1} CP - \Gamma Q \Gamma^T,$$

得系统稳态误差方差阵 P 为

$$P = \begin{pmatrix} 266.3 & 44.7 & -470.1 & 141.8 & -20.1 & -84.5 \\ 44.7 & 371.4 & -763.6 & 67.7 & 4 & -125 \\ -470.1 & -763.6 & 2648.1 & -416.3 & 40.9 & 442 \\ 141.8 & 67.7 & -416.3 & 107.7 & -14.7 & -74.4 \\ -20.1 & 4 & 40.9 & -14.7 & 2.7 & 7.7 \\ -84.5 & -12.5 & 442 & -74.4 & 7.7 & 75.2 \end{pmatrix}$$

由此推得系统稳态增益矩阵 $K = P(t)C^T(t)R^{-1}(t) = \begin{pmatrix} 0.950 \\ 0.863 \end{pmatrix}$. 最后得到系统次优滤波器如下: 滤

波增益矩阵为 $K = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.950 \\ 0.863 \end{pmatrix}$; 滤波方程为 $\dot{\hat{x}} = \begin{pmatrix} \phi \\ \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2.6149 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi \\ \varphi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2.6683 \end{pmatrix} u +$

$$\begin{pmatrix} 0.950 \\ 0.863 \end{pmatrix} [y - (1 \quad 0)\hat{x}].$$

由上述方程可以看出, 次优滤波器不需要计算误差方差阵 $P(t)$ 和 $K(t)$, 使系统计算量大大减少.

5 系统仿真实验

在系统阶跃输入为 0.1 弧度 (相当于 5.7325°) 时, 给系统添加方差较大的一维白噪声^[6], 系统动态噪

声方差和量测噪声方差分别为 $Q(t) = 100$ $R(t) = 50$ 得仿真实验结果如图 3 4

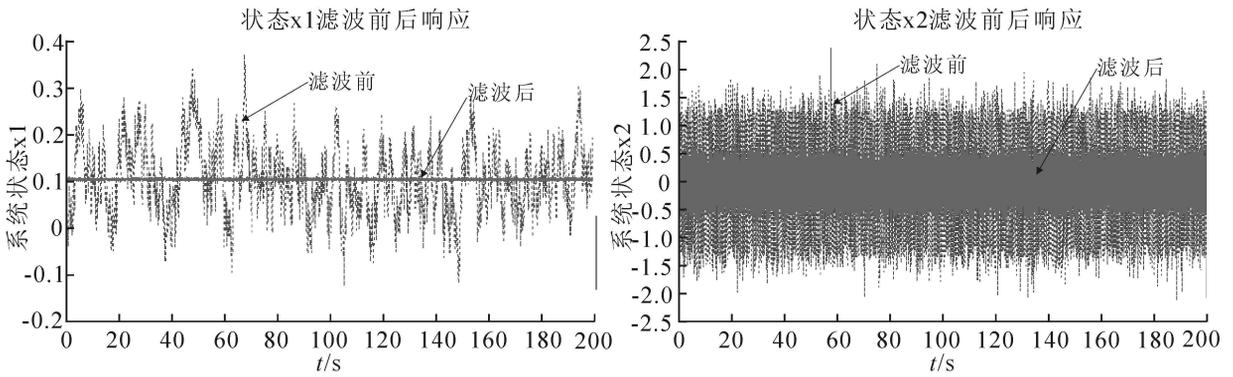


图 3 滤波前后系统状态响应

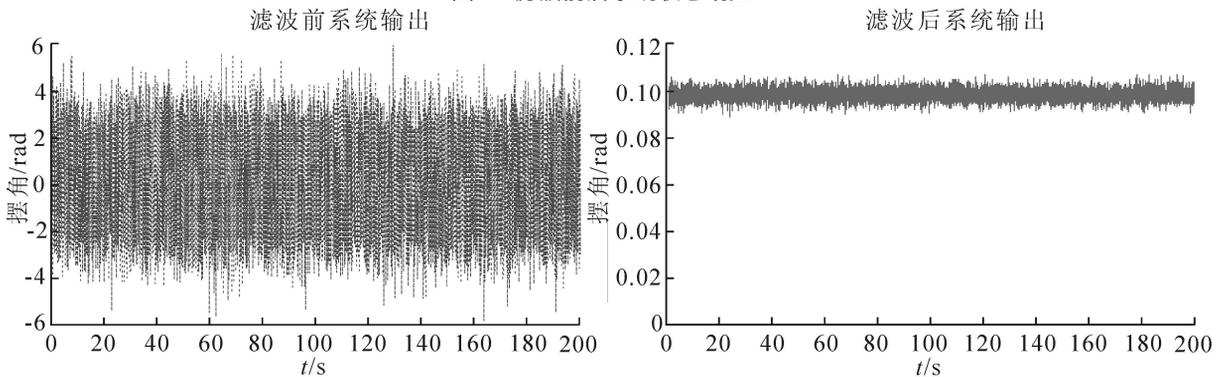


图 4 滤波前后系统输出响应

由仿真结果可看出加入次优滤波器后, 可从夹杂有随机噪声的观测信号中分离出系统较真实的状态, 系统输出超调及振荡明显减小, 次优滤波器在倒立摆模糊控制的实物中同样取得了满意的控制效果.

6 结语

倒立摆系统在模型建立过程中忽略了空气阻力和各种摩擦, 并认为摆杆为刚体, 进行一系列线性化处理, 同样存在随机干扰带来的影响. 笔者由干扰的统计特性及滤波稳定性分析设计了实时性较好的次优滤波器, 克服了单纯模糊控制摆杆存在的抖动现象, 成功实现了倒立摆仿真及实物控制.

参考文献:

- [1] 陈新海. 最佳估计理论 [M]. 北京: 航空学院出版社, 1987: 95-178
- [2] 李德根, 裴海龙. Kalman滤波在无人直升机辅助实验中的设计与实验 [J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(6): 102
- [3] 谢克明, 李国勇. 现代控制理论 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 339-361.
- [4] 王立新. 模糊系统与模糊控制教程 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 45-47.
- [5] 咎波, 张艳花, 付朝霞. 基于 Kalman滤波的反辐射导弹跟踪噪声源研究 [J]. 微计算机信息, 2007, 23(3): 314
- [6] 邢慧, 颜景龙, 张书江. 基于 Kalman滤波的稳像技术研究 [J]. 兵工学报, 2007, 28(2): 175.

Application of Sub-Optimal Filter in the Fuzzy Control of Inverted Pendulum

LIXiao-mei¹, JIQi-chun¹, FENGYang-mi²

(1 College of Information and Control Engineering Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China
2 China New Era International Engineering Corp., Xi'an China 710054)

Abstract The balance control of inverted pendulum adopts fuzzy control arithmetic. There exists dithering phenomenon and system output exists big overshoot when the system is disturbed by stochastic disturbance. To realize system exact control, get actual states of controlled device, eliminate the dithering influence caused by dynamic noise and measure noise, enhance smoothness of response, this paper designs a sub-optimal filter which has less numeration and much better real-time response better than kalman, and thus realizes the fast and steady control of inverted pendulum.

Key words inverted pendulum; stochastic disturbance; sub-optimal filter; fuzzy control

(责任编辑 陈炳权)