

## 符号动力学, 星花积及其他\*

彭守礼

(云南大学 物理系非线性中心, 云南 昆明 650091)

摘要: 混沌破坏了拉普拉斯的经典决定论<sup>[1]</sup>, 从而改变了我们审视世界的观点, 符号动力学则提供了这种观点的一种数学表达.

关键词: 符号动力学; 星花积; 混沌; 拉普拉斯决定论; 普适性

中图分类号: O 415 文献标识码: A 文章编号: 0258-7971(2003)03-0221-04

物理学经历了古典力学, 统计物理, 相对论, 量子力学这样个性鲜明的历史阶段. 同时整个自然科学的数理基础由线性化也经历了非线性化的过程. 在上个世纪 80 年代初, 一门富有传奇性色彩的新科学——混沌学被建立起来了. 这门学问的理论基础是动力学系统和遍历理论. 而其中最本质的数学表示方式是符号动力学. 符号动力学是这样一种学问, 如果说各种物理系统都用一套物理量的微分方程去描述它的运动规律的话, 则符号动力学原则上可以把这些微分方程在邦加莱截面上的映射, 抽象化为一些符号绳或串的运动. 这种抽象为物理科学澄清本质开辟了道路. 它的抽象形式, 正如我的老师, 混沌科学的前驱者之一, 约瑟夫·福特 (Joseph Ford) (1930—1994), 在 20 年前给欧洲物理学报告主编的信中所预言的一样<sup>[1]</sup>:

“符号动力学方法对于近代非线性科学, 犹如当年 Hilbert 空间的算子代数对于量子力学一样重要.”

现在符号的运动学或动力学已经成为 20 世纪非线性物理发展的基本框架. 事实上, 物理学的发展都以数学形式的发现为前奏, 微积分之于牛顿力学, 黎曼几何之于相对论, 纤维丛之于杨-密尔斯规范场. 符号动力学的源头可追溯到伟大数学家邦加莱 (1892)<sup>[3]</sup>. 其后阿达玛 (1898)<sup>[4]</sup>, 休和莫尔斯 (1921)<sup>[5~8]</sup>. 19 世纪末, Jacques Hadamard<sup>[4]</sup>, 开创了符号序列应用于复杂系统的先河. 对具有负曲率

的曲面上的测地流, 可以用一些符号序列去作简单的描述, 并且证明了在测地流的符号描述中包含着有限的禁止字集<sup>[9]</sup>. 这种对象正是往后被称为有限型符号动力学子移位的原型. 大约 30 年过去, 莫尔斯 (Morse) 和黑德隆<sup>[11]</sup> (Hedlund) 在 1920 年相继发现很多类似的现象. 特别是著名的休-莫尔斯符号绳的替换所形成动力学是比较美丽的一章. 在休-莫尔斯移动的极限中人们看到了动力学中极小和唯一遍历流这样在拓扑与度量上美丽的例证. 在数学家探索的直觉中, 1938 年, 以符号动力学正式命名的论文被首刊出来, 莫尔斯和黑德隆在美国数学会刊<sup>[11]</sup>连续阐述了符号动力学的基本框架和内容, 这在编年史上应该是符号动力学的诞生标志点. 符号动力学最天然的试验室是混沌动力学. 但历史上的渊源应追溯到一位伟大数学家邦加莱的一个伟大发现<sup>[3]</sup>, 当时邦加莱在研究限制性三体问题, 发现稳定与不稳定流形在变形中相交中会产生无穷多个栅状的横截同宿点. 这个伟大发现是混沌的第一个深刻的数学图像. 1888 年邦加莱论天体力学的新方法获得瑞典和挪威奥斯卡二世的国王奖 (虽然后人发现该论文有一些错误) 因为符号动力学的移位映射是混沌准确而自然的表达. 邦加莱这一发现是 20 世纪的前夜最伟大的发现之一. 可惜在历史的这个门槛上, 普朗克又天才地发现了量子论, 将物理学全部的视线都吸引在量子现象的发现上, 以至人们忽略邦加莱这个伟大的发现. 直

\* 收稿日期: 2003-03-10

基金项目: 国家重点基础研究发展规划 (G200077300).

作者简介: 彭守礼, 男, 四川人, 教授, 主要从事非线性科学及其相关领域方面的研究.

到 1963 年, 麻省的气象学家罗伦兹在大气方程组的三模截断中发现长期预报的不可预测性<sup>[13]</sup>. 同年法国天文学家埃农在二维映射中<sup>[14]</sup>, 1964 年美国物理学家 J·福特, 在哈密屯系统中发现混沌<sup>[15]</sup>, 这样掀起的混沌热潮遍及数理自然科学的各个领域. 但是数学家是沉着而深刻的, 以具有传奇色彩的数学家斯梅尔在微分方程的首归截面, 构造了以他命名的马蹄<sup>[16]</sup>, 这是符号动力学对邦加莱发现的本质表达, 而这一表达使得符号动力学在数学上成为一个重要而成熟的分支. 虽然存在着正测分形, 但是由于斯梅尔马蹄的混沌测度大多数是零测的. 所以物理学家并没有非常仔细去研究它的物理可测的实在性. 在混沌热潮持续发展至 70 年代末, 与混沌现象中随机性、测不准性等正面形象相反, 它所包含规则性和普适性上突现出来. 座落在新墨西哥州沙漠上的洛斯阿拉莫斯是实施曼哈屯原子弹计划的摇篮, 那里的年青的理论物理学家费根堡<sup>[17]</sup>在 1978 年发现了在非线性现象中由周期倍分叉通向混沌的道路上, 有着非常普遍的规则性. 2 个以他命名的普适常数: 几何标度因子  $\alpha$ 、分叉收敛速率比  $\delta$ , 使得人们在非线性现象的纷乱无规、随机等不可测性的层面中, 找到了问题的阿奇尔踵. 因为非线性科学最根本的特点是破坏了线性数学中象自由度上的线性迭加, 付氏变换等人们已经熟练掌握的工具. 在这个新对象中, 出现了普适常数无疑是一种新的可掌握的自由度. 混沌可以用周期点去逼近, 正象无理数可以用有理数去逼近一样, 而黎曼  $\zeta$  函数是一个重要桥梁. 但我们知道, 有理数能够逼近无理数是因为前者是稠的. 因此一个重要命题, 由“需求”转换成为猜测, 这是 2 位著名的数学家, Fields 奖得主, Milnor - Thurston 在 1978 年的命题 (1) 存在无穷多个等拓扑熵平台. (2) 一维单峰映射的周期点是稠的. 我们在双峰映射以及多峰映射的研究中可用星花积证明了存在无穷多个等拓扑熵平台<sup>[18]</sup>. 很明显, 每个等拓扑熵平台都至少包含几个 Feigenbaum 常数. 这样周期点稠的猜测至少在符号空间, 被证明是正确的. 在参数空间由它的分形结构可判明也是正确的<sup>[19]</sup>. 这样就在理论上为逼近混沌的描述方法找到了可靠的根据.

当然普适常数的获得在 Feigenbaum 的原始论文中并没有运用星花积的概念. 历史在发现高潮到来之时, 成果和人物象流星一样接踵而至, 恰恰在

与 Feigenbaum 巨大发现的同一年, 2 个不相关的领域出现了 2 篇历史性文献, 一方面是符号动力学中的揉理论的创立<sup>[20]</sup>, 这是由 Milnor - Thurston 将刻画混沌的程度量上界的拓扑熵与符号动力学精致的联系起来首建立了等熵平台的原始概念. 另一方面由 3 位物理学家德瑞达 - 吉瓦斯 - 泊缪 (D. G. P)<sup>[21]</sup>发明一种新的代数乘法, 用这种乘法可以由已知周期序列, 寻找新的周期序列, 最核心的部分是乘积序列是可允的, 即表达映射中可现实的轨道. 这种乘法所产生的序列, 在用二倍法自乘时, 正好是 Feigenbaum 获取普适常数时所使用的由数字经验界定的序列. 从这里观察可知: 为了大量获得普适常数, 在代数形式必须寻找更广泛的星花积. 大约 20 年后, 我们将在起始点上无关的两者: 揉理论与星花积结合起来, 在前人成果的基础上<sup>[4, 22]</sup>, 终于将 D. G. P 的一维二符号的星花积推广到三、四以至任意多符号<sup>[24~29]</sup>, 这些工作是在非线性中心由许多年青工作者共同努力完成的结果, 其中包含了中国符号动力学专家们巨大开拓性的工作, 指引和帮助分不开.

符号动力学已经发展成了一门崭新的学问. 正如纽约时代周刊的科学评论家, 格莱克所预兆一样<sup>[30]</sup>, 混沌同它的理论基础, 它的内容除开传统的自然科学, 数、理、化、天、地、生之外. 我们已经很明显地看到它在计算机理论, 通讯, 密码, 自动机, 信息学、生物信息学等与信息产业有巨大联系的重要分支学科有着光辉的前景应用. 作为物理学而言, 新兴兴起的量子计算机与量子通讯学<sup>[31, 32]</sup>, 它将利用符号动力学的成果. 一种直朴的想法, 你能把符号动力学也量子化吗? 这不是 joke. 就我们的知识而言, 量子动力学的符号化已经有专家尝试过<sup>[33]</sup>. 我想当量子计算机的研究深入时, 量子图灵机或更复杂的量子化的冯·洛伊曼的元胞自动机都将会与符号动力学有深度交叉的机会. 即使天体物理在广义相对论领域内, 既然符号动力学是来自负曲率上测地流, 那么在爱因斯坦方程的引力曲率空间上, 测地线将有什么样的符号流也是一个有趣的问题. 目前人类基因组谱图的完成, 表示着生物学进入后基因时代. 解剖基因密码的生物信息学已成为当前自然科学中最具挑战性的课题<sup>[34, 35]</sup>, 我们已经看到, 一个新的运用符号序列分析基因密码的高潮正在到来. 对年青的物理工作者而言, 这些征兆性的现象是发展符号动力学的很好机遇. 我衷

心希望有更多的年青物理学家, 来应用在近 30 年中这门新兴科学的成果, 以铺开你们的研究道路。这也是本短文在纪念母校 80 华诞时所寄予的一点小希望。

### 参考文献:

- [ 1 ] FORD J. How random is a coin toss[J]. *Physics Today*, 1983, 36( 6 ): 40—47.
- [ 2 ] FORD J. Ford joseph foreword of symbolic dynamics and hyperbolic dynamic system[J]. *Phys Reo*, 1981, 75: 288.
- [ 3 ] POINCARÉ H J. *Les methodes nouvelles de la de mécanique céleste*[ M ]. Paris: Gauthier Villars, 1982.
- [ 4 ] HADAMARD J. *Les surfaces à courbure poopsées et leur lignes géodésiques* [ J ]. *Journal de Mathématiques ( 5th series )*, 1898, 4: 27—73.
- [ 5 ] MORSE M. A one to one representation of geodesics on a surface of negative curvature[ J ]. *Amer J Math*, 1921, 43: 33—51.
- [ 6 ] MORSE M. Recurrent geodesics on a surface of negative curvature, *Trans [ J ] Amer Math Soc*, 1921, 22: 84—100.
- [ 7 ] THUE A. Bber unendliche Zeichenreihen[ J ]. *Norske Vid Selsk Skr I Mat Nat K1 Cristiania*, 1906, ( 7 ): 1—22.
- [ 8 ] THUE A. Ber die gegenseitige lage gleicher teile gew iss er zeichenreihen[ J ]. *Norske Vid Selsk Skr I Mat Nat K1 Cristiania*, 1912, ( 1 ): 1—67.
- [ 9 ] XIE Hui min. Grammatical complexity and one dimerr sional dynamical systems[ M ]. Singapore: World Scier tific Press, 1996.
- [ 10 ] 周作领. 符号动力学系统(第三章)[ M ]. 上海: 上海 科技出版社, 1997.
- [ 11 ] MORSE M, HEDLUND G A. Symbolic dynamics *Amer J of Math*, 1938, 60: 815—866.
- [ 12 ] MORSE M, HEDLUND G A. Symbolic dynamics II, sturmian trajectories[ J ]. *American J of Math*, 1940, 60: 1—42.
- [ 13 ] LORENZ E N. Deterministic nonperodic flow [ J ]. *J Atmos Sci*, 1963, 20: 130.
- [ 14 ] HÉNON. Numerical study of quadratic aree preserving mappings[ J ]. *Quart Appl*, 1969, 27: 291—312.
- [ 15 ] FORD J. Equipartition of energy for nonlinear systems [ J ]. *J Math Phys*, 1961, 2: 387—393.
- [ 16 ] SMALE S. *Diffeomorphisms with many periodic points* [ A ]. CALRNS S S. *Differential and Combinatorial Topology Ed [ C ]*. Prineeten: Princeton Univ Press, 1963, 9.
- [ 17 ] FEIGENBAUM M J. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations[ J ]. *J Stat Phys*, 1978, 19: 25—52.
- [ 18 ] PENG Shou li, ZHANG Xu sheng. The generalized Milnor Thurston conjecture and equal topological entropy class in symbolic dynamics of order topological space of three letters[ J ]. *Commun Math Phys*, 2000, 213(2): 381—411.
- [ 19 ] CAO Ke fei, ZHANG Xu sheng, ZHOU Z, et al. Devil s carpet of topological entropy and complexity of global dynamical behavior [ J ]. *Chaos Solitons & Fractals*, 2003, 16(5): 709—726.
- [ 20 ] MILNOR J, THURSTON W. *On iterated maps of the interval*[ M ]. Berlin: Springer press, 1985.
- [ 21 ] DERRIDA B, GERVOIS A, POMEAU Y. Iteration of endomorphisms on the real axis and representation of numbers[ J ]. *Ann Inst Henri Poincaré*, 1978, 29: 305.
- [ 22 ] HAO Ba r lin, ZHENG Wei mou. *Applied symbolic dynamics and chaos*[ M ]. Beijing: World Scientific Press, 1998.
- [ 23 ] 陈式刚. 映象与混沌[ M ]. 北京: 国防工业出版社, 1992.
- [ 24 ] PENG Shou li, ZHANG Xu sheng, CAO Ke fei. Dual star products and metric universality in symbolic dynamics of three letters[ J ]. *Phys Lett A*, 1998, 246: 87—96.
- [ 25 ] LIU H Z, ZHOU Z, PENG S L. Star transformations and their genealogical varieties in symbolic dynamics of four letters[ J ]. *J Phys A: Math Gen*, 1998, 31: 8 431—8 450.
- [ 26 ] ZHOU Zong, PENG Shou li. Cyclic star products and universalities in symbolic dynamics of trimodal maps [ J ]. *Physica D*, 2000, 140: 213—226.
- [ 27 ] PENG Shou li, DU Lei ming. Dual star products and symbolic dynamics of Lorenz maps with the same entropy[ J ]. *Phys Lett A*, 1999, 261: 63—73.
- [ 28 ] PENG Shou li, CAO Ke fei, CHEN Zhong-xuan. Devil s staircase of topological entropy and global regularity[ J ]. *Phys Rev E( USA )*, 1995, 51( 3 ): 200.
- [ 29 ] PENG Shou li, CAO Ke fei. Star products in one dimensional symbolic dynamics [ M ]. *Directions in Chaos*, Singapore: World Scientific, to be Published 2003.
- [ 30 ] GLEICK J. *Chaos*[ M ]. New York: Pen Guin Press, 1987.
- [ 31 ] BENIOFF P. *Quantum mechanical hamiltonian models*

- of turing machines[J]. J Stat Phys, 1982, 29: 515.
- [32] BENIOFF P. Quantum mechanical hamiltonian models of turing machines that dissipates no energy[J]. Phys Rev Let, 1982, 48: 1 581.
- [33] BOQOMOLNY E B. Semiclassical quantization of multidimensional systems[J]. Nonlinearity, 1992, 5: 805 — 866.
- [34] 郝柏林. 生物信息学手册[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2003.
- [35] 彭守礼. 探索生命的遗传语言[A]. 李喜先. 21 世纪的 100 个科学难题[C]. 长春: 吉林人民出版社, 1998. 435—439.

## Symbolic dynamics, star product and others

PENG Shou li

(Center for Nonlinear Complex Systems, Department of Physics, Kunming 650091, China)

**Abstract:** The chaos break down the classical Laplace determinism<sup>[1]</sup>. Hence it changes the viewpoint in which people look closely at the world, the symbolic dynamics provides a mathematical representation of this viewpoint.

**Key word:** symbolic dynamics; star product; chaos; laplace determinism; universality

\* \* \* \* \*

(上接第 220 页)

## A language generator of medical imaging diagnostic report based on real time association

SHI Xinling<sup>1</sup>, WANG Xiao<sup>1</sup>, ZHANG Yufeng<sup>1</sup>, WANG Yuan yuan<sup>2</sup>

(1. Department of Electronical Engineering, Yunnan University, Kunming 650091, China;

2. Department of Electronical Engineering, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** There are strong mutual relations among the components of natural language sentences in a given field. According to these relations, we can generate other components of a sentence using their association by the sentence's key component. Hereby, A method for generating natural language sentences based on real time association is presented and a language generator of medical imaging diagnostic report is given.

**Key words:** associative probability; based on real time association; generating sentence; limite vocabulary associative memory network