

用格子 Boltzmann 方法计算电磁场中 圆柱绕流的减阻问题

施卫平¹, 李秀文¹, 贺 鹏^{1,2}

(1. 吉林大学 数学学院, 长春 130012; 2. 空军航空大学 训练部教务处, 长春 130022)

摘要: 利用格子 Boltzmann 方法, 模拟电磁场中的圆柱绕流过程, 研究电磁力对圆柱所受阻力的影响, 并分析了曲线边界处理方法和曲线边界受力的计算方法; 计算得到了不同强度的电磁力作用下圆柱绕流的流线、等涡线及阻力系数. 结果表明, 电磁力能改变圆柱绕流的边界层结构, 延缓边界层的分离, 同时还能有效抑制旋涡的脱落, 减少阻力.

关键词: 减阻; 电磁流体力学; 格子 Boltzmann 方法; 电磁力

中图分类号: O361.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5489(2011)04-0575-05

Lattice Boltzmann Simulation of Drag Reduction for the Flow around Circular Cylinder in Electromagnetic Field

SHI Wei-ping¹, LI Xiu-wen¹, HE Peng^{1,2}

(1. College of Mathematics, Jilin University, Changchun 130012, China;

2. Educational Administration Section of Training, Aviation University of Air Force, Changchun 130022, China)

Abstract: The flow past a circular cylinder in the electromagnetic field was simulated by the lattice Boltzmann method. The effect of electromagnetic force on the cylinder was investigated. The treatment of curved boundary and the evaluation of the boundary forces were analyzed. The streamlines, vorticity contours, drag coefficient were presented for the flow past a circular cylinder under various electromagnetic force. Numerical results show that electromagnetic force can modify the configuration of the boundary layer around a circular cylinder and is able to prevent the boundary layer from separation. At the same time, the electromagnetic force is capable of suppressing the shedding of vortices, and reducing the drag.

Key words: drag reduction; magnetohydrodynamic; lattice Boltzmann method; electromagnetic force

黏性流体绕过圆柱时, 会在圆柱表面形成流体边界层. 当雷诺数较大时, 流体可能在圆柱尾部分离, 并不断产生漩涡, 形成尾流涡街, 使得圆柱表面的阻力和升力增大, 产生振荡和噪音, 因此, 需有效控制圆柱绕流. 目前, 已有许多控制圆柱绕流的方法^[1-7], 其中利用电磁场控制边界层流动是一种主动的、可实现的流体控制方法. 文献[1-2]提出了利用电磁力控制电解质溶液流动的理论; 文献[3]设计了由长条形电极和磁极交替排列的电磁场平行板, 将其包覆在圆柱表面, 放置在弱电介质中, 对电介质流体产生平行于表面方向的电磁力, 从而达到减少阻力的目的.

格子 Boltzmann 方法(lattice Boltzmann method, 简称 LBM)是一种计算流体力学的方法, 它以微观

收稿日期: 2011-04-06.

作者简介: 施卫平(1963—), 男, 汉族, 博士, 教授, 博士生导师, 从事计算流体力学的研究, E-mail: shiwp@jlu.edu.cn. 通讯作者: 李秀文(1984—), 女, 汉族, 博士研究生, 从事计算流体力学的研究, E-mail: lixw08@mails.jlu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金(批准号: 10972089).

粒子运动为基础,建立了离散的速度模型,在满足质量、动量和能量守恒的条件下,得出了粒子分布函数,再对粒子分布函数进行统计计算,该算法简单有效、易实现、并行度高,不要求解微分方程.本文基于电磁场和流体力学的基本方程,采用格子 Boltzmann 方法对电磁力作用下的圆柱绕流问题进行数值模拟,并研究电磁力对圆柱阻力的影响.

1 格子 Boltzmann 方法

1.1 控制方程

将由电极条和磁条相间排列组成的激活板置于弱电介质溶液中,会产生电磁力(Lorentz力),即作用于流体上的一种体积力,如果磁条为永久磁铁,电极为恒定电压,则满足 Maxwell 方程:

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}), \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t, \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\mu_0 \mathbf{J}, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (5)$$

其中: \mathbf{E} 为电场强度; \mathbf{B} 为磁感应强度; \mathbf{J} 为电流密度; \mathbf{u} 为流动速度矢量; μ_0 为磁导率; σ 为电介质导电率. $\sigma(\mathbf{u} \times \mathbf{B})$ 表示由磁场诱导出的电流密度,由于感生电流太小对外加磁场几乎无影响,于是可以忽略不记,则方程(1)可写为

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \quad (6)$$

在电磁场影响下,流体将受到与流动方向平行的 Lorentz 力,其表达式为

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} = \sigma(\mathbf{E} \times \mathbf{B}). \quad (7)$$

Berger 等^[8]给出了上述方程的近似解,对于圆柱

$$|\mathbf{F}| = j \mathbf{B} e^{-\beta(r_i-1)}, \quad (8)$$

其中: $\beta = 1.25\pi$; $r_i = \frac{\bar{r}_i}{d/2}$, \bar{r}_i 为空间点与圆柱轴线间的距离, d 为圆柱的直径.

电磁场中,弱电介质溶液流动的无量纲形式控制方程为

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{F}, \quad (9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (10)$$

式中: \mathbf{u} 为流体的速度; p 为压力,雷诺数 $Re = u_\infty d / \gamma$, γ 为流体运动学黏性系数, u_∞ 为无穷远处来流速度; $|\mathbf{F}| = N f(\mathbf{x}_i)$, $f(\mathbf{x}_i) = e^{-\beta(r_i-1)}$, $N = j B d / (2 \rho u_\infty)$ 称为作用参数, ρ 为电介质的密度.与文献[3]比较可知,由于特征参数的取值不同,作用参数 N 的数值也有差别,经过量纲分析,可以确定:本文中的 N 为文献[3]中参数 N 的 $1/1000$.

1.2 格子 Boltzmann 方程

根据文献[9],控制方程(9)和(10)的格子 Boltzmann 方程离散化速度模型为

$$f_\alpha(\mathbf{x}_i + \mathbf{e}_\alpha \delta_t, t + \delta_t) - f_\alpha(\mathbf{x}_i, t) = -\frac{1}{\tau} [f_\alpha(\mathbf{x}_i, t) - f_\alpha^{(eq)}(\mathbf{x}_i, t)] + \delta_t g_\alpha(\mathbf{x}_i, t), \quad (11)$$

如图1所示,其中: \mathbf{e}_α 为粒子沿第 α 个方向运动的速度, $\alpha = 0, 1, 2, \dots, 8$; $f_\alpha(\mathbf{x}_i, t)$ 和 $f_\alpha^{(eq)}(\mathbf{x}_i, t)$ 分别为沿 \mathbf{e}_α 方向运动的粒子速度分布函数和平衡态分布函数; δ_t 为时间步长; τ 为无量纲松弛时间; $g_\alpha(\mathbf{x}_i, t)$ 为电磁场作用下的电磁体积力,满足如下条件:

$$\sum_\alpha g_\alpha(\mathbf{x}_i, t) = 0, \quad \sum_\alpha g_\alpha(\mathbf{x}_i, t) \mathbf{e}_\alpha = \rho \mathbf{F}, \quad \sum_\alpha g_\alpha(\mathbf{x}_i, t) \mathbf{e}_{\alpha i} \mathbf{e}_{\alpha j} = 0.$$

格子 Boltzmann 方程中的平衡态分布函数 $f_\alpha^{(eq)}(\mathbf{x}_i, t)$ 可由 Maxwell-Boltzmann 分布函数对速度 \mathbf{u} 的二阶 Taylor 展开获得,可表示为

$$f_\alpha^{(eq)}(\mathbf{x}_i, t) = w_\alpha \rho \left[1 + \frac{3}{2} (\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}) + \frac{9}{2c^4} (\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \mathbf{u}^2 \right], \quad (12)$$

其中: $c = \delta_x / \delta_t$, δ_x 为相邻两节点间的距离; w_α 为粒子分布函数的加权系数. 电磁体积力项 $g_\alpha(\mathbf{x}_i, t)$ 可取为

$$g_\alpha(\mathbf{x}_i, t) = \begin{cases} 0, & \alpha = 0, \\ (\rho \mathbf{e}_\alpha / 3) \cdot \mathbf{F}, & \alpha = 1, 3, 5, 7, \\ (\rho \mathbf{e}_\alpha / 12) \cdot \mathbf{F}, & \alpha = 2, 4, 6, 8. \end{cases}$$

将方程(11)的计算分为如下两个过程:

碰撞过程:

$$\tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_i, t) = f_\alpha(\mathbf{x}_i, t) - \frac{1}{\tau} [f_\alpha(\mathbf{x}_i, t) - f_\alpha^{(eq)}(\mathbf{x}_i, t)] + g_\alpha(\mathbf{x}_i, t); \quad (13)$$

传递过程:

$$f_\alpha(\mathbf{x}_i + \mathbf{e}_\alpha \delta_t, t + \delta_t) = \tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_i, t). \quad (14)$$

由此可见, 碰撞是局部的, 而传递与周围的节点有关.

1.3 曲线边界处理

考虑如图 2 所示的曲线边界, \mathbf{x}_f 表示靠近边界处流体一侧的节点, \mathbf{x}_b 表示靠近边界处固体一侧的节点, \mathbf{x}_w 表示格子之间连线与曲线边界的交点. 定义 $q = \|\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_w\| / \|\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_b\|$.

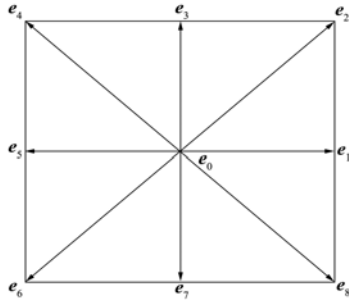
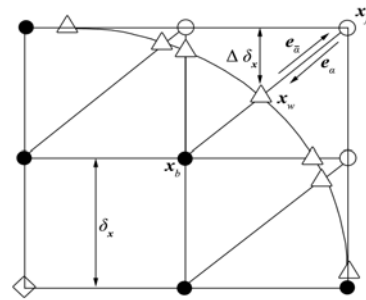


图 1 二维 9 速度(D2Q9)模型

Fig. 1 Discrete velocity set of two-dimensional nine-velocity (D2Q9) model



○流体节点 \mathbf{x}_f ; ● 固体内节点 \mathbf{x}_b ; △ 固体边界 \mathbf{x}_w ; ◇ 固体节点.

图 2 矩形格子排布与曲线固壁边界

Fig. 2 Layout of regularly spaced lattices and curved wall boundary

由图 2 可知, $0 \leq q \leq 1$. 在边界处, 要计算 \mathbf{x}_f 的分布函数值, 就必须先知道 \mathbf{x}_b 的分布函数值. 因此, 对式(14)右侧分布函数在边界处进行 Chapman-Enskog 展开, 并代入边界条件得^[10]

$$\tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_b, t) = \tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_f, t) - \chi [\tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_f, t) - f_\alpha^{(eq)}(\mathbf{x}_f, t)] + w_\alpha \rho(\mathbf{x}_f, t) \frac{3}{c^2} \mathbf{e}_\alpha \cdot [\chi(\mathbf{u}_{bf} - \mathbf{u}_f) - 2\mathbf{u}_w], \quad (15)$$

其中:

$$\mathbf{u}_{bf} = \begin{cases} \mathbf{u}_f(\mathbf{x}_f + \mathbf{e}_\alpha \delta_t, t), & \chi = \frac{(2q-1)}{(\tau-2)}, \quad 0 \leq q < \frac{1}{2}; \\ \frac{1}{2q}(2q-3)\mathbf{u}_f + \frac{3}{2q}\mathbf{u}_w, & \chi = \frac{(2q-1)}{(\tau-1/2)}, \quad \frac{1}{2} \leq q < 1. \end{cases} \quad (16)$$

式(15), (16)中, $\mathbf{e}_\alpha = -\mathbf{e}_\alpha$, \mathbf{u}_f 表示边界附近流体的速度, \mathbf{u}_{bf} 表示插值中固体节点的虚拟速度, \mathbf{u}_w 表示固体边界的速度, χ 是 q 所确定的加权因子, 从而综合方程(15), (16)即可得所需的 \mathbf{x}_b 分布函数值.

利用动量转换法^[11]可计算得到圆柱表面所受的合力 \mathbf{F}' , 表示为

$$\mathbf{F}' = \sum_{x_b} \sum_{\alpha \neq 0} \mathbf{e}_\alpha [\tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_b, t) + \tilde{f}_\alpha(\mathbf{x}_b + \mathbf{e}_\alpha \delta_t, t)] [1 - w(\mathbf{x}_b + \mathbf{e}_\alpha \delta_t)], \quad (17)$$

无量纲的边界阻力系数 C_D 可表示为 $C_D = \frac{|F'_x|}{(1/2)\rho u_\infty^2 d}$, 其中 F'_x 是 \mathbf{F}' 在 x 方向的分量.

2 数值模拟与计算结果

在 $400\delta_x \times 150\delta_x$ 的计算区域内放置一个直径为 $d = 20\delta_x$ 的圆柱, 圆柱中心在点 $(80\delta_x, 75\delta_x)$ 处. 圆柱外侧由条状电极和磁极交错排列的激活板包覆. 如图 3(A) 所示, 包覆范围是绕圆柱顺时针 $[5^\circ, 175^\circ]$ 和 $[185^\circ, 355^\circ]$, 弱电介质流体受到的 Lorentz 力如图 3(B) 所示, $Re = 200$.

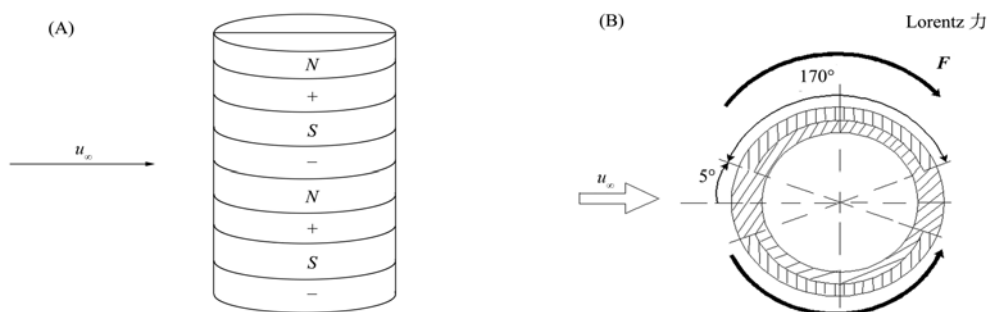


图 3 电极板和磁极板包覆的圆柱表面(A)及圆柱的角度范围和电磁力方向(B)

Fig. 3 Electrodes and permanent magnets flush mounted on the cylinder surface (A) and angular region and Lorentz force direction (B)

图 4 和图 5 分别给出了在 $N = 0$ 和 $N = 5 \times 10^{-3}$ 情况下的流线和等涡线图, 其中图 4(B), (D) 是 Weier 等^[3]的数值计算结果, $S = 1\,000NRe^2$; (A), (C) 为本文计算结果. 左侧为来流入口, 电磁力方向与流体流动方向一致.

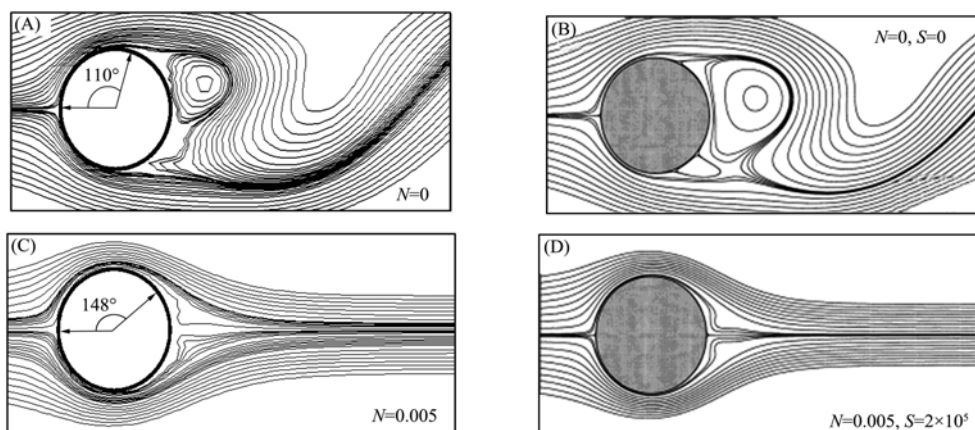


图 4 N 取不同值时的流线 ($Re = 200$)

Fig. 4 Streamlines at different interaction parameter N ($Re = 200$)

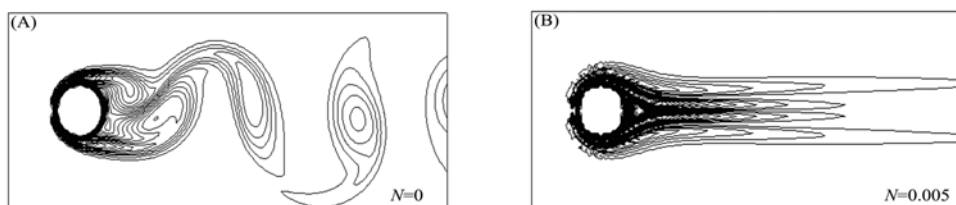


图 5 N 取不同值时的等涡线 ($Re = 200$)

Fig. 5 Vorticity contours at different interaction parameter N ($Re = 200$)

图 4(A), (B) 和图 5(A) 给出了在 $N = 0$ 时(即无电磁场作用时)的流线和等涡线图, 数值模拟结果与 Weier 等^[3]的结果相符. 在 $Re = 200$ 的条件下, 圆柱尾部形成卡门涡街, 本文利用格子 Boltzmann 方法计算出流体边界层的分离点位置为 110° .

如图4(C),(D)和图5(B)所示,当 $N = 5 \times 10^{-3}$ 时,相当于 Weier 等^[3]的数值模拟数据中 $S = 2 \times 10^5$,在电磁力作用下,分离点被推迟,圆柱尾部的旋涡基本消失,流动的分流点向后移动至 148° 左右.本文给出的流线图与文献[3]相似.

图6为阻力系数 C_D 随作用参数 N 的变化曲线.由图6可见,电磁力可以减少圆柱表面所受的阻力,而且当 N 逐渐增大时,即电磁力逐渐增大时,圆柱受到的阻力逐渐减少,本文的阻力计算结果与文献[3]相符.

圆柱受到的阻力包括压差阻力和摩擦阻力,在黏性流体中,采用适当的电磁装置,在电磁力的作用下,可使圆柱表面附近的流体沿表面切线方向的动量增加,流动加速,从而导致流体的分离点后移,圆柱尾流中流体分离的区域减少,故压差阻力减小.同时流体的加速还导致柱面附近的速度梯度增加,故摩擦阻力增加.而压差阻力和摩擦阻力的变化趋势相反.由于压差阻力的下降幅度大于摩擦阻力的上升幅度,所以总阻力减小.因此,减阻主要应通过减少压差阻力实现.

综上,本文用含有电磁体积力的二维9速度格子 Boltzmann 模型,计算得到了电磁场中圆柱绕流的流线图、等涡线图和阻力系数,结果表明,与已有的计算结果相比基本一致.数值计算结果表明,在弱电介质溶液中圆柱体表面产生的电磁力有较好的减阻、减震效应.

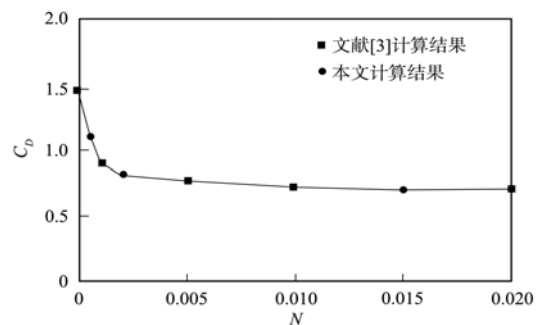


图6 阻力系数 C_D 随作用参数 N 的变化曲线

Fig. 6 Drag coefficient vs. various interaction parameter

参 考 文 献

- [1] Gailitis A, Lielausis O. On a Possibility to Reduce the Hydrodynamical Resistance of a Plate in an Electrolyte [J]. Applied Magnetohydrodynamics, 1961, 12: 143-146.
- [2] Tsinober A B, Shtern A G. On the Possibility to Increase the stability of the Flow in the Boundary Layer by Means of Crossed Electric and Magnetic Fields [J]. Magnitnaya Gidrodinamica, 1967, 3(2): 152-154.
- [3] Weier T, Gerbeth G, Mutschke G, et al. Experiments on Cylinder Wake Stabilization in an Electrolyte Solution by Means of Lorentz Forces Localized on the Cylinder Surface [J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 1998, 16(1/2): 84-91.
- [4] Posdziech R, Grundmann R. Electro-Magnetic Control of Seawater Flow around Circular Cylinder [J]. Eur J Mech: B/Fluids, 2001, 20(2): 255-274.
- [5] CHEN Zhi-hua, FAN Bao-chun, Nadine A, et al. Electromagnetic Control of Vortex Shedding behind a Circular Cylinder [J]. Chin Phys Lett, 2006, 23(1): 154-157.
- [6] CHEN Zhi-hua, FAN Bao-chun, ZHOU Ben-mou. Open Loop Control of Vortex-Induced Vibration of a Circular Cylinder [J]. Chinese Physics, 2007, 16(4): 1077-1083.
- [7] ZHANG Hui, FAN Bao-chun, CHEN Yao-hui, et al. Simulation of Electromagnetic Fields on Flow Boundary Layer Control [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology: Natural Science, 2008, 32(1): 23-27. (张辉, 范宝春, 陈耀慧, 等. 用于流体边界层控制的电磁场计算 [J]. 南京理工大学学报: 自然科学版, 2008, 32(1): 23-27.)
- [8] Berger T W, Kim J, Lee C, et al. Turbulent Boundary Layer Control Utilizing the Lorentz Force [J]. Phys Fluids, 2000, 12(3): 631-649.
- [9] Buick J M, Greated C A. Gravity in a Lattice Boltzmann Model [J]. Phys Rev E, 2000, 61: 5307-5320.
- [10] MEI Ren-wei, YU Da-zhi, Shyy W. Force Evaluation in the Lattice Boltzmann Method Involving Curved Geometry [J]. Physical Review E, 2002, 65(4): 041203.
- [11] SHI Wei-ping, ZU Ying-qing. Evaluation of Fluid Acting Force on the Curve Boundary in the Lattice Boltzmann Method [J]. Journal of Jilin University: Science Edition, 2005, 43(2): 132-136. (施卫平, 祖迎庆. 用 Lattice Boltzmann 方法计算流体对曲线边界的作用力 [J]. 吉林大学学报: 理学版, 2005, 43(2): 132-136.)