Markov 链利率下相依风险模型破产概率的上界

程建华, 王德辉
(吉林大学 数学学院, 长春 130012)

摘要: 考虑一类离散时间风险模型的破产问题. 模型中假设保费过程和理赔过程都具有一阶自回归结构(AR(1)), 并且利率过程是取值于可数状态空间的齐次 Markov 链. 针对保费在期初收取和期末收取两种不同的情况, 用鞅方法得到了其各自破产概率的上界.

关键词: 相依风险; Markov 链利率; 离散时间风险模型; 破产概率
中图分类号: O211.9 **文献标志码**: A **文章编号**: 1671-5489(2012)02-0173-06

Upper Bounds for Ruin Probabilities in Dependent Risk Model with Markov Chain Interest Rate

CHENG Jian-hua, WANG De-hui
(*College of Mathematics*, *Jilin University*, *Changchun* 130012, *China*)

Abstract: We considered ruin problems for a class of discrete time risk model. In this model, the interest rates follow a Markov chain with a denumerable state space, and both the premiums and claims are assumed to have dependent AR(1) structures. Using martingale approach, we derived the upper bounds for ruin probabilities of the models, in which the premiums are received at the beginning of each period and at the end of each period, respectively. We also discussed their applications.

Key words: dependent risk; Markov chian interest rate; discrete time risk model; ruin probability

0 引 言

破产概率是风险模型的主要研究内容之一. 经典的离散时间风险模型为[1]

$$U_n = U_{n-1} + X_n - Y_n, \qquad n \geqslant 1 \tag{1}$$

或

$$U_n = u + \sum_{k=1}^{n} (X_k - Y_k), \qquad n \geqslant 1, \tag{2}$$

其中: $U_0 = u$ 表示初始盈余; X_n 为第 n 时期的总保费收入; Y_n 为第 n 时期的总索赔额; 且 $\{X_n, n \geqslant 1\}$ 和 $\{Y_n, n \geqslant 1\}$ 是两个 i. i. d. 的非负随机变量列.

令 $T = \inf\{n: U_n < 0\}$ ($\inf\{\varnothing\} = \infty$) 为模型(1)或(2)的破产时间, 则其破产概率定义为

$$\psi(u) = P\{T < \infty \mid U_0 = u\} = P\{\bigcup_{n=1}^{\infty} (U_n < 0) \mid U_0 = u\}.$$

对于破产概率, 如果 $EX_1 > EY_1$, 且存在常数 $R > 0$, 使得

收稿日期: 2011-08-22.

作者简介: 程建华(1983—), 男, 汉族, 博士研究生, 从事保险精算的研究, E-mail: chengjh08@mails.jlu.edu.cn. 通讯作者: 王德辉(1969—), 男, 汉族, 博士, 教授, 博士生导师, 从事数理统计和保险精算的研究, E-mail: wangdh@jlu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金(批准号: 10971081; J0730101)和吉林大学基本科研业务费项目(批准号: 201100011).

$$Ee^{-R(X_1-Y_1)}=1,$$

则可以得到破产概率的上界: $\psi(u)\leqslant e^{-Ru}$.

文献[2]用自回归模型(AR)刻画净收入 X_n-Y_n; 文献[3]则将其推广到用自回归滑动平均模型(ARMA)刻画净收入的情形, 用鞅方法得到了破产概率的上界. 投资收益是影响破产概率的另一个主要因素, 文献[4]考虑了带有常数利率的离散时间风险模型; 文献[5-6]分别考虑了利率是 i. i. d. 随机变量列和具有一阶自回归结构(AR(1))的情形; 文献[7]讨论了利率是 Markov 链的风险模型; 文献[8]讨论了随机投保费下多险种的破产模型. 相应地, 结合相依风险, 文献[9]在常数利率下假设保费和理赔都具有一阶自回归结构(AR(1)), 推广了文献[2,4]的结果; 文献[10]考虑了常数利率下净收入具有滑动平均结构(MA)的风险模型, 得到了破产概率的上界, 并且还将结果推广到保费和理赔分别是滑动平均模型(MA)的情形; 文献[11]在文献[7]的基础上, 假设净损失 Y_n-X_n 具有一阶自回归结构; 文献[12]讨论了保费和利率都具有自回归滑动平均结构(ARMA)的模型. 本文在文献[11]的基础上, 假设保费和理赔分别具有一阶自回归结构, 针对保费在期初收取和期末收取两种不同的情况, 讨论了它们各自的破产概率.

1 模型和基本假设

考虑如下盈余过程:

$$U_n=(U_{n-1}+X_n)(1+I_n)-Y_n,\qquad n\geqslant 1 \tag{3}$$

或

$$U_n=u\prod_{k=1}^{n}(1+I_k)+\sum_{k=1}^{n}X_k\prod_{t=k}^{n}(1+I_t)-\sum_{k=1}^{n}Y_k\prod_{t=k+1}^{n}(1+I_t), \tag{4}$$

其中: $X_n=aX_{n-1}+W_n$, $n\geqslant 1$; $Y_n=bY_{n-1}+Z_n$, $n\geqslant 1$; 初始值 $X_0=x_0$, $Y_0=y_0$; a 可以理解为在新时期依然保留的旧业务所占的比重; W_n 表示保险公司在第 n 时期新增加的业务; b 可以理解为依旧保留的旧业务在新时期产生的索赔在新时期索赔中所占比例; Z_n 表示新增加业务产生的索赔额; $\{W_n,n\geqslant 1\}$ 和 $\{Z_n,n\geqslant 1\}$ 是两个 i. i. d. 的非负随机变量列, 分布分别为 $F(w)=P(W_1\leqslant w)$ 和 $G(z)=P(Z_1\leqslant z)$. 为了保证平稳性, 本文假设 $0\leqslant a<1$ 和 $0\leqslant b<1$.

I_n 表示第 n 时期的利率, 假设 $\{I_n,n\geqslant 1\}$ 是一个齐次 Markov 链, 状态空间为 $E=\{i_s,s=0,1,2,\cdots\}$, 转移概率为 $P_{st}=P\{I_{n+1}=i_t\mid I_n=i_s\}$. 同时假设 $\{W_n,n\geqslant 1\}$, $\{Z_n,n\geqslant 1\}$ 和 $\{I_n,n\geqslant 1\}$ 是相互独立的.

给定 $I_0=i_0$, 令 $T_1=\inf\{n: U_n<0\}$ ($\inf\{\varnothing\}=\infty$) 表示模型(3)或(4)的破产时刻, 定义其最终破产概率为

$$\psi(u,x_0,y_0,i_0)=P\{T_1<\infty\mid U_0=u,\ X_0=x_0,\ Y_0=y_0,\ I_0=i_0\}=$$
$$P\{\bigcup_{n=1}^{\infty}(U_n<0)\mid U_0=u,\ X_0=x_0,\ Y_0=y_0,\ I_0=i_0\}.$$

注意到模型(3)或(4)中的保费是在每个时期期初收取的, 这种风险模型称为 annuity-due 风险模型, 与此相对, 如果保费在每个时期期末收取, 盈余过程则变为

$$U_n=U_{n-1}(1+I_n)+X_n-Y_n,\qquad n\geqslant 1 \tag{5}$$

或

$$U_n=u\prod_{k=1}^{n}(1+I_k)+\sum_{k=1}^{n}(X_k-Y_k)\prod_{t=k+1}^{n}(1+I_t), \tag{6}$$

这种风险模型称为 annuity-immediate 风险模型.

同理, 给定 $I_0=i_0$, 令 $T_2=\inf\{n: U_n<0\}$ ($\inf\{\varnothing\}=\infty$) 表示模型(5)或(6)的破产时刻, 定义其最终破产概率为

$$\phi(u,x_0,y_0,i_0)=P\{T_2<\infty\mid U_0=u,\ X_0=x_0,\ Y_0=y_0,\ I_0=i_0\}=$$
$$P\{\bigcup_{n=1}^{\infty}(U_n<0)\mid U_0=u,\ X_0=x_0,\ Y_0=y_0,\ I_0=i_0\}.$$

2　破产概率的上界

一般地，破产概率的精确表达式很难获得，实践中人们常用一个上界估计它. 下面用鞅方法讨论 $\psi(u,x_0,y_0,i_0)$ 和 $\phi(u,x_0,y_0,i_0)$ 的上界估计，并在一定的条件下将所得结果进行比较和讨论.

引理 1[13]　如果 $f(x,y)$ 是一个非负 Borel 可测函数，X 是关于 $\mathscr{F}$ 可测的随机变量，则对于任意的随机变量 Y，

$$E[f(X,Y)\mid\mathscr{F}] = E[f(x,Y)\mid\mathscr{F}]\big|_{x=X}\quad \text{a. s. };$$

特别地，如果 Y 与 $\mathscr{F}$ 独立，则

$$E[f(X,Y)\mid\mathscr{F}] = E[f(x,Y)]\big|_{x=X}\quad \text{a. s.}$$

下面考虑 $\psi(u,x_0,y_0,i_0)$ 的上界估计. 令

$$i = \min\{i_s,\ s=0,1,2,\cdots\},\quad \tilde{i} = \max\{i_s,\ s=0,1,2,\cdots\},\quad \theta_n = \prod_{j=1}^{n}(1+I_j)^{-1},\quad \theta_0 = 1,$$

$$H_n = \sum_{k=1}^{\infty} a^k \prod_{j=1}^{k-1}(1+I_{n+j})^{-1}\quad \Big(\text{定义}\prod_{j=1}^{0}(1+I_{n+j})^{-1}=1\Big),$$

$$K_n = \sum_{k=1}^{\infty} b^k \prod_{j=1}^{k}(1+I_{n+j})^{-1},\qquad \hat{U}_n = U_n + H_nX_n - K_nY_n,$$

假设 $0<i\leqslant\tilde{i}<+\infty$.

定理 1　对于 $u\geqslant0$，$a\geqslant b$ 和 $x_0\geqslant y_0\geqslant0$，如果 $a\leqslant i$，且存在 $R_1>0$，满足

$$E[\exp\{-R_1(W_1(1+i)-Z_1)\}] = 1, \tag{7}$$

则

$$\psi(u,x_0,y_0,i_0) \leqslant \frac{E[\exp\{-R_1\hat{U}_0\}]}{E[\exp\{-R_1\hat{U}_{T_1}\theta_{T_1}\}\mid T_1<\infty]} \leqslant \frac{\exp\Big\{-R_1\Big(u+\dfrac{a(1+\tilde{i})}{1+\tilde{i}-a}x_0-\dfrac{b}{1+i-b}y_0\Big)\Big\}}{E[\exp\{-R_1\hat{U}_{T_1}\theta_{T_1}\}\mid T_1<\infty]}. \tag{8}$$

证明：由于 $a\geqslant b$，$x_0\geqslant y_0$ 和 $a\leqslant i$，则有

$$\begin{aligned}\hat{U}_0 &= u+\sum_{k=1}^{\infty}a^k\prod_{j=1}^{k-1}(1+I_j)^{-1}x_0-\sum_{k=1}^{\infty}b^k\prod_{j=1}^{k}(1+I_j)^{-1}y_0 \geqslant\\ &u+\sum_{k=1}^{\infty}a^k(1+\tilde{i})^{-(k-1)}x_0-\sum_{k=1}^{\infty}b^k(1+i)^{-k}y_0 =\\ &u+\frac{a(1+\tilde{i})}{1+\tilde{i}-a}x_0-\frac{b}{1+i-b}y_0 \geqslant u+\frac{b}{1+i-b}(x_0-y_0)\geqslant 0.\end{aligned} \tag{9}$$

定义

$$M_n = \exp\{-R_1\theta_n\hat{U}_n\},\quad \mathscr{F}_n = \sigma(I_1,I_2,\cdots)\vee\sigma(W_1,\cdots,W_n)\vee\sigma(Z_1,\cdots,Z_n),\quad n\geqslant1.$$

显然，M_n 是关于 $\mathscr{F}_n$ 可测的. 另一方面，当 $n\geqslant1$ 时，有

$$\begin{aligned}E[M_n\mid\mathscr{F}_{n-1}] &= E\Big[\exp\Big\{-R_1\theta_n\Big(U_{n-1}(1+I_n)+X_n\Big[(1+I_n)+\sum_{k=1}^{\infty}a^k\prod_{j=1}^{k-1}(1+I_{n+j})^{-1}\Big]-\\ &-Y_n\Big[1+\sum_{k=1}^{\infty}b^k\prod_{j=1}^{k}(1+I_{n+j})^{-1}\Big]\Big)\Big\}\Big|\mathscr{F}_{n-1}\Big] =\\ &E\Big[\exp\Big\{-R_1\theta_n\Big(U_{n-1}(1+I_n)+(1+I_n)(aX_{n-1}+W_n)\Big[1+\sum_{k=1}^{\infty}a^k\prod_{j=0}^{k-1}(1+I_{n+j})^{-1}\Big]-\\ &-(1+I_n)(bY_{n-1}+Z_n)\Big[(1+I_n)^{-1}+\sum_{k=1}^{\infty}b^k\prod_{j=0}^{k}(1+I_{n+j})^{-1}\Big]\Big)\Big\}\Big|\mathscr{F}_{n-1}\Big] =\end{aligned}$$

$$E\Big[\exp\Big\{R_1\theta_{n-1}\Big(U_{n-1}+X_{n-1}\Big[a+\sum_{k=1}^{\infty}a^{k+1}\prod_{j=1}^{k}(1+I_{n-1+j})^{-1}\Big]-$$
$$Y_{n-1}\Big[b(1+I_n)^{-1}+\sum_{k=1}^{\infty}b^{k+1}\prod_{j=1}^{k+1}(1+I_{n-1+j})^{-1}\Big]\Big)-$$
$$R_1\theta_n W_n\Big[(1+I_n)+\sum_{k=1}^{\infty}a^k\prod_{j=1}^{k-1}(1+I_{n+j})^{-1}\Big]+$$
$$R_1\theta_n Z_n\Big[1+\sum_{k=1}^{\infty}b^k\prod_{j=1}^{k}(1+I_{n+j})^{-1}\Big]\Big\}\,|\,\mathscr{F}_{n-1}\Big]=$$
$$E[\exp\{R_1\theta_{n-1}\hat{U}_{n-1}-R_1\theta_n W_n[(1+I_n)+H_n]+R_1\theta_n Z_n(1+K_n)\}\,|\,\mathscr{F}_{n-1}]\leqslant$$
$$M_{n-1}E[\exp\{-R_1\theta_n W_n(1+i)[1+H_n(1+i)^{-1}]+R_1\theta_n Z_n(1+K_n)\}\,|\,\mathscr{F}_{n-1}]\leqslant$$
$$M_{n-1}E[\exp\{-R_1(W_n(1+i)-Z_n)\theta_n[1+H_n(1+i)^{-1}]\}\,|\,\mathscr{F}_{n-1}].\tag{10}$$

由于$\theta_n(1+H_n(1+i)^{-1})\in\mathscr{F}_{n-1}$，且$W_n(1+i)-Z_n$与$\mathscr{F}_{n-1}$独立，因此由引理1，有

$$E[\exp\{-R_1(W_n(1+i)-Z_n)\theta_n[1+H_n(1+i)^{-1}]\}\,|\,\mathscr{F}_{n-1}]=h(\theta_n(1+H_n(1+i)^{-1})),$$

其中

$$h(x)=E[\exp\{-R_1(W_n(1+i)-Z_n)x\}\,|\,\mathscr{F}_{n-1}]=E[\exp\{-R_1(W_n(1+i)-Z_n)x\}],$$

再注意到

$$\theta_n[1+H_n(1+i)^{-1}]\leqslant(1+i)^{-n}\Big(1+\sum_{k=1}^{\infty}a^k(1+i)^{-k}\Big)=(1+i)^{-n}\Big(1+\frac{a}{1+i-a}\Big)\leqslant$$
$$(1+i)^{-1}\Big(\frac{1+i}{1+i-a}\Big)=\frac{1}{1+i-a},\tag{11}$$

则由$a\leqslant i$可知，$0<\theta_n[1+H_n(1+i)^{-1}]\leqslant1$. 根据Jessen不等式和式(7)，若$0\leqslant x\leqslant1$，则

$$h(x)\leqslant E[\exp\{-R_1(W_n(1+i)-Z_n)\}]^x=1,$$

于是

$$h(\theta_n(1+H_n(1+i)^{-1}))\leqslant1.\tag{12}$$

将式(12)代入式(10)可知，$\{(M_n,\mathscr{F}_n),\ n=0,1,2,\cdots\}$是一个上鞅. 对于任意给定的$n$，易知$T_1\wedge n$是其有界停时，由可选抽样定理[14]可得，

$$EM_{T_1\wedge n}\leqslant EM_0=E[\exp\{-R_1\hat{U}_0\}],\tag{13}$$

而由全期望公式

$$EM_{T_1\wedge n}=E[M_{T_1}\,|\,T_1\leqslant n]P(T_1\leqslant n)+E[M_n\,|\,T_1>n]P(T_1>n)\geqslant E[M_T\,|\,T\leqslant n]P(T\leqslant n).$$

令$n\to\infty$，并结合式(13)可得

$$\psi(u,x_0,y_0,i_0)=P(T_1<\infty)\leqslant\frac{E[\exp\{-R_1\hat{U}_0\}]}{E[\exp\{-R_1\hat{U}_{T_1}\theta_{T_1}\}\,|\,T_1<\infty]},$$

再由式(9)，可知式(8)成立.

对于模型(5)或(6)，如果定义$\widetilde{H}_n=\sum\limits_{k=1}^{\infty}a^k\prod\limits_{j=1}^{k}(1+I_{n+j})^{-1}$和$\widetilde{U}_n=U_n+\widetilde{H}_nX_n-K_nY_n$，则同理可得：

定理2 对于$u\geqslant0,a\geqslant b$和$x_0\geqslant y_0\geqslant0$，如果$a\leqslant i$，且存在$R_2>0$，满足

$$E[\exp\{-R_2(W_1-Z_1)\}]=1,\tag{14}$$

则

$$\phi(u,x_0,y_0,i_0)\leqslant\frac{E[\exp\{-R_2\widetilde{U}_0\}]}{E[\exp\{-R_2\widetilde{U}_{T_2}\theta_{T_2}\}\,|\,T_1<\infty]}\leqslant\frac{\exp\Big\{-R_2\Big(u+\dfrac{b}{1+i-b}(x_0-y_0)\Big)\Big\}}{E[\exp\{-R_2\hat{U}_{T_2}\theta_{T_2}\}\,|\,T_2<\infty]}.\tag{15}$$

注1 在模型(5)或(6)中，如果令$a=b$，则即为文献[11]所讨论的模型，因此，定理2是文献[11]中定理3.1的推广.

3 应　用

一般地, 保险公司为了平稳地运营, 要求相对安全负载假设成立, 即要求

$$EX_n > EY_n, \qquad n \geqslant 1. \tag{16}$$

经过简单计算, 易得

$$EX_n = a^n x_0 + \frac{1-a^n}{1-a} EW_1, \qquad EY_n = b^n x_0 + \frac{1-b^n}{1-b} EZ_1.$$

于是, 如果 $a \geqslant b, x_0 \geqslant y_0$ 且 $EW_1 > EZ_1$, 则式(16)成立.

定理 3　假设 $EW_1 > EZ_1$, 如果 R_1 和 R_2 存在, 则它们是唯一的, 并且 $R_1 \geqslant R_2$.

证明: 定义函数

$$f(r) = E[\exp\{-r(W_1(1+i) - Z_1)\}] - 1,$$
$$g(r) = E[\exp\{-r(W_1 - Z_1)\}] - 1.$$

容易验证

$$f''(r) = E[(W_1(1+i) - Z_1)^2 \exp\{-r(W_1(1+i) - Z_1)\}] \geqslant 0,$$

表明 $f(r)$ 是一个凸函数, 同时, 由定理条件

$$f'(0) = -E(W_1(1+i) - Z_1) < -E(W_1 - Z_1) < 0,$$

且 $f(0) = 0$, 因此, 如果 R_1 存在, 则它是 $f(r) = 0$ 的唯一正根. 同理可证, 如果 R_2 存在, 则它是 $g(r) = 0$ 的唯一正根. 进一步, 如果正数 r 满足 $g(r) \geqslant 0$, 则 $r \geqslant R_2$.

因为

$$E[\exp\{-R_1(W_1(1+i) - Z_1)\}] \leqslant E[\exp\{-R_1(W_1 - Z_1)\}],$$

而

$$E[\exp\{-R_1(W_1(1+i) - Z_1)\}] = 1,$$

故

$$E[\exp\{-R_1(W_1 - Z_1)\}] \geqslant 1,$$

表明 $g(R_1) \geqslant 0$, 所以 $R_1 \geqslant R_2$.

在实际应用中, 保费收入总是有限的, 所以可以假设保费收入是有界的, 从而可以假设理赔额也是有界的, 即存在 $M \geqslant 0$, 满足 $0 \leqslant Y_n \leqslant M$, $n \geqslant 1$, 文献[2,9]等都有类似的假设.

推论 1　对于模型(3)或(4), 如果定理 1 的条件成立, 且 u 充分大, 使得

$$\frac{(a(1+\tilde{i}) - b(1+i))M}{(1+i-a)(1+\tilde{i}-b)} \leqslant u + \frac{a(1+\tilde{i})}{1+\tilde{i}-a} x_0 - \frac{b}{1+i-b} y_0, \tag{17}$$

则

$$\psi(u, x_0, y_0, i_0) \leqslant \exp\left\{-R_1\left(u + \frac{a(1+\tilde{i})}{1+\tilde{i}-a} x_0 - \frac{b}{1+i-b} y_0 - \frac{(a(1+\tilde{i}) - b(1+i))M}{(1+i-a)(1+\tilde{i}-b)}\right)\right\}. \tag{18}$$

证明: 由破产时刻的定义可知, $U_{T_1} \leqslant 0$, 因而 $(1+I_n)X_{T_1} \leqslant Y_{T_1}$, 从而 $(1+i)X_{T_1} \leqslant Y_{T_1}$, 进而

$$\hat{U}_{T_1} = U_{T_1} + H_{T_1}X_{T_1} - K_{T_1}Y_{T_1} = U_{T_1} + \sum_{k=1}^{\infty} a^k \prod_{j=1}^{k-1} (1 + I_{T_1+j})^{-1} X_{T_1} - \sum_{k=1}^{\infty} b^k \prod_{j=1}^{k} (1 + I_{T_1+j})^{-1} Y_{T_1} \leqslant$$
$$\frac{a(1+i)}{1+i-a} X_{T_1} - \frac{b}{1+\tilde{i}-b} Y_{T_1} \leqslant \left(\frac{a}{1+i-a} - \frac{b}{1+\tilde{i}-b}\right) Y_{T_1} \leqslant \frac{(a(1+\tilde{i}) - b(1+i))M}{(1+i-a)(1+\tilde{i}-b)},$$

因此

$$E[\exp\{-R_1 \hat{U}_{T_1} \theta_{T_1}\} \mid T_1 < \infty] \geqslant E\left[\exp\left\{-R_1 \frac{(a(1+\tilde{i}) - b(1+i))M}{(1+i-a)(1+\tilde{i}-b)}\right\}\right],$$

再由定理 1 即可得到式(18). 证毕.

同理, 有:

推论 2　对于模型(5)或(6), 如果定理 2 的条件成立, 且 u 充分大, 使得

$$\frac{(a(1+\tilde{i})-b(1+i))M}{(1+i-a)(1+\tilde{i}-b)} \leqslant u+\frac{b}{1+\tilde{i}-b}(x_0-y_0), \tag{19}$$

则

$$\phi(u,x_0,y_0,i_0) \leqslant \exp\left\{-R_2\left(u+\frac{b}{1+\tilde{i}-b}(x_0-y_0)-\frac{(a(1+\tilde{i})-b(1+i))M}{(1+i-a)(1+\tilde{i}-b)}\right)\right\}. \tag{20}$$

定理4 在推论1和推论2的条件下, 有

$$\exp\left\{-R_1\left(u+\frac{a(1+\tilde{i})}{1+\tilde{i}-a}x_0-\frac{b}{1+i-b}y_0-\frac{(a(1+\tilde{i})-b(1+i))M}{(1+i-a)(1+\tilde{i}-b)}\right)\right\} \leqslant$$
$$\exp\left\{-R_2\left(u+\frac{b}{1+\tilde{i}-b}(x_0-y_0)-\frac{(a(1+\tilde{i})-b(1+i))M}{(1+i-a)(1+\tilde{i}-b)}\right)\right\}. \tag{21}$$

证明: 由定理3和式(9)易知结论成立.

注2 式(17),(19)分别使得式(18),(20)的右端≤1, 从而使得破产概率的上界估计有效.

注3 式(21)表明模型(3)破产概率的上界估计≤模型(3)破产概率的上界估计, 这也符合人们的直观理解: 保费在期初收取, 产生利息收入, 使盈余增加, 破产概率减小.

参考文献

[1] Rolski T, Schmidli H, Schmidt V, et al. Stochastic Processes for Insurance and Finance [M]. Chichester: Wiley, 1999.

[2] Gerber H U. On the Probability of Ruin in an Autoregressive Model [J]. Bulletin of the Association of Swiss Actuaries, 1981, 81(2): 213-219.

[3] Gerber H U. A Ruin Theory in the Linear Model [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 1982, 1(3): 213-217.

[4] YANG Hai-liang, Non-exponential Bounds for Ruin Probability with Interest Effect Included [J]. Scandinavian Actuarial Journal, 1998(1): 66-79.

[5] CAI Jun. Discrete Time Risk Models under Rates of Interest [J]. Probability in the Engineering and Informational Sciences, 2002, 16(3): 309-324.

[6] CAI Jun. Ruin Probabilities with Dependent Rates of Interest [J]. Journal of Applied Probability, 2002, 39(2): 312-323.

[7] CAI Jun, Dickson C M D. Ruin Probability with a Markov Chain Interest Model [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2004, 35(3): 513-525.

[8] QU Zhong-xian, XU Zhong-hai, WU Wen-hua. The Study of Ruin Model for Multitype-Insurance with Stochastic Premium [J]. Journal of Northeast Normal University: Natural Science Edition, 2010, 42(1): 18-21. (曲中宪, 徐中海, 武文华. 随机投保费下多险种破产模型的研究 [J]. 东北师大学报: 自然科学版, 2010, 42(1): 18-21.)

[9] YANG Hai-liang, ZHANG Li-hong. Martingale Method for Ruin Probability in an Autoregressive Model with Constant Interest Rate [J]. Probability in the Engineering and Informational Sciences, 2003, 17(2): 183-198.

[10] YAO Ding-jun, WANG Rong-ming. Exponential Bounds for Ruin Probability in Two Moving Average Risk Models with Constant Interest Rate [J]. Acta Mathematica Sinica: English Series, 2008, 24(2): 319-328.

[11] XU Lin, WANG Rong-ming. Upper Bounds for Ruin Probability in an Autoregressive Risk Model with a Markov Chain Interest Rate [J]. Journal of Industrial and Management Optimization, 2006, 2(2): 165-175.

[12] YAO Ding-jun, WANG Rong-ming. Upper Bounds for Ruin Probabilities in Two Dependent Risk Models under Rates of Interest [J]. Applied Stochastic Models in Business and Industry, 2010, 26(4): 362-373.

[13] Lamberton D, Lapeyre B. Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance [M]. London: Chapman & Hall, 1996.

[14] Grandell J. Aspects of Risk Theory [M]. New York: Springer-Verlag, 1991.

(责任编辑: 赵立芹)