云南大学学报（自然科学版），2005，27（6）：464～470　　CN 53- 1045/N　ISSN 0258- 7971
Journal of Yunnan University

# 相对论性量子场反常维度与动量空间维度
## ))) 纪念爱因斯坦5相对论6诞生百周年 x

陈蜀乔[1]，赵　喜[2]，赵树松[3]，黄邦蓉[2]
(昆明多重强子动力学研究合作组：1. 昆明理工大学，云南 昆明　650224；
2. 云南师范大学，云南 昆明　650092；3. 云南大学，云南 昆明　650091)

摘要：量子场中的奇异性(发散困难)被量子场反常维度 $C_B(g_R, e_R)$ 与 $D = D_0 - E(D_0 = 4)$ 中 E 参数所控制，$C_B(g_R, e_R)$ 与 E 可以相互替换. $C_B(g_R)$ (QCD) 的渐进自由被实验 $\sqrt{S} = 30 \sim 1\,800$ GeV 所证实. 强相互作用的电荷依赖为 $C_B(g_R, ?) = C_B(g_R, 0)[1 + be_R/g_R]^2 (b [ 1)$. 非线性相互作用改变了量子场的维度与量子场的拓扑不变性.

关键词：动量空间；量子场反常维度；质量反常维度；量子场渐进自由
中图分类号：O 412　　文献标识码：A　　文章编号：0258- 7971(2005)06- 0464- 07

物理学中 Dimension(英语)一词有 3 个意义：物理学的尺度(线度)；物理量的类：量纲(因次)；时间#空间的维度：在牛顿力学中空间三维(笛卡尔坐标)及时间一维. 相对论中是整体四维时#空 $D = 4$. 量纲是物理量的种类.

因此，在物理学期刊杂志的论文中，常常对量子场反常维度(Anomalous Dimension)[1~5]还是量子场反常量纲[6,7]发生歧义. 什么是维度？怎样定义维度？这是邦加莱(H. poincaré)首先发难的问题：维度不是坐标的个数，圆锥顶点是几维的？点是有维度的. 1912 年邦加莱写成维度理论的第 1 篇文章，不久谢世. 所以，后来叫做 / 邦加莱最后的论文0[8]，并形成维度的递归定义：线是一维的，用点能将其隔离为 2 段；面是二维的，用线能能将其隔离为两半，其余类推. 可见，维度定义与长度无关. 维度是拓扑不变性(Topological Invariance)[9,10].

1970 年量子场论的研究发现[1~5]：非线性相互作用会改变量子场的维度，并定义出量子场反常维度 $C_B(g_R, e_R)$ 与 $C_F(g_R, e_R)$，前者 Bose 场，后者 Fermi 场.

经典物理的前沿研究中，1986 年以后也发现非线性相互作用同分形(Fractal)相联系，混沌(Chaos)就是分形.

## 1　点集理论与 Lebesque 测度

在数学著作中[9,10]首先为维度正名的 L. Brouwer 建议将维度写为 Dimensiongard. 但是在数学中不存在维度与量纲、线度的混淆，仍将维度写为 Dimension. 在物理学中则有必要将维度写成 Dimensiongard[11].

时间#空间坐标 $x_L(L = 1, 2, 3, 4; x_4 = ct$，是光速)，在 $x_L$ 上的任一点也是 D 维($D = 4$)，因为转动可以使这一点具有 4 个坐标值.

研究点集理论时常常用实数 $x = [0, 1]$ 线段，这是因为

$$x = [0, 1]\ S\ e^{xc}/(e^{xc} + 1) : U(?\ ])\quad (xc: -\ ]\ \ y+\ ]). \tag{1}$$

x 收稿日期：2005- 04- 26
基金项目：云南省教育厅科学研究基金项目(03Z192A).
作者简介：陈蜀乔(1964- )，男，四川人，副教授，主要从事强子发射源方面的研究.
赵树松(1938- )，男，四川人，教授，导师.

将 $x = [0, 1]$ 分为 3 段, 中间 2 个点, 将中间长度分为 1/3 的段抽去, 第 2 步, 将所剩的 2 段又划分为 3 段, 分别抽出其中间长度为 $(1/3)^2$ 的那段. 将这种划分与抽出去的程序不断进行下去, 写成表达式为[10]

$$x = \sum_{i=1}^{]} \frac{2}{3} x_i ; \qquad x_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} (\text{三进展开}), \tag{2}$$

这就是康托点集(G. Cantor). 康托点集与实数的无理数子空间可一一对应. 在 $x = [0, 1]$ 中被抽出去的总长度

$$S = \frac{1}{3} + 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 4\left(\frac{1}{3}\right)^3 + , + 2^{n-1} \# \left(\frac{1}{3}\right)^n + , \tag{3}$$

这是一个无穷几何级数

$$S = \frac{1}{1 - 2/3} = 1, \tag{4a}$$

这就是说 $x = [0, 1]$ 中的长度被全部抽光, 康托无穷点集 $G_T^{(3)}(x)$ 的长度为零; 但是康托无穷点集的点与实数 $x = [0, 1]$ 的点同样多(一一对应)[10]. 长度与点的多少是 2 个概念[5]. 三进康托点 $G_T^{(3)}(x)$ 的 Lebesque 测度(长度) 为零, 但具有 Hausdorff 测度

$$L_H(x) = \text{常数}\ x^A;\ 0 < A < 1, \tag{4b}$$

这里的 $A$ 是 Hausdorff 维度; 对于 $G_T^{(3)}(x)$ 我们有

$$A_T^{(3)} = \frac{\ln 2}{\ln 3}. \tag{4c}$$

一般地, 对于 n 进康托点集

$$A_T^{(3)} = \frac{\ln(n-1)}{\ln n}, \tag{4d}$$

这里, 当 $n$ y ] 时 $A_T^{(])}$ y 1, Hausdorff 维度与测度趋近于 Lebesque 测度(长度) 与通常维度; 当 $n = 9$ 时 $1 - \ln 8/\ln 9$ U $- C_B(g_R)$, 反常维度 $- G_B(g_R) = 0.0536$(QCD). 注意, 这只是在数量上指出量子场反常维度同分形(分维性) 关系. 量子场的拓扑结构异常复杂, 目前知之甚少.

康托引进基数(Cardinality) 概念[9, 10]. 在 1897 年的第 1 次国际数学会议上, A. Hurwitz 及 J. Hadamard 指出这种理论将在数学分析中发挥重要作用[12]. 很快, 测度理论与拓扑学便开始运用康托的基数理论.

实数 $x$, 康托点集 $G_T^{(3)}(x)$, 无理数或超越数集合代数数集合 $A(x)$, 都是不可数集合 $U(x_i)$, 具有基数ℵ$_1$数无穷点集合, 例如有理数集合, 具有基数ℵ$_0$且ℵ$_1$是ℵ$_0$的ℵ$_0$幂[9]

$$\aleph_1 = \aleph_0^{\aleph_0}, \tag{5a}$$

$$\mathrm{Card}[G_T(x)] = \aleph_1. \tag{5b}$$

勒贝格(H. Lebesque) 将长度概念推广, 1902 年提出测度概念(Measure), 后来把长度叫 Lebesque 测度. Lebesque 测度具有基数ℵ$_1$且由实数来表达.

康托集合 $G_T^{(3)}$ 的 Lebesque 测度为零, 但有实数的基数, 所以它具有 Hausdorff 测度与 Hausdorff 维度.

## 2　相对论性量子场动量空间的维度 D

量子电动力学(QED) 的微扰论在计算费曼积分时遇到无穷多发散( ] ! ) 困难, 但经相乘重整化或费曼#戴逊#朝永重整化后与实验符合[9]. 1965 年重整化方法被肯定下来.

电子的重整化质量(等于实验值) 为[14]

$$m_R(e_R) = m + Dm; \tag{6}$$

$$Dm = \frac{A_e}{2P} m_R \left[\frac{3}{2} A(+) + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right];$$

$$A_e \text{ T } 1/137, \tag{7}$$

$$A = \frac{-i}{P^2} \int \frac{d^D k}{(k^2 + m^2)^2} = \int_0^{]} \frac{k^2 dk^2}{(k^2 + m^2)^2} \quad (D = 4), \tag{8}$$

这里 $D = 4$, $A_e = e_R^2/hc$. 四维矢量 $k = (ik_0, k_1, k_2, k_3)$ 积分(8) 的结果为

$$A(+) = \ln\left\{\frac{+^2 + m^2}{m^2} + \frac{m^2}{+^2 + m^2} - 1\right\}_{+ \text{y} ]}. \tag{9}$$

当 + m $m_0$ 时: $A(+) = 2\ln(+/m)$, (6) 式改写成

$$m_R(e_R) = Z_m^{-1}(e_R)\, m, \tag{10}$$

这里 $Z_m(e_R)$ 叫质量重整化常数

$$Z_m(e_R)\, m = \left[1 - \frac{3}{4P} A_e \# A(+)\right]^{1/2}. \tag{11}$$

同理, 电子的重整化电荷(等于实验值) 为

$$e_R = Z_B^{1/2}(e_R)\, e; \tag{12}$$

$$Z_B^{1/2}(e_R) = \left[1 - \frac{A_e}{3P} \# A(+)\right]. \tag{13}$$

对于强相互作用的重整化由 t. Hooft 与 Veltmen 完成, 采用 Reimann - Liuvioull 正规化方

法便可获得. 量子色动力学(QCD), 对应的重整化常数为[16]

质量 $Z_m(g) = 1 - \frac{2}{3P} \# g^2 \# \frac{1}{E} + \ ,$ (Mass); (14)

玻色子 $Z_B(g) = 1 + \frac{13}{4P} \# g^2 \# \frac{1}{E} + \ ,$ (Boson); (15)

费米子 $Z_F(g) = 1 - \frac{1}{3P} \# g^2 \# \frac{1}{E} + \ ,$ (Fermion); (16)

耦合荷 $Z_F(g) = 1 + \frac{2}{2P} \# g^2 \# \frac{1}{E} + \ ,$ (Color Charge). (17)

这里 E是动量空间维度的参量[16]: $D = D_0 - E$, E 可看作四维动量空间的反常维度. 20 世纪 70 年代之前, 都认为量子场论的发散困难是无穷多自由度引起的数学困难. 动量空间维度 $D = D_0 - E(D_0 = 4)$ 的基本概念首先在物理学中提出了动量空间的问题. 量子电动力学(QED) 是非线性场论. 动量空间的维度同非线性相互作用有关. 这是一个重要的理论, 将物理学对量子场的认识向前推进了新的一步.

量子场动量空间的$(D_0 - E)$ 维, 其参量 E被认为是Hausdorff维度[13], 并认为时间#空间/ 具有颗粒结构0. 对于这些点, 物理学家中至今持有不同的看法. 这是正常的, 但我们可以从物理角度来讨论由 2 种不同重整化方法所对应的参数之间的联系.

## 3 发散积分 A( +) 与 $D = D_0 - E$ 的关系

积分(8) 中将微分元 $d^D k$ 写成球坐标的形式, 得到经向变量 $k = (k^2 - p_0^2)^{1/2}$ 的表达式

$$A(+) = \lim_{b y ]} Q_0^b \frac{k^2 dk^2}{k^2 + m^2} \text{ (Off Mass shell)}. \tag{18}$$

D 维空间中球坐标体积元是

$$d^D k = \frac{2P^{D/2}}{(D/2)} \# k^{D-1} \# dk, \tag{19}$$

第 1 个因子是$(D - 2)$ 个极角及方位角的积分. 体积元(19) 式可重新写为

$$d^D k = \frac{2P^{D/2}}{(D/2)} \# \frac{k^{D_0 - 2}}{D - 2} d(k^2 + m^2)^{D-2}. \tag{20}$$

令 $q_k = (k^2 + m^2)^{1/2}$, 我们有

$$d(k^2 + m^2)^{D-2} = 2(D - 2) q_k^{2(D-2)-1} \# dq_k, \tag{21}$$

再将(18) 式的被积函数写成 $q_k$ 变量的形状

$$\frac{k^2 + m^2}{(k^2 + m^2)^2} - \frac{m^2}{(k^2 + m^2)^2} = \frac{q_k^2}{q_k^4} - \frac{m^2}{q_k^4}. \tag{22}$$

将(20) ~ (22) 代入(18)

$$A(m, E) = 2(1 - E) Q_{k=0}^{]} \frac{dq_k}{q_k^{1+2E}} - 2(1 - E) Q_{k=0}^{]} \frac{m^2 dq_k}{q_k^{3+2E}}, \tag{23}$$

积分被分成 2 部分

$$A_1(m, E) = Q_{k=0}^{]} \frac{dq_k}{q_k^{1+2E}} = \frac{1}{2E}\left(\frac{1}{m^2}\right)^E, E > 0, \tag{24}$$

$$A_1(m, E) = Q_{k=0}^{]} \frac{m^2 dq_k}{q_k^{3+2E}} = \frac{(m^2)^{-E}}{2(1 - E)}, \ E > 0. \tag{25}$$

将(24), (25) 代入(23) 得

$$A(m, E) = \frac{2(1 - E)}{2E} \# \left(\frac{1}{m^2}\right)^E - \left(\frac{1}{m^2}\right)^E, E > 0. \tag{26}$$

G. t. Hooft 与 M. Vetman 指出: $E y 0$与 $+ y ]$ 是对应的. 比较(26) 与(9) 得到

$$A(\underset{Ey0}{m}, E) = \frac{1}{E} \backslash A(+) = \ln\left(\frac{+}{m}\right)^2_{+y]}. \tag{27}$$

注意, (22) 式指出: 当 $m y 0$时 E与$C_B(g_R)$ 等价( 见后面(38) 式), 但(27) 式的发散更严重.

当 E有限时, (26) 式指出: 量子场的动量空间维度 $D = D_0 - E(D_0 = 4)$ 必然导致零量纲的 A( +) 变为 A(m, E) 的量纲$(1/m)^{2E}$, 长度 2E的量纲. 这种现象叫量纲嬗变( 量子场论用自然单位: $h = c = 1$, $1/m = h/mc$, 康普顿波长).

G. t. Hooft 与 M. Veltman 的 $D = D_0 - E$的方法也叫维度正规化( 当费曼的发散积分变为有限值), 但当 $E y 0$时, $(D = D_0)$ 积分仍然发散. 由于傅立叶变换是保维度变换, E X 0, 时空维度的 E值导致时间的/ 不连续0 这样的物理学很难接受的概念. 要迈出这艰难的一步, 我们绝对有必要研究量子场的反常维度 $C_B(g_B)$, $C_F(g_R)$, $C_m(g_R)$[11].

## 4　动量空间维度 $D= D_0- E( D_0= 4)$ 与量子场反常维度

量子场的反常维度 $C_B(g_R)$(玻色子) 与 $C_F(g_R)$(费米子) 是在重整化群方程中定义的. 重整群, 从 E. Stueckelberg 的观念[18] 到重整化群方程, 整整化费 18 a 时间[1~5]. 量子场反常维度最初是来自于费曼#戴逊#朝永重整化(10) ~ (17) 式的重整化常数 $Z_B(g_R)$, $Z_F(g_R)$ 和 $Z_m(g_R)$. 其定义为(36) 式.

在微扰论中玻色场的一个分量 $U_R(x)$ 的重整化传播子被写为时序积的真空平均值[19]

$$G_R^{(2)}(x) = 30| U_R(x_1) U_R(x_2) | 04;$$

$$x = x_2 - x_1, \tag{28}$$

这里 $U_R(x) = Z_B^{-1/2}(g_R) U(x)$, $D_0$ 维动量空间中为

$$G_R^{(2)}(g_R, k) = Z_B^{-1}(g_R) \# \frac{-i}{k^2+ m_R^2- i0};$$

$$k = k_2 - k_1, \tag{29}$$

$$\$_F(g_R = 0, k) = \frac{-i}{k^2 + m_R^2 - i0};$$

$$k = k_2 - k_1, \tag{30}$$

这里 $\$_F(g_R = 0, k)$ 是外腿传播子, 重整化质量为

$$m_R = m - Dm, \tag{31}$$

这里 m 是无非线性相互作用(no nonlinear interaction) 条件下玻色场量子的质量. 比较(6) 与(31) 式得知: 量子场重整化中费米子质量增加, 玻色子质量减少. 传播子(30) 是古典函数, 是奇异性函数.

$$[k^2 + m^2 - i0]^{-n} =$$

$$[k^2 + m^2]^{-n} + iP\frac{(-1)^n}{(n)} D^{(n-1)}(k^2 + m^2), \tag{32}$$

现在我们用连续阶导数将奇异性移开, 用微分公式

$$[k^2 + m^2]_+^{-n} = \lim_{Ky0}\frac{5}{5K}[K(k^2 + m^2)^{K-n}] \tag{33}$$

相互作用传播子在微扰论中是(29) 式, 它没有非微扰论中的截断传播子

$$\underline{G}_R^{(2)}(g_R, k) = Z_B^{-1}(g_R), (k^2 < 0) \tag{34}$$

我们要将 $G_R^{(20}(g_R, k)$ 写成广函(33) 的形状(K为有限值)

$$G_R^{(2)}(g_R, k) = Q\frac{5}{5K}[K(k^2 + m^2)^{K-n}] dK, \tag{35}$$

这要从重整化群方程中量子场反常维度开始[1~5,16]. 玻色量子场的反常维度[1~5,16]

$$+\frac{5}{5+}Z_B^{1}(g_R, +) = 2C_B(g_R) Z_B^{1}(g_R, +). \tag{36}$$

从(11) ~ (17) 式不难算出各个相应的反常维度. 已经证明 $C_B(g_R)$ 不依赖于 +[21], 于是方程(36) 的积分表达式形状如下

$$Z_B^{-1}(g_R, +) = [+^2]^{C_B}. \tag{37}$$

注意(8), (9) 与(35) 式, $+^2$ y $(k^2+ m^2)$, 这样(29) 式应写为

$$G_R^{(2)}(g_R, k) = C_B(g_R)[k^2+ m_R^2]^{C_B(g_R)-1}. \tag{38}$$

这就是广义函数形式的相互作用传播子.

## 5　量子场反常维度 $C_B(g_R)$的实验值

A. Zeilinger 与 K. Svozl 用 $D= D_0- E$ 动量空间的 QED 计算电子的(g- 2)因子, 与实验数据比较得到[13]

$$E(e_R) = \frac{1}{4}(5.3 ? 2.5) @10^{-7}(QCD). \tag{39}$$

为了看出 $C_B(g_R)$ 与 E的关系, 对(38) 式积分得

$$I = Q^{]}_{0}\frac{d^Dk}{[k^2+ m_R^2]^B} =$$

$$iP^{D/2}\frac{(B- D/2)}{(B)}(m_R^2)^{\frac{D}{2}-B}, \tag{40}$$

这里 $B= 1- C_B(g_R)$, $D = D_0 - E(D_0 = 4)$, 从 $(E/2- 1- C_B)$ 看出: $-2C_B(g_R)$ 与 E在正规化中是等价的[22]

$$QCD: -2C_B(g_R) \; z \left(\frac{2}{E}\right) = \ln\left(\frac{+}{m}\right)^2_{+y]}, \tag{41}$$

这里 $C_B(g_R)$ 为量子色动力学(QCD) 的反常维度.

比较(24), (25) 与(40) 式得知, 当 $B= 2(1- C_B)$ 时, 就是(23) 式. 在量子电动力学(QED) 中玻色场量子的反常维度为[16]

$$QCD: C_B(e_R) = \frac{2}{3P}A_e;$$

$$(A_e = 1/137.04). \tag{42}$$

与关系式(40) 对应, QCD 中有

$$\begin{cases} B = 1 + C_B(e_R), \\ 2C_B(e_R)\ z\left(\frac{2}{E}\right) = \ln\left(\frac{+}{m}\right)^2, \end{cases} \quad \text{QCD}. \tag{43}$$

$$C_B(e_R) = 7.7 @10^{-4}, \quad \text{QCD}, \tag{44}$$

这个比值比(39)式中的 E 大 3 个数量级. 强相互作用中, $-2C_B(g_R) = 2 @(0.045 ? 0.012)$[11,22].

## 6 渐近自由与量子场反常维度 $C_B(g_R)$

具体的计算指出: $D = D_0 - E(D_0 = 4)$ 中 E 与 $C_B(g_R)$ 就发散困难(奇异性)的正规化来讲, 可以互相替换.

对(40)式中的被积函数做富里叶变换

$$A^{B}[k^2 + m_R^2]^{-B}_{m_R y 0}{}^{kyx} =$$

$$P^{D/2}\frac{(D/2 - B)}{(B)}[x^2 + a^2]^{B-D/2}_{ay0}, \tag{45}$$

这里 x 是坐标空间中的四矢量, 于是 $d^Dx$ 中的 D 与 k- 空间中相同, 这就导致时间 # 空间的 E 反常维度. 这里, 对 E 的物理解释遇到极大的困难: Hausdorff 时间 # 空间难能接受. 至少现在如此. 因此我们将 E 用 $C_B(e_R)$ 与 $C_B(g_R)$ 来代替; 而且量子电动力学(QED)中 $C_B(e_R)$ 比 E 大 3 个数量级, 使用 $C_B(e_R)$ 更易在实验中观察到.

至于量子色动力学(QED)中的 $C_B(g_R)$ 已在许多强子产生现象中被找到, 并具有确定的实验值. 这些 $C_B(e_R)$ 的实验值明显依赖于粒子 # 粒子的碰撞能量($\sqrt{S}$ GeV); 这就是 QED 的渐近自由[23]. 而 QED 是红外稳定, $C_B(e_R)$ 也依赖于能量($\sqrt{S}$ GeV); QED 中 $|C_B(g_R)|$ 随能量减小, QED 中 $C_B(e_B)$ 随能量增加[23]. 一般地 $C_B(g_R)$ 依赖于电荷($e_R$)[25,26]: $(g_R ? be_R)^2$. 因此实验数据的分析复杂繁难[24].

由重整化群方程的解[1]得到的判别式为

$$\begin{cases} C_B(g_R) < 0 & \text{渐近自由}, \\ C_B(e_R) > 0 & \text{红外稳定}. \end{cases} \tag{46}$$

QCD 渐近自由, 有效耦合常数

$$\begin{cases} A_S = \dfrac{A_S(0)}{\ln\left(\dfrac{\sqrt{S}}{+_{QCD}}\right)}, \\ +_{QCD} = 300 \sim 500\ \text{MeV}. \end{cases} \tag{47}$$

$$-3C_B(g_R) = A_S. \tag{48}$$

强相互作用的电荷依赖从反常维度的实验值中反映出来[24]

$$C_B(g_R, ?) = C_B(g_R, 0)(1 ? be_R)^2, \tag{49}$$

$$4bg_Re_R = 0.04 ? 0.01,$$

$$(\sqrt{S} = 30 \sim 50\ \text{GeV}), \tag{50}$$

$$A_S = 0.16 ? 0.01,$$

$$(\sqrt{S} = 30 \sim 50\ \text{GeV}), \tag{51}$$

当 $\sqrt{S} = 1\ 800$ GeV(pp)时, $C_B(g_R) = 0.042 ? 0.005$[24]. 这样 $A_S = 0.126 ? 0.015(\sqrt{S} = 1\ 800$ GeV), 显然比(47)式预期的要慢, 但渐近自由确是实验事实.

由 Fermi- Dirac 关联得到质子的量子场反常维度为

$$C_F(g_R) = 0.45 ? 0.05, \quad \text{QCD}. \tag{52}$$

量子场反常维度与质量反常维度 $C_m(g_R)$ 与 $C_m(e_R)$ 的关系为[16]

$$\text{QED} \quad C_m(e_R) = (9/4)C_B(e_R), \tag{53a}$$

$$\text{QCD} \quad C_m(g_R) = -(6/P)C_B(e_R), (n_f = 4). \tag{53b}$$

反常维度是粒子及其质量产生的必要条件[22].

## 7 结论与讨论

自从 1972 年 G. t. Hooft 与 M. Veltman 发现量子场论(微扰论, 类空动量空间)中费曼积分的发散可用 $D = D_0 - E(D_0 = 4)$ 维动量的假设消去(正规化)[16]. 维度 E(Dimensiongrad)使得量子物理从 1972~ 1978 年逐渐开始研究[17]数学中的维度理论[9,10]. $D = D_0 - E(D_0 = 4)$ 维动量空间被认为且有 Hausdorff 测度与 Hausdorff 维度. G. t. Hooft 与 M. Veltman 的发现(1999 年获得诺贝尔物理学奖)推动物理学迈出了新的一步.

1970 年物理数学家 C. G. Callan 与 K. Symanzik 同时分别建立了重整化群方程, 即 Callan - Symanzik 方程(简称 C- S 方程). C- S 方程是微扰论研究重整化对称性 18 a 之后才建立的非微扰性质的方程.

C- S 方程定义了反常维度 $C_B(g_R, e_R)$ 与 $C_m(g_R, e_R)$, 也在类空动量空间. C- S 方程将量子场分为 2 类: 渐近自由与红外稳定类. 借此, D. J. Gross, F. Wilzek 与 H. D. Politzer 发现量子色动力学(QCD)在 $D_0$ 时渐近自由行为(2004 年获诺贝尔物理学奖); 就是说 $C_B(g_R)$, $C_F(g_R)$ 与 $C_m(g_R)$ 等

反常维度[$A_S = -3C_B(g_R)$] 都随能量($\sqrt{S}$ GeV) 减小, 实验证明了渐近自由的存在. 注意(47) 式中物理能量($\sqrt{S}$ GeV) 在类时的物理动量空间, 这就表明反常维度的定义(如 (36) 式) 在物理空间正确, 因为 +5/5 + 算子对整个动量空间都成立. 这就表明 C- S算符是亚群(Demigroup) 无穷小算子, C - S方程反映因果律的亚群对称性. 因此, 我们有结论:

(1) 量子场反常维度与($D = D_0 - E$) 中的参数 E可以替换

$$2C_B(g_R) \backslash \frac{2}{E} = \ln\left(\frac{+}{m}\right)^2;$$

(2) 强相互作用的量子场反常维度是新的渐近自由的物理量, 它们控制量子场的奇异性;

(3) 如果 $D = D_0 - E(D_0 = 4)$ 中 E 是 Hausdorff 维度[17], 量子场反常维度 $C_B(g_R, e_R)$, $C_F(g_R, e_R)$ 与 $C_m(g_R, e_R)$ 也是Hausdorff维度[11];

(4) 有效耦合常数(47) 式应写为

$$A_S = \frac{A_S(0)}{\ln\left(\frac{G_N\sqrt{S}}{+_{QCD}}\right)}, \quad QCD,$$

这里 G为非弹性数, $G_N\sqrt{S}$(GeV) 是动力学系统的可用能量, 这样渐近自由要慢些[22], 才能符合实验数据.

感谢: 本文作者们感谢云南大学非线性中心彭守礼教授的有益讨论与帮助, 感谢云南大学杨光俊教授在/ 量子物理讨论班0 所作的数学基础课程的深度讲授.

## 参考文献:

[1] 彭守礼, 赵树松. Renormalization group theory & its application, Selected Papers on High Energy Physics, 1982, 10: 1) 4.

[2] 赵树松, 彭守礼. 粒子物理学中的半群理论[J]. 云南大学学报(自然科学版), 1984, 5(3): 1) 10.

[3] 赵树松, 彭守礼. 强子物理学中的三个定理(质量反常维度)[J]. 云南大学学报(自然科学版), 1985, 6(1): 47) 57.

[4] 赵树松, 谢一冈. 强子基本发射源的物理性质(量子场反常维度)[J]. 云南大学学报(自然科学版), 1989, 11(1): 15) 22.

[5] ZHAO Xi, ZHAO Shu2song. Mass effects and experience formulas of mass creation in exclusive2hadron production processes at $\sqrt{S}$= 4- 1 800 GeV[J]. 云南大学学报(自然科学版), 1998, 20(4): 303) 306.

[6] ZHAO Shu2song, PENG Shou2li. Hadron momentum2distribution in quantum fields at short distance[J]. Chi2na Science Bulletin, 1981, 11: 977) 983.

[7] 王光昶, 马春生, 赵树松. 强子多重数分布及其关联的质量效应[J]. 四川大学学报, 2003, (4): 711) 718.

[8] POINCAREc H. On measure of the space[J]. Revue de M taphysique et de Morale, 1912, 20: 483) 504.

[9] HUREWICZ W, WALLMAN H. Dimension theory [M]. Princeton, 1941.

[10] ENGELKING R. Dimension theory [M]. PWN Warsa, 1987.

[11] ZHAO Shu2song. Spin2statistics connection and anoma2lous dimension of quantum field[M]. World Scientif2ic, Singapor: Multiparticle Production Proc of Shandong Workshop.

[12] 克莱茵 M. 古今数学思想史(第4册)[M]. 北京大学数学系译. 上海: 上海科技出版社, 1981.

[13] FEYNMAN R P. Renomarlizition of quantum electro2dynamics[J]. Phys Rev, 1949, 76: 749) 769.

[14] 朱洪元. 量子场论[M]. 北京: 科学出版社, 1960.

[15] ATSUKI T M, YAMAMOTO N. Relation between weinber and georg2politzer renomarlizition2group e2quations[J]. Phys Rev, 1980, D22, 2 434) 2 446.

[16] t. Hooft G, VELTMAN M. Dimensional regularization in momentum space( $D= D^0- E$, $D^0= 4$) [J]. Nucl Phys, 1972, B44: 189.

[17] ZEILINGER A, SVOZIL K. Dimension in QED[J]. Phys Lett, 1985, 54: 2 557.

[18] STUECKELBRG E, PETERMANN A. Asymptotic of regularization in QED[J]. Helv Phys Acta, 1953, 26: 499.

[19] 卢里 D. 粒子和场[M]. 董明德, 吴永时, 等译. 北京: 科学出版社, 1981.

[20] 盖尔芳特 E M, 希洛夫 G E. 广义函数[M]. 北京: 科学出版社, 1985.

[21] HEPP K. $C_B(g_R, e_R)$ - independence of regularization point($L^2= -p^2$) [J]. Acta Phys Austrica, 1973, 17: 85.

[22] 赵　喜, 黄邦荣, 赵树松. 强子发射源的动力学结构[J]. 高能物理与核物理, 2000, 11: 1 011) 1 017.

[23] GROSS D J, WILZEK F. Asymptotic freedom of QCD [J]. Phys Rev, 1974, D8; Phys Rev, 1974, D9; POLITZER H D, Phys Lett, 1977, 70B: 430.

[24] 陈蜀乔, 王渝华, 赵　喜. 强子发射源电荷结构的归纳图像[J]. 信阳师范学院学报, 1998, (1): 30) 34.

[25] 戴启润, 赵树松. Fermi- Dirac 关联与分布[J]. 高能

物理与核物理, 1996, 11: 1 014) 1 020.

[26] 戴启润, 赵树松. Bose- Einstein 关联与分布[J]. 物理学报, 1995, 8: 1 203) 1 209.

# Momentum space dimensiongrad D= $D^0$- E( $D^0$- 4) and anomalous dimensiongrad of relativistic quantum field

CHENG Shu2qiao[1], ZHAO Xi[2], ZHAO Shu2song[3], HUANG Ban2rong[2]

(1. Kunming Collebration of Multihadron Dynamics 1. Kunming University of Science and Technology, Kunming 650224, China; 2. Yunnan Normal University, Kunming 650021, China; 3. Yunnan University, Kunming 650091, China)

Abstract: The Singularities of Quantum Field Theory are Controlled by the anomalous dimensiongrad $C_B(g_R, e_R)$ and the parameter E in D= $D_0$- E( $D_0$= 4); $C_B(g_R, e_R)$ and E can be instead one another. The Asymptotic freedom of $C_B(g_R)$ (QCD) is proved by the experimental data ( $\sqrt{S}$ = 30) 1 800 GeV); The charge2dependent of strong interaction is in the form of $C_B(g_R, ?) = C_B(g_R, 0)[1+ be_R/g_R]^2$ ( b[ 1) Non2linear interactions change strongly the dimensiongrad of the quantum fields, the topological invariance.

Key words: hausdorff dimensiongrad D= $D_0$- E( $D_0$= 4); quantum anomalous dimensiongrad $C_B(g_R, e_R)$, $C_F(g_R, e_R)$; mass anomalous dimensiongrad $C_m(g_R, e_R)$; asymptotic freedom of quantum fields

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

(上接第 463 页)

# The rest mass and the structure of a photon

JIAO Shan2qing[1], XU Di2yu[2], ZHOU Xun2xiu[1], WANG Shu2juan[3]

(1. Department of Physics, Science College, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;
2. Department of Physics, Sichuan Vocational and Technical College, Suining 629000, China;
3. National Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China)

Abstract: From the standard model(SM) in particle physics, the mass of a photon is considered zero, $m_C$ = 0, which has universally been accepted. The unified theory of weak and electromagnetic interactions is ex2 pressed in the symmetry groups $SU_L(2)$ ª $U_e(1)$, and if $m_C$ X0, the symmetry of $U_e(1)$ must be destroyed. There are indications that the rest mass of a photon isn. t zero, namely $m_C$ X 0, in some recent theoretic re2 searches and experiments. If the rest mass of a photon is really not zero, the foundation of the standard model will be shaken once again.

Key words: rest photon mass; supersymmetry; early stage of the universe; universe microwave back2 ground; number density of photons; number density of protons