

基于混合权平滑的细分连接性重新网格化

胡建平¹, 谢琪¹, 刘秀平²

(1. 东北电力大学理学院, 吉林 吉林 132012; 2. 大连理工大学数学科学学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 针对单边界亏格为0的三角网格提出一种细分连接性重新网格化算法. 该算法通过构造原始网格的准保角参数化及混合面积和顶点分布密度权的伞算子平滑进行细分连接性重新网格化. 为了加快重新网格化算法的速度, 提出一种基于矩形剖分的点定位算法. 通过典型的三维模型实验和比较可见, 该方法能快速生成细分连接性网格, 所得网格的质量较现有单一的采用面积权或顶点分布密度权的伞算子平滑方法有明显改进.

关键词: 三角网格; 重新网格化; 细分连接性; 混合权

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5489(2011)03-0505-07

Subdivision Connectivity Remeshing Based on Mixed Weight Smoothing

HU Jian-ping¹, XIE Qi¹, LIU Xiu-ping²

(1. School of Science, Northeast Dianli University, Jilin 132012, Jilin Province, China;

2. School of Mathematical Sciences, Dalian University of Technology, Dalian 116024, Liaoning Province, China)

Abstract: A subdivision connectivity remeshing method was presented for a single boundary genus-zero triangular mesh. It is based on the construction of quasi-conformal parameterizations of original meshes and umbrella operator smoothing with the mixed area and vertex distributing density weight. A point location method based on the partition of the rectangle was presented in order to accelerate the remeshing algorithm. According to some experiments and comparisons of some typical 3D meshes, it is obvious that our method can generate the new meshes fast, and the quality of the generated meshes with subdivision connectivity remeshing method is obviously improved compared with that of the meshes produced by the umbrella operator remeshing based on only the area weight or vertex distributing density weight.

Key words: triangular mesh; remeshing; subdivision connectivity; mixed weight

目前, 三维几何模型已逐渐成为继声音、图像、视频之后的第4代多媒体数据类型, 它在计算机图形学、虚拟现实、计算机辅助设计、医学图像系统等领域应用广泛^[1-3]. 三维几何模型以三维几何曲面为主要表达形式, 三维几何曲面通常被表示为三角网格. 通过现有方式获取的三角网格虽然已经尽可能捕捉了物体的细节信息, 但结构通常不规则. 在多细节层次渲染^[4]、任意拓扑表面的小波分析^[5]、多尺度编辑^[6]和累进传输^[7]等多尺度表示和建模中, 通常要求网格具有细分连接性结构. 因此, 需要将现有的网格模型转化为细分连接性网格, 即细分连接性重新网格化.

细分连接性网格是指对基网格进行 k 次 $1 \sim 4$ 细分操作生成的网格, 其中 k 称为细分层次. 显然, 细分连接性网格中大多数顶点的度都是6. 一个高质量的细分连接性网格^[8]首先应该要求细分层次较

收稿日期: 2010-06-10.

作者简介: 胡建平(1981—), 男, 汉族, 博士, 讲师, 从事图形图像处理的研究, E-mail: hjp307@gmail.com. 通讯作者: 刘秀平(1964—), 女, 汉族, 博士, 教授, 博士生导师, 从事计算几何和图形图像处理的研究, E-mail: xpliu@comgi.com.

基金项目: 国家自然科学基金(批准号: 60873181)和东北电力大学博士科研启动基金(批准号: BSJXM-200912).

小, 否则会使细分连接性网格具有大量顶点, 导致处理和存储的困难; 其次它在几何上必须是原始网格的一个较好近似; 最后细分连接性网格中每个三角形应该都尽量接近于正三角形.

由于多尺度表示和建模是数字几何处理的重要工具, 因此细分连接性的重新网格化受到研究者的广泛关注^[7-9]. 细分连接性重新网格化的一般方法是先构造原始网格到基网格的参数化, 再将对基网格进行 1~4 细分所得的网格映射回原始网格表面生成细分连接性网格. 为了保证细分连接性网格中三角形的质量, 避免产生狭长三角形, 一般采用全局的保角参数化. 因为重新网格化对于网格参数化的角度变形较敏感, 在角度变形较大的参数域上进行规则采样将导致角度扭曲在重新网格化后被放大, 产生很多的狭长三角形, 从而降低新网格三角形的质量. 从原始网格到基网格的全局保角参数化一般会存在较大的面积变形, 参数域上的细分连接性网格映射回原始曲面后通常会导致低采样, 有时为了一些小的细节, 需要进行多次细分, 导致数据量急剧增长. 尽管 Hormann 等^[8]采用以面积为权的伞算子进行平滑, 能减少低采样的发生, 但对于具有复杂结构的物体, 还是需要进行多次细分. 因此, 研究者们提出了根据重采样精度对基网格进行 1~2 和 1~4 相结合的自适应细分方法^[8,9]. 但该方法破坏了最后生成网格的细分连接性.

本文针对单边界亏格为 0 的网格提出一种细分连接性重新网格化方法. 算法首先构造原始网格的一个准保角平面参数化, 然后引入混合面积和顶点分布密度权的伞算子对参数区域上的细分连接性网格进行平滑以生成高质量的细分连接性网格. 此外, 本文对参数区域上细分连接性网格顶点所在参数网格中的三角形计算问题, 提出一种基于矩形剖分的定位算法. 通过一些典型的三维模型实验和比较可见, 本文方法能快速生成细分连接性网格, 而且不需细分太多层次就能保证细分连接性网格是原始网格的一个较好近似, 所得网格的质量较现有的重新网格化方法明显提高.

1 网格的准保角参数化

本文提出通过构造原始网格准保角的平面参数化实现重新网格化. 该准保角参数化角度变形接近于保角参数化, 但面积变形明显减少, 通过对保角参数化进行优化得到. 步骤如下:

1) 采用 Floater 平均值坐标的方法^[10]构造保角参数化. 将网格的边界顶点按等比例弧长映射到单位矩形, 再通过求解如下线性方程组得到网格内部顶点 v_i 在平面上对应的位置 u_i :

$$\sum_j \lambda_{ij}(u_i - u_j) = 0, \quad \lambda_{ij} = w_{ij} / \sum_j w_{ij}, \quad (1)$$

其中: u_j 表示顶点 v_i 的一环邻点 v_j 在平面上对应的位置; w_{ij} 为平均值坐标权.

2) 对步骤 1) 所得保角参数化进行优化. 网格的边界顶点依然采用上述方式固定, 内部顶点通过求解一个类似于式(1)的线性方程组得到, 但是新的权值 w_{ij}^1 是通过平均值坐标权 w_{ij} 进行缩放得到, 缩放因子为顶点 v_j 面积变形 d_j 的平方根, 即 $w_{ij}^1 = w_{ij} / \sqrt{d_j}$.

下面给出原始网格顶点面积变形的计算方法. 对于原始网格中的一个三角形 T , 它的面积变形定义为原始网格三角形 T 的面积与其所对应的保角参数化网格三角形 U 的面积之比, 即

$$d(T) = A(T)/A(U), \quad (2)$$

其中 $A(\cdot)$ 表示三角形的面积. 则每个顶点 v_i 的面积变形 d_i 可定义为它的一环相邻三角形面积变形的加权平均, 即为

$$d_i = \left(\sum_j A(T_j) \right)^{-1} \sum_j A(T_j) d(T_j), \quad (3)$$

其中 T_j 表示原始网格中与顶点 v_i 相邻的三角形.

这种优化的本质是对面积变形较大的顶点采用较小的权值, 使该顶点向面积变形较小的区域移动, 从而减少参数化的面积变形. 优化时以顶点面积变形的平方根进行缩放, 控制了面积变形较大顶点的移动距离, 使优化后的参数化角度变形较小. 一些典型模型不同参数化方法的可视化比较结果如图 1 所示. 由图 1(C) 可见, 通过这种方式优化后将原始模型保角参数化(图 1(B))中较密集的部位(人头和牛头的面部)拉开了, 减少了面积变形, 同时角度变形几乎未受影响(参数化的角度和面积变形通过文献[11]中公式进行计算), 对比结果列于表 1.

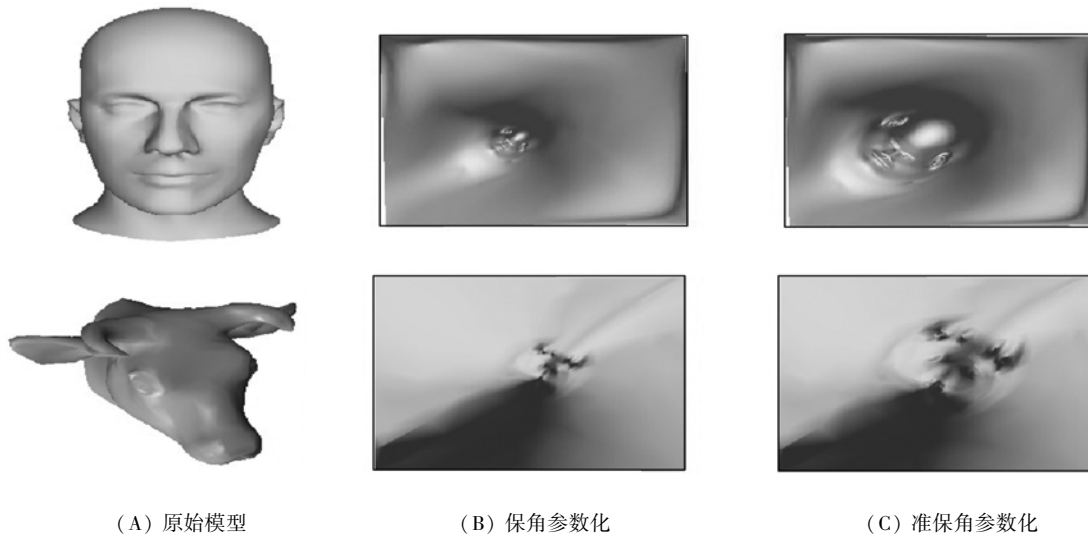


图1 一些典型模型不同参数化方法的可视化比较

Fig.1 Visual comparison of different parameterization methods of some typical models

表1 一些典型模型参数化变形统计比较

Table 1 Statistic comparison of parameterization distortion for some typical models

模型	顶点数目	方法	角度变形	面积变形
人头(图1)	3 386	保角参数化 ^[10]	0.06	1.42
		准保角参数化	0.07	1.12
牛头(图1)	2 908	保角参数化 ^[10]	0.07	1.29
		准保角参数化	0.08	0.97
手(图6)	18 001	保角参数化 ^[10]	0.05	1.33
		准保角参数化	0.07	1.03
猫(图7)	10 002	保角参数化 ^[10]	0.03	1.02
		准保角参数化	0.05	0.77

2 网格细分连接性的重新网格化

当构造出原始网格 M 的准保角参数化后, 它的细分连接性网格可以通过构造参数区域的细分连接性网格完成. 记该准保角映射为 $f: D \rightarrow M$, 其中 D 是单位矩形参数网格.

本文采用矩形区域上 4 个面的网格作为基网格的参数网格 P_0 , 然后对 P_0 进行 1~4 的细分得到参数区域上的一个细分连接性网格 P_k , 如图 2 所示. 通过 f 将它们映射回原始网格即可得到最终所需的细分连接性网格 M_k . 点定位问题, 即对参数区域上的细分连接性网格上一个顶点 p_i , 如何在原始网格 M 的参数网格 D 上寻找它所在的三角形. 通常是遍历参数网格 D 中所有的三角形, 依次判定该三角形

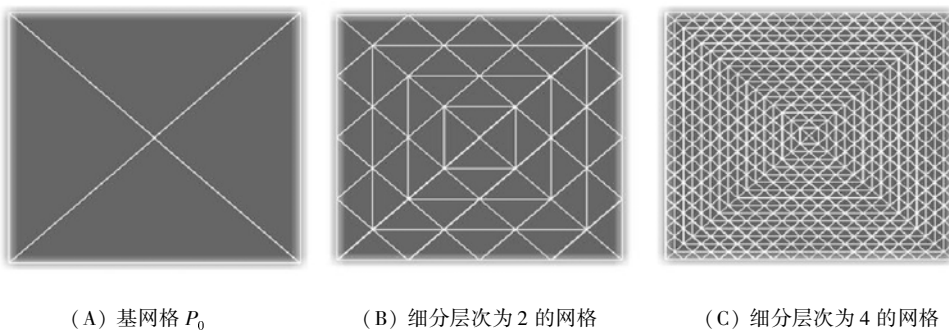


图2 参数区域上不同层次的细分连接性网格

Fig.2 Meshes with subdivision connectivity at different levels in the parameter domain

是否是 p_i 所在三角形. 显然, 该方法当 D 中三角形数目较多时计算量非常大.

本文给出一种简单高效的基于矩形剖分的点定位算法. 将矩形参数区域进行剖分得到一个 $N \times N$ 的方格. 对于每个方格, 在参数区域中建立一个与该方格相关的三角面集合. 如果参数网格中的某个三角形与该方格相交, 则称该三角形与该方格相关, 如图3所示. 因此, 对于参数区域中的任意一点, 根据它的纵横坐标即可容易地确定其所在的方格, 从而可以只在与该方格相关的三角形集合内定位. 在实验模型中, 取 $N = 200$ 即可保证只有少数几个三角形与一个方格相关, 减少了运算量.

当在参数网格 D 中定位 p_i 所在的三角形 $(p_{i_1}, p_{i_2}, p_{i_3})$ 后, 即可计算出相应的重心坐标 $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$, 点 p_i 在原始网格中对应的点 $\tilde{p}_i = f(p_i)$ 可通过重心坐标计算, 即 $\tilde{p}_i = \lambda_1 f(p_{i_1}) + \lambda_2 f(p_{i_2}) + \lambda_3 f(p_{i_3})$.

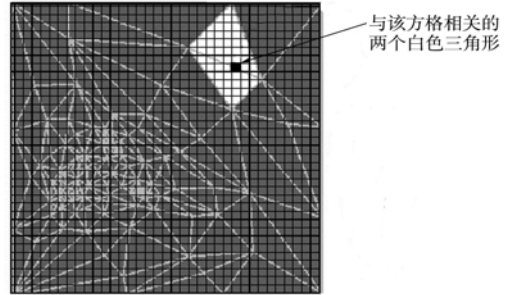


图3 基于矩形剖分的点定位

Fig. 3 Point location based on the partition of the rectangle

3 基于伞算子的平滑

由表1的典型模型参数化变形统计数据可见, 本文的准保角参数化仍存在一定的面积变形. 因为要减小面积变形, 必然会牺牲参数化的保角性. 因此, 对于具有复杂结构的物体, 采用上述重新网格化方法仍需细分较高的层次才能使重采样网格是原始网格的一个较好近似. 为了减少参数化面积变形在重新网格化中的影响, 本文采用伞算子对参数区域上的细分连接性网格进行平滑.

对于参数区域上细分连接性网格中的每个顶点 p_i , 伞算子^[12]定义如下:

$$\text{UMB}(p_i) = \frac{1}{\sum_j d_{ij}} \sum_j d_{ij} p_j, \quad (4)$$

其中: d_{ij} 是权因子; p_j 表示参数区域上的细分连接性网格顶点 p_i 的一环邻点.

Hormann 等^[8] 选择将参数区域上的细分连接性网格映射回原始网格后所得网格的边 $(f(p_i), f(p_j))$ 相邻三角形的面积作为权因子, 即式(4)中 d_{ij} 为

$$A_{ij} = A(f(p_i), f(p_j), f(p_{j-1})) + A(f(p_i), f(p_j), f(p_{j+1})). \quad (5)$$

但对于具有复杂结构的物体, 这种权在细分层次较高时(细分层次达到6次)依然会出现严重的低采样问题. 因此, 本文引入一种新的权因子——参数网格的顶点分布密度, 以减少低采样的产生.

3.1 顶点分布密度权

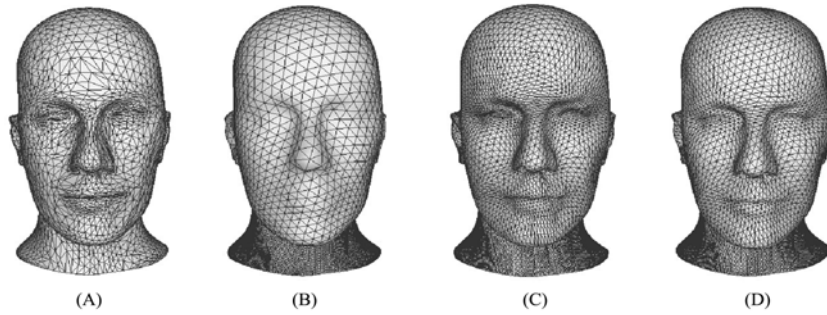
周昆^[13] 在用球面调和函数分析建立数字几何处理的统一框架时通过引入顶点分布密度进行保频谱自适应采用. 由于顶点分布密度反映了顶点在物体表面的分布程度, 因此如果在采用伞算子平滑时, 以参数化网格的顶点分布密度作为平滑权, 则平滑时能够让顶点在参数区域更合理地分布, 使最终生成的细分连接性网格更近似原始网格.

首先, 给参数网格 D 的每个顶点 u_i 定义顶点分布密度:

$$\rho(u_i) = \frac{|N(i)| + 1}{\sum_k A(U_k)}, \quad (6)$$

其中: $|N(i)|$ 表示参数网格顶点 u_i 一环邻点的个数; U_k 表示参数网格 D 中与顶点 u_i 相邻的三角形.

其次, 参数区域上的细分连接性网格每个顶点 p_i 的分布密度 $\rho(p_i)$ 可以通过 p_i 在参数网格 D 中所在三角形的重心坐标进行插值得到. 图4给出了人头模型细分6次的重新网格化近似程度比较. 图4(C)为采用顶点分布密度权的伞算子进行平滑的结果, 其中误差是重采样网格与原始网格规范化的 Hausdorff 距离, 可通过 Metro 软件^[14] 计算. 显然, 无论从视觉上还是从误差度量上都可以看出, 采用顶点分布密度权的伞算子平滑重采样网格近似程度明显优于采用面积权的伞算子平滑.



(A) 原始网格; (B) 面积权平滑, 误差 0.010 1; (C) 顶点分布密度权平滑, 误差 0.004 3; (D) 混合权平滑, 误差 0.004 5.

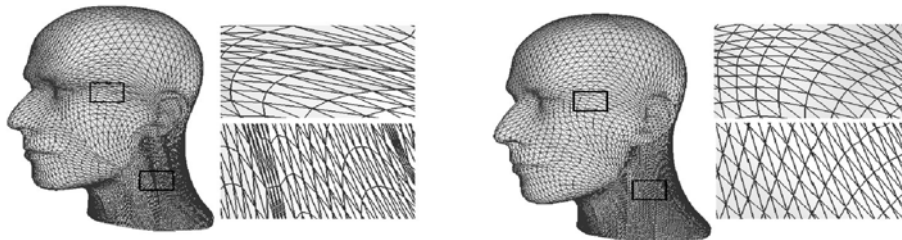
图4 人头模型细分6次重新网格化的近似程度比较

Fig. 4 Approximation comparison of remeshing of the man's head model at the 6th subdivision level

3.2 混合面积和顶点分布密度的权

顶点分布密度权能尽可能捕捉到原始网格的细节信息, 这样不用细分到太高的层次就能保证重采样网格是原始网格好的近似. 但此时会导致重采样网格的三角形质量下降, 即出现很多狭长三角形, 如图5(A)所示. 因此, 本文采用混合面积和顶点分布密度的权进行平滑, 即式(4)中 d_{ij} 定义为 $A_{ij} + \alpha^{k-k_0} \rho(p_i)$, 其中: k 为细分层次; A_{ij} 和 $\rho(p_i)$ 定义同式(5)和式(6); α 为大于1的调节因子; k_0 表示平滑时顶点分布密度权占有更多权重的最低细分层次. 实验中取 $\alpha = 1.5$, $k_0 = 4$ 效果较好. 该权的本质是在细分层次较低时主要考虑采用面积权平滑, 细分层次较高时主要考虑采用顶点分布密度权平滑. 因为细分次数较少时平滑会对三角形质量有较大影响, 而随细分次数的增加, 顶点分布密度权能更好地阻止低采样, 从而保证重采样网格是原始网格的一个较好近似.

该方法对于结构较复杂的物体, 只需要对含有4个面的基网格细分6次就能较好的近似原物体(图4(D)), 并能较好保持重采样网格中的三角形质量, 避免了狭长三角形的产生, 如图5(B)所示.



(A) 顶点分布密度权平滑

(B) 混合权平滑

图5 人头模型细分6次重新网格化的三角形质量比较

Fig. 5 Remeshing comparison of triangle quality of man's head model at the 6th subdivision level

在平滑过程中, 采用多尺度平滑方式加快算法速度, 即当对参数区域上的基网格进行一次细分时, 就对其进行平滑, 当其收敛后再进行下一次细分. 这样在细分层次较高时, 参数区域上的细分连接性网格顶点已经基本接近理想位置. 尽管此时顶点数目较多, 但只需要平滑少数几次就能收敛(当细分层次是4次以上时只需要平滑3~5次), 具有较快的速度. 而当细分层次较低时, 尽管平滑次数稍多, 但由于顶点数目较少, 速度仍然很快.

4 实验结果

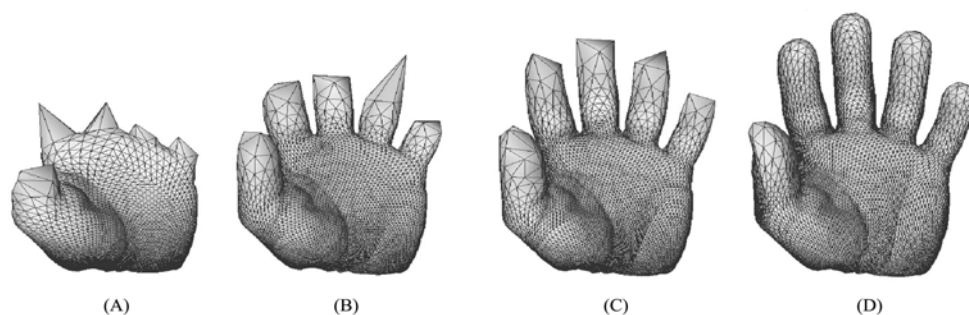
本文在主频 3.2 G, 内存 2 G 的 PC 机上实现了上述算法, 通过 Matlab 软件包求解线性方程组. 为了检验算法的有效性, 本文选用几种典型的三角网格模型如人头、猫以及手模型进行测试(如图4~图7所示). 构造准保角参数化的运行时间与原始网格顶点数目有关, 此过程只需求解几次线性方程组, 速度较快. 本文在重新网格化时提出了基于矩形剖分的快速点定位算法, 因此, 通过参数化生成细分连接性的网格运行时间主要与细分层次有关. 表2列出了在重新网格化时采用本文基于矩形剖分

的快速定位算法和遍历参数网格所有三角形的普通定位算法运行时间比较结果. 由表2可见, 采用基于矩形剖分的快速定位算法进行重新网格化速度明显较快.

表2 一些典型模型细分连接性重新网格化的时间比较

Table 2 Time comparison of subdivision connectivity remeshing of some typical models

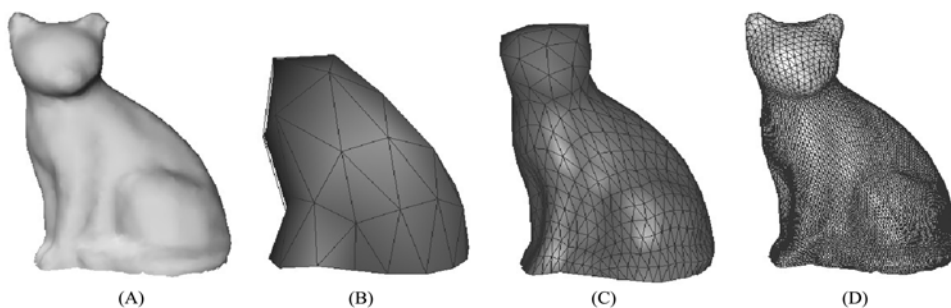
模型	顶点数目	定位方法	准保角参数化 时间/s	细分6次重新 网格化时间/s	总时间/s
人头(图4)	3 386	普通定位	0.24	73.5	73.74
		快速定位		5.2	5.44
手(图6)	18 001	普通定位	1.14	453.2	454.34
		快速定位		8.9	10.04
猫(图7)	10 002	普通定位	0.72	257.3	258.02
		快速定位		7.2	7.92



(A) 保角参数化 + 不平滑, 误差 0.246 7; (B) 保角参数化 + 面积权平滑, 误差 0.167 4;
(C) 保角参数化 + 混合权平滑, 误差 0.058 7; (D) 准保角参数化 + 混合权平滑, 误差 0.010 1.

图6 手模型细分6次的重新网格化比较

Fig. 6 Remeshing comparison of hand model at the 6th subdivision level



(A) 原始网格; (B) 细分2次, 误差0.203 8; (C) 细分4次, 误差0.050 8; (D) 细分6次, 误差0.008 4.

图7 猫模型的多尺度表示

Fig. 7 Multiscale representation of cat model

图4和图5给出了在本文准保角参数化下采用不同权的伞算子平滑对人头模型细分6次的重新网格化比较结果, 其中包括 Hormann 等^[8]提出的面积权、本文引入的顶点分布密度权、本文采用的混合面积和顶点分布密度权. 由图4和图5可见, 在相同细分层次下, Hormann 等提出的面积权平滑近似程度较差, 具有明显的误差. 尽管顶点分布密度权平滑能保证新网格是原始网格的一个较好近似, 但其生成的网格中含有较多的狭长三角形, 影响了网格质量. 混合面积和顶点分布密度权平滑生成的网格既能较好近似原物体, 又能较好地保证网格中三角形的质量, 避免了狭长三角形的产生.

图6比较了保角参数化下不采用伞算子平滑、保角参数化下采用面积权的伞算子平滑、保角参数化下采用混合权的伞算子平滑以及本文的准保角参数化下采用混合权的伞算子平滑对手模型细分6次的重新网格化比较结果. 由图6可见, 采用本文的准保角参数化能更好地近似原网格模型. 因为保角参数化面积变形太大, 细长的手指在参数区域过于密集, 采用混合权的伞算子平滑也不能取得较好效

果. 而准保角参数化减少了面积变形, 细长的手指在参数化域上被适当拉开, 因此再结合混合权的伞算子平滑即可避免产生低采样. 这也验证了本文准保角参数化在细分连接性重新网格化的重要性.

图7给出了采用本文细分连接性重新网格化方法对网格进行多尺度表示的应用. 由图7可见, 在细分层次较低时, 重采样网格只能显示网格模型的概貌, 随着细分层次的增加, 网格模型的细节逐渐体现, 当细分到6次时, 重采样网格已经能够很好地近似原模型. 因此, 通过本文的方法不需要将原始网格细分太高的层次, 节省了存储空间.

综上所述, 本文针对单边界亏格为0的三角网格提出通过构造准保角参数化和引入混合面积与顶点分布密度权的伞算子平滑重新网格化方法. 为了提高重新网格化算法的速度, 本文提出一种高效的基于矩形剖分的点定位算法. 本文方法不需要细分太多层次即可保证细分连接性网格是原始网格的较好近似, 并能较好保证细分连接性网格中三角形的质量, 避免了狭长三角形的产生. 但本文方法目前只能处理单边界亏格为0的网格.

参 考 文 献

- [1] HU Shi-min, YANG Yong-liang, LAI Yu-kun. Research Progress of Digital Geometry Processing [J]. Chinese Journal of Computers, 2009, 32(8): 1-18. (胡事民, 杨永亮, 来煜坤. 数字几何处理研究进展 [J]. 计算机学报, 2009, 32(8): 1-18.)
- [2] GAO Fu-shun, GAO Zhan-heng, LIANG Xue-zhang. Filling Hole Algorithm in Triangle Mesh [J]. Journal of Jilin University: Science Edition, 2009, 47(6): 1182-1184. (高福顺, 高占恒, 梁学章. 三角网格中的孔洞修补算法 [J]. 吉林大学学报: 理学版, 2009, 47(6): 1182-1184.)
- [3] LIANG Xue-zhang, XUE Yao-hong, LI Qiang. Application of Loop Subdivision Wavelet Frames to the Compression of 3D Graphics [J]. Journal of Jilin University: Science Edition, 2009, 47(5): 986-993. (梁学章, 薛耀红, 李强. Loop 细分小波紧框架对三维图形压缩的应用 [J]. 吉林大学学报: 理学版, 2009, 47(5): 986-993.)
- [4] Certain A, Popovic J, DeRose T, et al. Interactive Multiresolution Surface Viewing [C]//SIGGRAPH'96: Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1996: 91-98.
- [5] Lounsbery M, DeRose T D, Warren J. Multiresolution Analysis for Surfaces of Arbitrary Topological Type [J]. ACM Trans Graph, 1997, 16(1): 34-73.
- [6] Zorin D, Schroder P, Sweldens W, et al. Interactive Multiresolution Mesh Editing [C]//SIGGRAPH'97: Proceedings of the 24th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1997: 259-268.
- [7] Kobbelt L, Vorsatz J, Labsik U. A Shrink Wrapping Approach to Remeshing Polygonal Surfaces [J]. Comput Graph Forum, 1999, 18(3): 119-130.
- [8] Hormann K, Labsik U, Greiner G. Remeshing Triangulated Surfaces with Optimal Parameterizations [J]. Computer-Aided Design, 2001, 33(11): 779-788.
- [9] Lee A W F, Sweldens W, Schroder P, et al. Maps: Multiresolution Adaptive Parameterization of Surfaces [C]//SIGGRAPH: Proceedings of the 25th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive. New York: ACM Press, 1998: 95-104.
- [10] Floater M S. Mean Value Coordinates [J]. Computer Aided Geometric Design, 2003, 20(1): 19-27.
- [11] HU Jian-ping, LIU Xiu-ping, SU Zhi-xun, et al. A Spherical Parameterization Approach Based on Symmetry Analysis of Triangular Meshes [J]. Journal of Zhejiang University: Ser A, 2009, 10(7): 1009-1017.
- [12] Kobbelt L, Campagna S, Vorsatz J, et al. Interactive Multiresolution Modeling on Arbitrary Meshes [C]//SIGGRAPH'98: Proceedings of the 25th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1998: 105-114.
- [13] ZHOU Kun. Digital Geometry Processing: Theory and Applications [D]: [Ph D Thesis]. Hangzhou: Department of Computer Science and Technology, Zhejiang University, 2002. (周昆. 数字几何处理: 理论与应用 [D]: [博士学位论文]. 杭州: 浙江大学计算机学院, 2002.)
- [14] Cignoni P, Rocchini C, Scopigno R. Metro: Measuring Error on Simplified Surfaces [J]. Computer Graphics Forum, 1998, 17(2): 167-174.