

基于离散傅里叶变换计算介质 损耗因数的二周期修正法

徐智博¹, 李宝华¹, 金承业²

(1. 吉林大学 电子科学与工程学院, 长春 130012; 2. 吉林省乐金电子有限公司, 长春 130062)

摘要: 提出一种基于离散傅里叶变换的二周期修正法, 利用该方法可计算电力系统的介质损耗因数. 通过将电网信号两个周期的采样修正为一个周期, 可减小由频率偏移导致的频谱泄露和截断误差. 误差分析表明, 该算法与传统方法(加窗法)的精度具有相同的数量级, 但其运算时间比传统方法运算时间减小3倍以上.

关键词: 离散傅里叶变换; 介质损耗因数; 二周期修正法

中图分类号: O411 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-5489(2012)02-0328-05

Two-Cycle Melioration Algorithm of Calculating Dielectric Dissipation Factor Based on DFT

XU Zhi-bo¹, LI Bao-hua¹, JIN Cheng-ye²

(1. College of Electronic Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130012, China;

2. Jilin Province Lejin Electronic Co. Ltd., Changchun 130062, China)

Abstract: A two-cycle melioration algorithm based on discrete Fourier transform (DFT) was presented. This method can be used to calculate the dielectric dissipation factor of electric power system. The frequency spectrum leaking and the error of truncation caused by frequency deviation can be reduced by means of amending two periods of the grid signal into one period. Error analysis shows that the accuracy of this algorithm is the same as that of traditional solutions (adding window method), but the operation time of this method is 3 times less than those of the traditional solutions.

Key words: discrete Fourier transform (DFT); dielectric dissipation factor; two-cycle melioration algorithm

在电力系统中, 介质损耗是表征电容型设备绝缘性能的重要参数^[1-2]. 通过对介质损耗因数的监测, 可及时发现设备绝缘老化现象^[3].

测量介质损耗的方法较多, 其中离散傅里叶变换方法因计算简便快速、受直流分量和谐波的干扰小而成为介质损耗测量的典型方法^[4]. 但由于电网频率不稳, 直接用离散傅里叶变换计算会产生频谱泄露和栅栏效应^[5], 因此, 研究人员提出了一系列加窗修正算法, 如 Hanning 窗和 Blackman-Harris 窗^[6-7]等. 近年来, 随着算法的不断改进, 精度已达到 10^{-5} rad 数量级^[8]以上, 但算法较复杂. 本文提出一种二周期采样的修正算法, 即对电网信号进行两个周期的采样, 并将其修正为一个周期再进行离散傅里叶变换运算, 精度与加窗法相同, 但运算量减小较多.

收稿日期: 2011-05-10.

作者简介: 徐智博(1986—), 男, 汉族, 硕士研究生, 从事嵌入式系统编程及低功耗设计的研究, E-mail: xuzhibo3@126.com. 通讯作者: 李宝华(1962—), 男, 汉族, 教授, 从事系统控制及其自动化的研究, E-mail: libh@jlu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金(批准号: 61177025).

1 测量介质损耗的原理

介质损耗可用其损耗角 δ 的正切值表示. 设电压信号 $u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_1)$, 电流信号 $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_2)$. 理想介质的电压和电流是正交的, 即 $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi/2$, 此时没有损耗. 但实际介质存在介质极化电流和电导电流^[9], 电流和电压夹角小于 $\pi/2$, 因此产生介质损耗. 若能分别测量电网基波电压、电流的相位 φ_1 和 φ_2 , 即可求出其相位差, 进而求得介质损耗 $\tan \delta = \tan(\pi/2 - \varphi_1 + \varphi_2)$ ^[10]. 而对于电流相位, 可以用传感器将电流信号转换为电压信号进行测量, 因此, 本文仅给出测量电压信号初始相位的方法.

由于损耗角 δ 极小 ($0.001 \sim 0.02 \text{ rad}$)^[11], 因此对 $\tan \delta$ 的测量精度要求很高, 测量误差应小于 (1×10^{-3}) rad. 国内电网在理想情况下的频率为 50 Hz, 但实际频率在 $\pm 0.2 \text{ Hz}$ 范围内不断波动^[12], 虽然频率波动范围较小, 但直接进行离散傅里叶变换会产生较大误差.

2 算法设计

2.1 离散傅里叶变换的误差

设电网频率 $f_0 = 50 \text{ Hz}$, 电压波形为 $u(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$, 其中: A 为峰值电压; $\omega_0 = 2\pi f_0$; φ 为电压初始相位. 若一个周期采样 N 点, 则理想采样序列为

$$b_i = A \sin\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right), \quad i = 0, 1, \dots, N-1, \quad (1)$$

其中 $T_0 = 2\pi/\omega_0$.

电压离散傅里叶变换的表达式为

$$U(k) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i \exp\{-j2\pi ik/N\},$$

其中 j 为虚数单位.

由于每个周期采样点数为 N , 因此采样频率为

$$f_s = \frac{N}{T_0} = Nf_0,$$

其中 $f_0 = 50 \text{ Hz}$.

对于 $f_0 = 50 \text{ Hz}$ 的单频交流电, 当 $k=1$ 时, 电压 $U(k) \neq 0$, 当 $k \neq 1$ 时, 电压 $U(k) = 0$. 因此, 基频电压的离散傅里叶变换表达式为

$$U = \sum_{i=0}^{N-1} b_i \exp\{-j2\pi i/N\},$$

将 $\exp\{-j2\pi i/N\}$ 由欧拉公式展开, 并整理得

$$U = \sum_{i=0}^{N-1} b_i \cos\left(\frac{2\pi i}{N}\right) - j \sum_{i=0}^{N-1} b_i \sin\left(\frac{2\pi i}{N}\right).$$

由离散傅里叶变换的基本理论可求得初始相位的正切值为

$$\tan \varphi = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} b_i \cos\left(\frac{\omega_0 T_0 i}{N}\right)}{\sum_{i=0}^{N-1} b_i \sin\left(\frac{\omega_0 T_0 i}{N}\right)}, \quad (2)$$

由此可求出 φ , 此时 φ 未产生误差. 但实际电网频率会有一个小幅波动 Δf ($|\Delta f| \leq 0.2 \text{ Hz}$), 其电压波形为

$$u(t) = A \sin((\omega_0 + \Delta \omega)t + \varphi),$$

其中 $\Delta \omega = 2\pi \Delta f$. 若采样间隔不变, 则采样 N 点的序列为

$$a_i = A \sin\left((\omega_0 + \Delta\omega)T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right), \quad i = 0, 1, \dots, N-1, \quad (3)$$

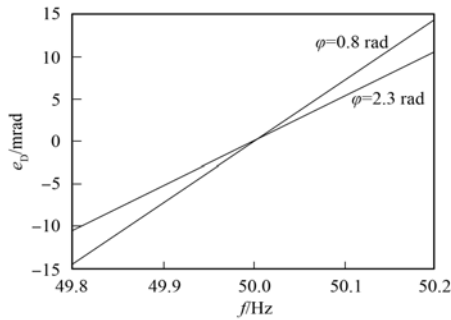


图1 离散傅里叶变换的计算误差

Fig. 1 Calculation error of discrete Fourier transform

此时初始相位正切值为

$$\tan \hat{\varphi}_D = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} a_i \cos\left(\frac{\omega_0 T_0 i}{N}\right)}{\sum_{i=0}^{N-1} a_i \sin\left(\frac{\omega_0 T_0 i}{N}\right)}. \quad (4)$$

由于序列 a_i 为非整周期采样, 因此计算值 $\hat{\varphi}_D$ 会产生误差 $e_D = \hat{\varphi}_D - \varphi$. 由式(3)和式(4)可见, e_D 与频率偏移量 $\Delta\omega$ 和初始相位 φ 有关. 离散傅里叶变换的计算误差如图1所示. 由图1可见, 当频率在 ± 0.2 Hz 范围波动时, 误差最大值为 (14.6×10^{-3}) rad, 超出允许精度一个数量级, 因此不满足精度要求.

2.2 修正算法

修正算法先对采样序列 a_i 进行修正, 使修正后的序列 b_i 近似等于理想采样序列 b_i . 为此先求实际采样点 a_i 和理想采样点 b_i 的偏差量为

$$\begin{aligned} b_i - a_i &= A \sin\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right) - A \sin\left((\omega_0 + \Delta\omega)T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right) = \\ &= 2A \cos\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi + \Delta\omega T_0 \frac{i}{2N}\right) \sin\left(-\Delta\omega T_0 \frac{i}{2N}\right), \end{aligned} \quad (5)$$

由于 $\Delta\omega T_0 \frac{i}{2N}$ 较小, 因此

$$\sin\left(\Delta\omega T_0 \frac{i}{2N}\right) \approx \Delta\omega T_0 \frac{i}{2N},$$

于是

$$b_i - a_i \approx -A \Delta\omega T_0 \frac{i}{N} \cos\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi + \Delta\omega T_0 \frac{i}{2N}\right). \quad (6)$$

为补偿该偏差值, 需对两个周期的 $2N$ 个点进行采样, 再对第一个周期的第 i 点和第二周期的第 i 点求差, 可得

$$\begin{aligned} a_i - a_{i+N} &= A \sin\left((\omega_0 + \Delta\omega)T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right) - A \sin\left((\omega_0 + \Delta\omega)T_0 \frac{i+N}{N} + \varphi\right) = \\ &= A \left[\sin\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right) \cos\left(\Delta\omega T_0 \frac{i}{N}\right) + \cos\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right) \sin\left(\Delta\omega T_0 \frac{i}{N}\right) \right] - \\ &= A \left[\sin\left(\omega_0 T_0 \frac{i+N}{N} + \varphi\right) \cos\left(\Delta\omega T_0 \frac{i+N}{N}\right) + \cos\left(\omega_0 T_0 \frac{i+N}{N} + \varphi\right) \sin\left(\Delta\omega T_0 \frac{i+N}{N}\right) \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

由于 T_0 为 ω_0 的一个周期, 因此 $\sin\left(\omega_0 T_0 \frac{i+N}{N} + \varphi\right) = \sin\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right)$, $\cos\left(\omega_0 T_0 \frac{i+N}{N} + \varphi\right) = \cos\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right)$, 于是式(7)可化简为

$$\begin{aligned} a_i - a_{i+N} &= A \sin\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right) \left[\cos\left(\Delta\omega T_0 \frac{i}{N}\right) - \cos\left(\Delta\omega T_0 \frac{i+N}{N}\right) \right] + \\ &= A \cos\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right) \left[\sin\left(\Delta\omega T_0 \frac{i}{N}\right) - \sin\left(\Delta\omega T_0 \frac{i+N}{N}\right) \right], \end{aligned} \quad (8)$$

和差化积后得

$$a_i - a_{i+N} = 2A \sin\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right) \sin\left(\Delta\omega T_0 \frac{2i+N}{2N}\right) \sin\left(\frac{\Delta\omega T_0}{2}\right) -$$

$$2A\cos\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right)\cos\left(\Delta\omega T_0 \frac{2i+N}{2N}\right)\sin\left(\frac{\Delta\omega T_0}{2}\right), \quad (9)$$

由于 $\frac{\Delta\omega T_0}{2}$ 较小,因此 $\sin\left(\frac{\Delta\omega T_0}{2N}\right) \approx \frac{\Delta\omega T_0}{2N}$,于是

$$\begin{aligned} a_i - a_{i+N} \approx & -A\Delta\omega T_0 \left[\cos\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right)\cos\left(\Delta\omega T_0 \frac{2i+N}{2N}\right) - \sin\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi\right)\sin\left(\Delta\omega T_0 \frac{2i+N}{2N}\right) \right] = \\ & -A\Delta\omega T_0 \cos\left(\omega_0 T_0 \frac{i}{N} + \varphi + \Delta\omega T_0 \frac{i}{2N} + \Delta\omega T_0 \frac{i+N}{2N}\right). \end{aligned} \quad (10)$$

对比式(6)和式(10),由于 $\Delta\omega T_0 \frac{i+N}{2N}$ 较小,故有 $b_i - a_i \approx \frac{i}{N}(a_i - a_{i+N})$,因此可求得 \hat{b}_i 为^[9]

$$\hat{b}_i = a_i + \frac{i}{N}(a_i - a_{i+N}), \quad i = 0, 1, \dots, N-1. \quad (11)$$

2.3 修正后的误差分析

将采样序列 a_i 用式(11)修正,对修正后的序列 \hat{b}_i 做离散傅里叶变换,可得修正后初始相位 $\hat{\varphi}_M$ 的正切值为

$$\tan \hat{\varphi}_M = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \hat{b}_i \cos\left(\frac{\omega_0 T_0 i}{N}\right)}{\sum_{i=0}^{N-1} \hat{b}_i \sin\left(\frac{\omega_0 T_0 i}{N}\right)}. \quad (12)$$

此时误差 $e_M = \hat{\varphi}_M - \varphi$,仍与 $\Delta\omega$ 和 φ 有关.相位不同时误差随频率的变化曲线如图2所示,其中(A),(B),(C),(D)分别对应 φ 为0,0.6,0.9,1.5 rad时的情况.由图2可见,当频率偏移为 ± 0.2 Hz时,误差的最大值为 (5.56×10^{-5}) rad,高于介质损耗测量的精度要求约20倍.

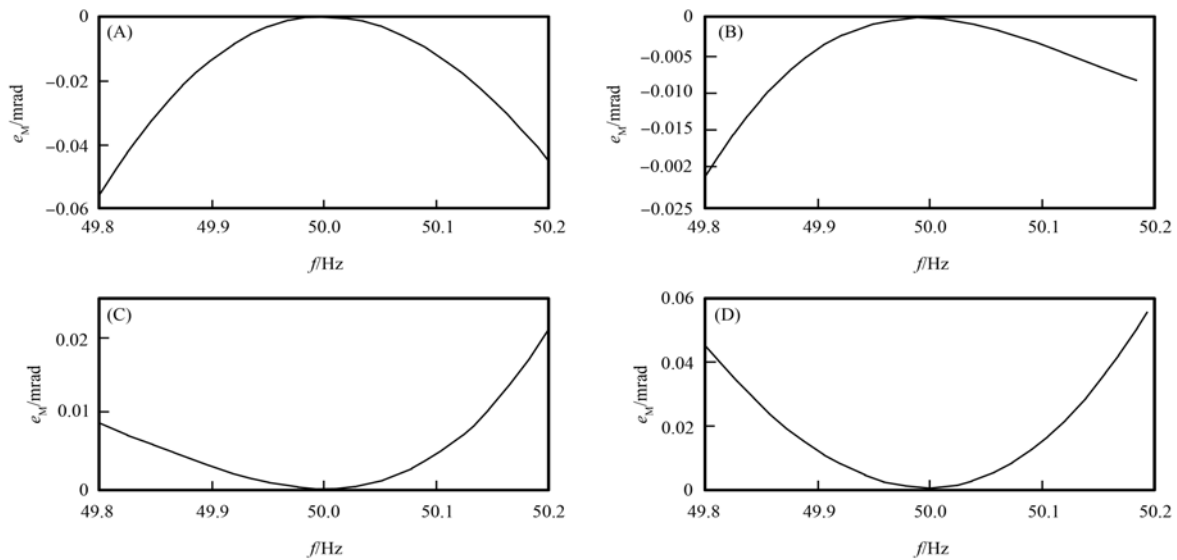


图2 相位不同时误差随频率的变化曲线

Fig. 2 Change curves of error with frequency under different phase conditions

2.4 运算量对比

由于CPU运算一次三角函数的时间比运算一次乘法的时间长很多,传统的加窗法在修正每个点时均需进行一次或若干次三角函数运算,因此随着采样点数 N 的增加,运算量显著增加.而该算法修正一个点仅需2次乘法运算,因此运算量较小.各算法的运算时间比较列于表1.由表1可见,本算法与加窗算法相比,运算时间可减少3倍以上.

综上,本文在利用离散傅里叶变换计算电力系统介质损耗因数中,提出了二周期采样修正算法,以减小非整周期采样导致的频谱泄露和截断误差.该修正算法对电网两个周期的信号进行采样,并用

线性修正方法将其修正为一个周期,其运算精度高,运算量小,对于采样点数较多的情况优势较明显.经过在吉林省长春市 220 kV 变电站试运行,该算法达到了精度要求.

表 1 各算法的运算时间比较

Table 1 Comparison of operation time between vary algorithms

算 法	算法表达式	运算时间/ms
二周期修正法	$b_i = a_i + \frac{i}{N}(a_i - a_{i+N})$	0.6
Hanning 窗 ^[13]	$b_i = 0.5 \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi i}{N}\right) \right] a_i$	2.0
Hamming 窗 ^[13]	$b_i = \left[0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi i}{N}\right) \right] a_i$	2.1
Blackman 窗 ^[13]	$b_i = \left[0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi i}{N}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi i}{N}\right) \right] a_i$	4.2

参 考 文 献

- [1] YU Xin-liang, YI Bing, LIU Fang, et al. Prediction of the Dielectric Dissipation Factor $\tan \delta$ of Polymers with an ANN Model Based on the DFT Calculation [J]. *Reactive and Functional Polymers*, 2008, 68(11): 1557-1562.
- [2] Lee S, Yang J, Younsi K, et al. An Online Ground Wall and Phase-to-Phase Insulation Quality Assessment Technique for AC-Machine Stator Windings [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2006, 42(4): 946-957.
- [3] WANG Zi-jun. The Research of Substation Capacitor Device Dielectric Loss Online Monitoring [D]: [Master's Degree Thesis]. Changchun: Jilin University, 2010. (王子军. 变电站电容设备介质损耗在线监测技术的研究 [D]: [硕士学位论文]. 长春: 吉林大学, 2010.)
- [4] XU Zhi-niu, LÜ Fang-cheng, LI He-ming. Simulation Analysis of Dielectric Loss Angle Measured by the Blackman-Harris Window Interpolation Algorithm [J]. *High Voltage Engineering*, 2007, 33(3): 104-108. (徐志钮, 律方成, 李和明. 加 Blackman-Harris 窗插值算法仿真介损角测量 [J]. *高电压技术*, 2007, 33(3): 104-108.)
- [5] Andria G, Savino M, Trotta A. Windows and Interpolation Algorithms to Improve Electrical Measurement Accuracy [J]. *IEEE Trans on Instrumentation and Measurement*, 1989, 38(4): 856-863.
- [6] Thomas G. Interpolation Algorithms for Discrete Fourier Transform of Weighted Signals [J]. *IEEE Trans on Instrumentation and Measurement*, 1983, 32(2): 350-355.
- [7] Harris F J. On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1978, 66(1): 51-83.
- [8] Dankov P I. Two-Resonator Method for Measurement of Dielectric Anisotropy in Multilayer Samples [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2006, 54(4): 1534-1544.
- [9] 陈天翔. 电力设备 $\tan \delta$ 在线监测技术 [M]. 北京: 中国电力出版社, 2008.
- [10] LIN Guo-qing, CHEN Gui-long. Investigation of a Digital Dielectric Loss Measurement Method [J]. *Computer Measurement and Control*, 2002, 10(4): 217-218. (林国庆, 陈桂龙. 介质损耗数字化测量方法研究 [J]. *计算机测量与控制*, 2002, 10(4): 217-218.)
- [11] ZUO Zi-qiang. Research on the On-Line $\tan \delta$ Monitoring Technique for Capacitive Power Equipments [D]: [Master's Degree Thesis]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2005. (左自强. 电容型电力设备 $\tan \delta$ 在线监测技术研究 [D]: [硕士学位论文]. 西安: 西安交通大学, 2005.)
- [12] YANG Xiao-dong, TANG Chao. Application of Improved Harmonic Analysis Method in Measuring Dielectric Loss of Capacitive Equipment [J]. *Journal of Chongqing Institute of Technology: Natural Science Edition*, 2007, 21(5): 47-50. (杨晓东, 唐超. 改进的数字化测量方法在介损测量中的应用 [J]. *重庆工学院学报: 自然科学版*, 2007, 21(5): 47-50.)
- [13] 丁玉美, 高西全. 数字信号处理 [M]. 2 版. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2000: 205-208.

(责任编辑: 王 健)