

双足行走机器人步态轨迹规划^{*}

周云松, 裴以建, 余江, 池宗琳
(云南大学 信息学院, 云南 昆明 650091)

摘要: 通过对双足机器人行走过程中一些特殊点进行采样分析, 对比人类自身行走步态的观察测量值, 采用三次多项式插值来计算出双足行走机器人在行走过程中的行走轨迹, 按人体比例设定参数, 计算得出了 1 条比较光滑平稳的行走轨迹, 使得机器人的行走姿态更像人类的行走. 通过模拟测试, 结果表明了用三次多项式插值方法是 1 种规划双足机器人行走步态的较好方法, 而且得出的轨迹插值函数比较平滑.

关键词: 双足机器人; 步态规划; 三次多项式插值

中图分类号: TP 24 文献标识码: A 文章编号: 0258-7971(2006)01-0020-07

双足行走机器人与传统的轮子机器人相比有更好的可移动性. 世界著名机器人学专家、日本早稻田大学的加藤一郎教授^[1]说过:“机器人应当具有的最大特征之一是步行功能.”目前机器人的主要移动方式有轮式, 履带式, 步行, 爬行, 蠕动型等. 其中双足行走是步行方式中自动化程度最高, 最为复杂的动态系统. 双足步行系统具有非常丰富的动力学特性, 对步行的环境要求很低, 具有更强的环境适应能力. 双足步行机器人是一门集仿真学、机械学及控制工程学等多学科融合交汇的综合性的学科. 不仅涉及到非线性、基于多传感器信息的控制等技术, 而且还囊括了复杂机电系统的建模、数字仿真技术及混合系统的控制等方面的技术, 是机器人研究领域中的重要分支. 双足步行机器人的研究为各种控制方法, 优化算法, 运动学和动力学仿真, 以及路径规划等提供了实验平台, 具有很高的理论和应用价值.

自从 1996 年 Honda 宣布仿人机器人^[2]P2 的发展以后, 类人型机器人的发展就更加迅速了, 在这段时间, 有很多对双足行走机器人的行走模式的分析^[3-5]. Mc Geer 给出了 1 种被动的行走算法, 把机器人放置在微斜的平面上, 在没有外力的驱动下, 依靠重力和行走过程中的惯性来迫使机器人行走. Shuuji Kajita 则设计了 1 种理想化的 2-D 双足行走机器人模型, 在机器人的体内放置了 4 个 DC(Direct Current) 马达来平衡重心, 因为其结构简单, 机器人的 CoG(Center of Gravity) 可以比较平衡地水平移动, 以达到机器人行走的目的. 清华大学的杨东超、汪劲松等开展的拟人机器人技术及其系统研究工作中, 基于 ZMP(Zero Moment Point) 提出了逆两步法规划机器人的步态, 但轨迹离期望轨迹还有不小的误差, 其主要原因是采用了近似值表示膝关节坐标. 所以基于机器人行走过程中步态的连贯和轨迹的光滑考虑, 本文采用三次多项式插值方法来规划机器人的步态轨迹, 利用三次多项式插值^[6]的优点使机器人的行走有比较平稳、光滑的过渡, 并且利用三次函数在期间上的连续性, 保证了机器人行走过程中速度和加速度的连续.

1 行走模型

在分析双足机器人行走步态的过程中, 我们首先对人体的行走过程进行了观察测量, 以我们自身为实验对象, 同时借助人体模型数据分析. 如图 1 所示, A 描述了人在行走时双足着地的时刻, 当人双足合并直立的时刻是 A 的一个特殊点; 在 B 中描述了以前脚为支撑脚, 另一只脚缓慢向前移动的过程, 直至支撑脚

* 收稿日期: 2005-04-05

基金项目: 云南省自然科学基金资助项目(2004F0010M); 云南大学重点资助项目(2003Z009B).

作者简介: 周云松(1978-), 男, 硕士生, 主要从事机器人应用理论及技术研究.

通讯作者: 裴以建(1959-), 男, 教授, 主要从事机器人应用理论及技术研究.

垂直于地面;在 C 中描述了 B 的移动过程和后脚移动到了支撑脚的前面,直到脚后跟着地的过程.一般地,一个正常人行走的全过程就是 A, B, C 反复循环的过程,可以把这个过程表示为 A- B- C- A- B-- C- A- B-

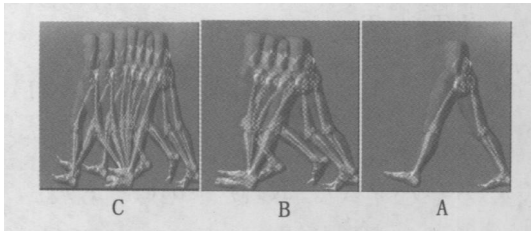


图 1 人体行走过程

Fig. 1 The course of human walking

因此,从上面的观察分析得出,人体行走的过程是以周期方式不断向前推进,在每个行走周期可分为单脚支撑阶段和双脚支撑阶段.单脚支撑阶段是一只脚着地,从后脚脚尖离开地面到后脚移动到支撑脚前面,且脚后跟着地的整个过程;双脚支撑阶段是两只脚都着地,移动脚脚后跟着地到前脚脚尖离开地面的整个过程和行走的初始状态.如图 2 所示.图 2 中,1 \rightarrow 2 为单脚支撑阶段,2 \rightarrow 3 为双脚支撑阶段.人行走的整个过程就是交替地改变支撑脚,反复执行每个周期的过程.在文献[7, 8] 中,假定了双脚支撑阶段是 1 个瞬间的过程,但在我们实际的研究过程中发现,如果双脚支撑阶段的时间太短,很难保证机器人的 CoG 的稳定,而另一方面,如果双足支撑阶段的时间太长,会影响了机器人的行走速度.本文中假定在 1 个行走周期 T_c 内,双足支撑阶段的行走时间为 T_d 及每一步步长为 D_s ,以此来规划双足支撑阶段的轨迹.如图 2,图 3 所示.

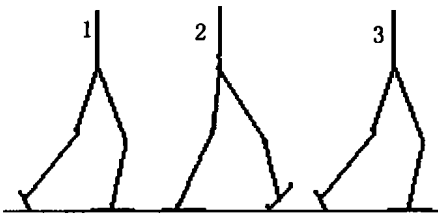


图 2 支撑阶段

Fig. 2 The suppose phase

在图 4 中给出了行走机器人的模型和相关的一些参数,点 (x_f, z_f) 为 FOOT 的行走轨迹的点在坐标系中的坐标,描述了机器人行走过程中 x 方向和 z 方向上的运动特征.点 (x_h, z_h) 是机器人的 HIP 行走轨迹的一点在坐标系中的坐标.在

计算出 FOOT 和 HIP 的行走轨迹后,通过坐标变换就可以求出 KNEE 的行走轨迹.

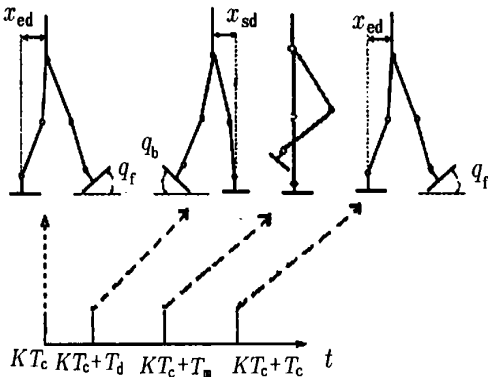


图 3 行走循环过程

Fig. 3 Circle of walking

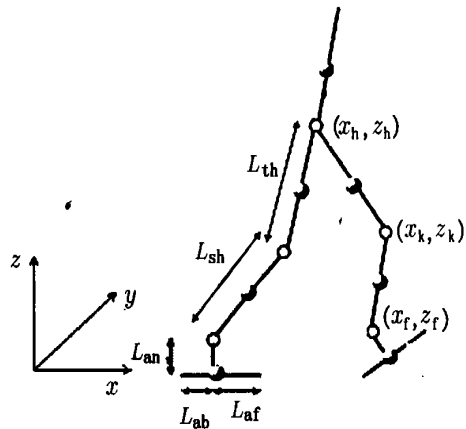


图 4 机器人模型

Fig. 4 Model of robot

2 计算轨迹参数方程

2.1 FOOT的轨迹 在图 3 中,假定了机器人行走 1 步所需要的时间为 T_c ,所以第 K 步的时间是从 KT_c 到 $KT_c + T_c$, $K = 0, 1, 2, 3 \dots M$, M 是行走的总步数.为了便于讨论,在本文中取第 K 步的行走轨迹进行讨论.在第 K 步中我们取点 $KT_c, KT_c + T_d, KT_c + T_m, KT_c + T_c$ 采样分析. $KT_c + T_d$ 表示时间是后脚

脚尖离开地面时的时间; $KT_c + T_m$ 表示时间是支撑脚的大腿和小腿处于同一条垂直线上的时间. 有 $KT_c < KT_c + T_d < KT_c + T_m < KT_c + T_c$. 如图 3 所示.

下面先讨论 FOOT 在 x 方向上的运动方程, 根据图 5 的行走参数假定有下列等式

$$x_f(t) = \begin{cases} KD_s, & t = KT_c + T_d; \\ KD_s + L_{an}\sin q_b + L_{af}(1 - \cos q_b), & t = KT_c + T_m; \\ KD_s + L_{ao}, & t = KT_c + T_c; \\ (K + 2)D_s - L_{an}\sin q_f - L_{ab}(1 - \cos q_f), & t = KT_c + T_c. \end{cases} \quad (1)$$

设 FOOT 在 x 方向上的运动轨迹方程为: $x_f(t) = a_0 + a_1(t - KT_c) + a_2(t - KT_c)^2 + a_3(t - KT_c)^3$, 把(1)代入 $x_f(t)$ 就可以得到下列关于 a_0, a_1, a_2, a_3 的方程组

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & T_d & T_d^2 & T_d^3 \\ 1 & T_m & T_m^2 & T_m^3 \\ 1 & T_c & T_c^2 & T_c^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} KD_s \\ KD_s + L_{an}\sin q_b + L_{af}(1 - \cos q_b) \\ KD_s + L_{ao} \\ (K + 2)D_s - L_{an}\sin q_f - L_{ab}(1 - \cos q_f) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

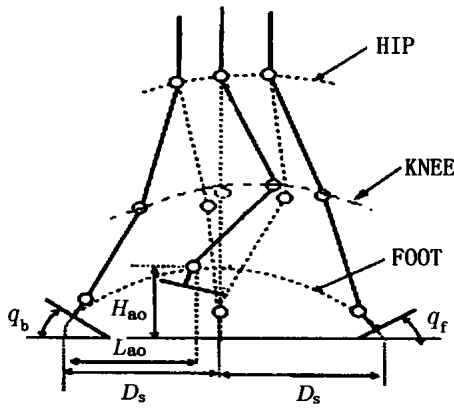


图 5 行走的参数

Fig. 5 The walking parameters

在这里我们可以看出方程组(2)的系数行列式是范德蒙行列, 因为有 $KT_c < KT_c + T_d < KT_c + T_m < KT_c + T_c$, 即 $0 < T_d < T_m < T_c$, 因为 T_d, T_m, T_c 两两不相等, 通过范德蒙行列的计算公式 $\det(A) = \prod_{\substack{i > j \\ T_i > T_j}} (T_i - T_j)$, $T_i \in (0, T_d, T_m, T_c)$, A 为方程组(2)的系数矩阵, 可以很快地计算出系数矩阵行列式的值, 所以方程组的解为: $a_i = \frac{D_i}{\det(A)}$, 其中 $D_i (i = 0, 1, 2, 3)$ 是系数矩阵中第 i 列元素对应地替换成方程组中的常数项, 得到的行列式的值, 计算最后可得到 FOOT 在 x 方向上的轨迹方程

$$x_f(t) = a_0 + a_1(t - KT_c) + a_2(t - KT_c)^2 + a_3(t - KT_c)^3. \quad (3)$$

同样地, FOOT 在 z 方向上取得时间点 $KT_c, KT_c + T_d, KT_c + T_m, KT_c + T_c$, 得到其对应的值如下

$$z_f(t) = \begin{cases} L_{an}, & t = KT_c; \\ L_{af}\sin q_b + L_{an}\cos q_b, & t = KT_c + T_d; \\ H_{ao}, & t = KT_c + T_m; \\ L_{ab}\sin q_f + L_{an}\cos q_f, & t = KT_c + T_c. \end{cases} \quad (4)$$

设轨迹方程为 $z_f(t) = b_0 + b_1(t - KT_c) + b_2(t - KT_c)^2 + b_3(t - KT_c)^3$, 把(4)代入 $z_f(t)$ 就可以得到下列关于 b_0, b_1, b_2, b_3 的方程组

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & T_d & T_d^2 & T_d^3 \\ 1 & T_m & T_m^2 & T_m^3 \\ 1 & T_c & T_c^2 & T_c^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{an} \\ L_{af}\sin q_b + L_{an}\cos q_b \\ H_{ao} \\ L_{ab}\sin q_f + L_{an}\cos q_f \end{pmatrix}, \quad (5)$$

方程组(5)的系数矩阵也是范德蒙行列式, 采用同样的求解方法就可以计算得出方程组的解, 所以有

$$z_f(t) = b_0 + b_1(t - KT_c) + b_2(t - KT_c)^2 + b_3(t - KT_c)^3, \quad (6)$$

其中 $b_i = \frac{D_i}{\det(B)}$, B 为方程组(5)的系数矩阵.

综合 FOOT 在 x, z 方向上的行走轨迹, 就可以得到 FOOT 在第 K 步的行走轨迹参数方程

$$\text{FOOT}(x_f, z_f) = (x_f(t), z_f(t)), KT_c < t < (K+1)T_c. \quad (7)$$

2.2 HIP 的轨迹 计算 HIP 的轨迹同样地采用三次多项式插值方法进行计算得出, 从图 4 中可以得到 HIP 在 x 方向上的行动轨迹, 与 FOOT 相同地取点 $KT_c, KT_c + T_d, KT_c + T_m, KT_c + T_c$ 采样分析, 可以得到下列等式

$$x_h(t) = \begin{cases} KD_s + x_{ed}, & t = KT_c; \\ (K+1)D_s - x_{sd}, & t = KT_c + T_d; \\ (K+1)D_s, & t = KT_c + T_m; \\ (K+1)D_s + x_{ed}, & t = KT_c + T_c. \end{cases} \quad (8)$$

假设 HIP 在 x 方向上的运动轨迹方程为 $x_h(t) = c_0 + c_1(t - KT_c) + c_2(t - KT_c)^2 + c_3(t - KT_c)^3$, 就可以得到下面关于 c_0, c_1, c_2, c_3 的方程组

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & T_d & T_d^2 & T_d^3 \\ 1 & T_m & T_m^2 & T_m^3 \\ 1 & T_c & T_c^2 & T_c^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} KD_s + x_{ed} \\ (K+1)D_s - x_{sd} \\ (K+1)D_s \\ (K+1)D_s + x_{ed} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

解方程组得

$$x_h(t) = c_0 + c_1(t - KT_c) + c_2(t - KT_c)^2 + c_3(t - KT_c)^3, \quad (10)$$

其中 $c_i = \frac{D_i}{\det(C)}$, C 为方程组(9)的系数矩阵.

再考虑 HIP 在 z 方向上的运动特征, 在观察测量和人体模型的数据分析时得到, 在时间 $t = KT_c + \frac{1}{2}T_d$ 和 $t = (K+1)T_c + \frac{1}{2}T_d$ 时, HIP 位于运动中的最低点, 而在时间 $t = (K+1)T_c + \frac{1}{2}(T_c - T_d)$, HIP 位于运动中的最高点, 此时在 z 方向上的速度为零, 而在 x 方向的速度则是最大. 由此得到等式(11), (12).

$$z_h(t) = \begin{cases} H_{h, \min}, & t = KT_c + \frac{1}{2}T_d; \\ H_{h, \max}, & t = (K+1)T_c + \frac{1}{2}(T_c - T_d); \\ H_{h, \min}, & t = (K+1)T_c + \frac{1}{2}T_d; \end{cases} \quad (11)$$

$$\dot{z}_h(t) = 0, \quad t = (K+1)T_c + \frac{1}{2}(T_c - T_d). \quad (12)$$

假设 HIP 在 z 方向上的运动轨迹方程为 $z_h(t) = d_0 + d_1(t - KT_c) + d_2(t - KT_c)^2 + d_3(t - KT_c)^3$, 把(11), (12) 带入可得到方程组(13)

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{T_d}{2} & \left(\frac{T_d}{2}\right)^2 & \left(\frac{T_d}{2}\right)^3 \\ 1 & \frac{3T_c - T_d}{2} & \left(\frac{3T_c - T_d}{2}\right)^2 & \left(\frac{3T_c - T_d}{2}\right)^3 \\ 1 & \frac{2T_c + T_d}{2} & \left(\frac{2T_c + T_d}{2}\right)^2 & \left(\frac{2T_c + T_d}{2}\right)^3 \\ 0 & 1 & \frac{3T_c - T_d}{2} & \left(\frac{3T_c - T_d}{2}\right)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{h, \min} \\ H_{h, \max} \\ H_{h, \min} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

其中有: $H_{h, \max} = L_{an} + L_{sh} + L_{th}$, $H_{h, \min} = (L_{an} + L_{sh} + L_{th})\cos\theta_{3l} + L_{absinqf}$.

求解线性方程同样可以得出

$$z_h(t) = d_0 + d_1(t - KT_c) + d_2(t - KT_c)^2 + d_3(t - KT_c)^3. \quad (14)$$

因为 $0 < T_d < T_m < T_c$, 线性方程组(13)的系数矩阵是非奇异的, 即系数矩阵行列式的值不为零, 保证了线性方程组(13)的解的唯一性.

综合方程(9)和(14), 就得出了HIP的轨迹参数方程是

$$\text{HIP}(x_h, z_h) = (x_h(t), z_h(t)), \quad KT_c < t < (K + 1)T_c. \quad (15)$$

2.3 KNEE的轨迹 在求解出FOOT和HIP的轨迹后, 就可以利用所得到的行走轨迹方程(7)和(15)来动态地求解KNEE的行走轨迹. 在图6中给出了第K步中某一时间点($KT_c \leq t \leq KT_c + T_c$)的移动脚的位置分布. 由于三角形 $R \triangle ABD$ 和 $R \triangle ABC$ 均为直角三角形.

分别求解, 可以计算出 θ_{11} 和 θ_{21} 的大小, 计算过程如下

$$\theta_{11} = \arcsin \frac{x_{f1} - x_{h1}}{\sqrt{(x_{f1} - x_{h1})^2 + (z_{f1} - z_{h1})^2}}, \quad (16)$$

$$\theta_{21} = \arccos \frac{\sqrt{(x_{f1} - x_{h1})^2 + (z_{f1} - z_{h1})^2}}{L_{th} + L_{sh}}. \quad (17)$$

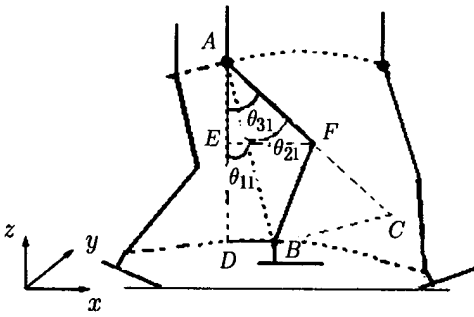


图 6 移动脚的步态

Fig. 6 The working foot gait

由图6可知, $\theta_{31} = \theta_{11} + \theta_{21}$, 所以在直角三角形 $R \triangle AEF$ 中, 点F的坐标可以通过点A的坐标动态地计算出来, 计算方法为

$$\text{KNEE}(x_{k1}, z_{k1}) = \begin{cases} x_{k1} = x_{h1} + L_{th} \sin \theta_{31} \\ z_{k1} = z_{h1} - L_{th} \cos \theta_{31} \end{cases}, \quad (18)$$

同时也动态地给出了KNEE的轨迹参数方程. 另一方面, 支撑脚的KNEE同时也随着时间的变化而发生移动, 与移动脚不同的是, 支撑脚的FOOT在第K步不发生位移, KNEE则仅仅随着HIP的移动而发生移动. 在(16)和(17)中, 使 (x_{f1}, z_{f1}) 的值为时间 $t = KT_c$ 时在 $K - 1$ 步中所求得的FOOT行走轨迹在该时间点的值. 这样得到的 $\text{KNEE}(x_k, z_k)$ 就是支撑脚的KNEE的行走轨迹参数方程.

3 模拟测试

在模拟测试中, 我们根据人身体的各个部份在人身高的比例(如表1), 假定图4~6中的所有参数值, 借助数值计算软件MATLAB^[9]计算出FOOT, HIP和KNEE 3个行走轨迹, 再取相同间隔的离散时间点, 拟合得出机器人某一步行走的行走步态, 如图7.

图8中给出了机器人行走时以一只脚为行走的支撑脚, 另一只脚从后往前移动的步态和双单脚支撑阶段的轨迹. 图中可以看出轨迹曲线均比较光滑, 说明了机器人在行走过程中能较小幅度地出现波动. 用软件模拟机器人的行走, 要交替地改变行走过程中的支撑脚, 反复执行机器人下肢的3个轨迹方程就形成了机器人行走的全过程.

表 1 人体各部分的长度比例

Tab. 1 Height ration of human body %

身体名称	躯干	大腿	小腿	足撑
长度比例	27.8	26.9	26.9	4

表 2 机器人各部分的参数长度

Tab. 2 The length of robot body

L_{th}	L_{sh}	L_{af}	L_{ab}	X_{ed}	X_{sd}	q_b	q_f	T_o	T_c	T_d	D_s	H_{ao}	K	L_{ao}	L_{ab}
0.35	0.3	0.1	0.1	0.2	0.2	Pi/8	Pi/8	0	0.5	0.1	0.6	0.4	1	0.3	0.2

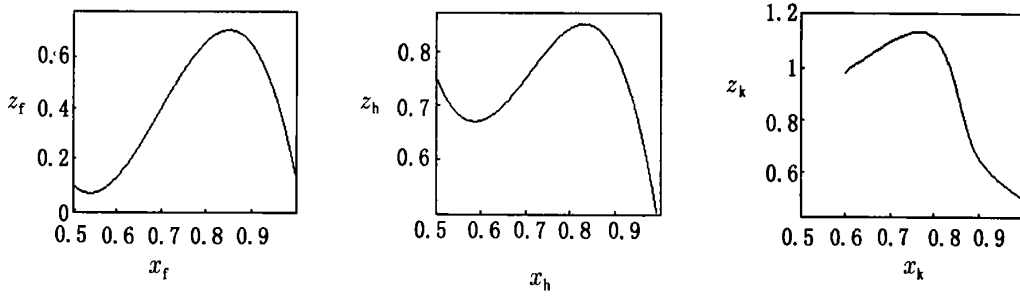


图 7 FOOT, HIP, KNEE 的轨迹

Fig. 7 The trajectory of FOOT, HIP, KNEE

4 结 论

双足行走机器人是机器人发展的一个重要方向, 它能使机器人的行走更加接近我们人类的行走特点, 因此在日常生活更具有广泛的应用前景. 本文中采用了三次多项式插值方法来规划双足机器人行走的轨迹, 插值得到的轨迹方程保证了机器人行走期间的速度和加速度的连续性, 行走步态光滑平稳. 模拟测试结果也表明了此方法能够规划出双足机器人行走的基本步态. 文中的参数假定了机器人行走于水平的地面上, 只是行走机器人行走的一种特殊场所, 为使双足机器人有更大的适应空间, 必须能让机器人可以行走于粗糙的, 高低不平的地面上, 这是我们将来的研究方向.

参 考 方 献:

- [1] 包志军, 马培荪. 从两足机器人到仿人型机器人的研究历史及其问题[J]. 机器人, 1999, 21(4): 312-319.
- [2] HIRAI K, HIROSE M, HAIKAWA Y, et al. The development of honda humanoid robot[C]// Proc IEEE Int Conference on Robotics and Automation. Leuven: Anon, 1998: 1324-1326.
- [3] MCGEER T. Passive dynamic walking[J]. Int J Robot Res, 1990, 9(2): 62-82.
- [4] Shuuji Kajita, Tomio Yamaura, Akira Kobayashi. Dynamic walking control of a biped robot along a potential energy conserving orbit[J]. IEEE Trans Robot Automat, 1992, 8(4): 431-438.
- [5] 杨东超, 汪劲松. 基于 ZMP 的拟人机器人步态规划[J]. 机器人, 2001, 23(6): 504-508.
- [6] 徐萃薇, 孙绳武. 计算方法引论[M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2002.
- [7] MCGEER T. Passive walking with knees[C]// Proc IEEE Int Conf Robotics and Automation. Cincinnati: Anon, 1990: 1640-1645.
- [8] ROSTAMI M, BESSONNET G. Impactless sagittal gait of a biped robot during the single support phase[C]// Proc IEEE Int Conf Robotics and Automation. Keulen: Anon, 1998: 1385-1391.
- [9] 张志涌. 精通 MATLAB 6.5 版[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2003.

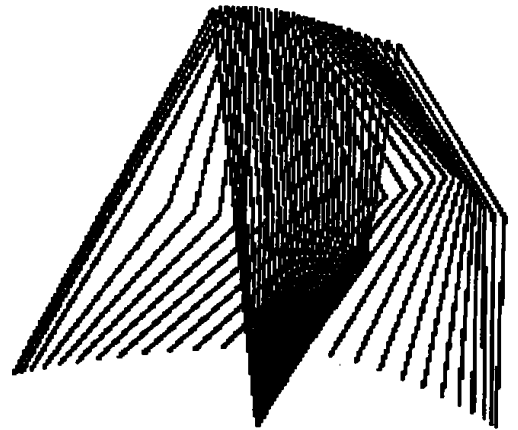


图 8 单脚支撑阶段

Fig. 8 Single foot support

The planning walking trajectory of biped humanoid robot

ZHOU Yun-song, PEI Yijian, YU Jiang, CHI Zonglin

(Department of Computer Science and Engineering, Yunnan University, Kunming 650091, China)

Abstract: The planning trajectory of humanoid robot bases on that some special sample points analysis during the biped humanoid robot walks, and compares with mankind itself walking gaits by observing and measuring the value of gaits, and also uses cubic polynomial interpolation to plan the trajectory of the biped walking humanoid robot in the course of walking, according to the height ration of human body, makes the walking posture of the biped robot more like human walking by calculating out a smoother and steadier walking trajectory. The result of simulation test indicates that the cubic polynomial interpolation method is a better way of planning trajectory of walking biped humanoid robot. Moreover the trajectory of interpolation function is smoother.

Key words: biped robot; plan walking trajectory; cubic polynomial interpolation

(上接第 19 页)

- [3] KAM C Y, GUO Jun-yi, WU Xue-yuan. On a correlated aggregated claims model with Poisson and Erlang risk processes[J]. Insurance: mathematics and economics, 2002, 31(2): 205-214.
- [4] 李晋枝, 乔克林, 何树红. 随机利率因素的破产模型[J]. 云南大学学报: 自然科学版, 2003, 25(1): 9-14.
- [5] LI Shuan-ming, GARRIDO J. On ruin for Erlang(n) risk process[J]. Insurance: mathematics and economics, 2004, 34(3): 394-408.

Survival probability of two correlated aggregate claims risk model

YANG Shan-bing^{1,2}, FANG Hou-qing³

(1. School of Science Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 220016, China;

2. Department of fundamental Science Teaching, Yancheng Institute of Technology, Yancheng 224003, China;

3. School of Science, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: It is considered that two correlated aggregate claims risk model. In this model the two claims number processes are correlated. We derive system of integro-differential equations of survival probability, and obtain Laplace transforms of survival probability and explicit results when the initial reserve is zero by the coefficient of *Generalized Lundberg*.

Key words: correlated aggregate claims; survival probability; system of integro-differential equations; Erlang (2) processes