

日食与月食现象的定量新解

赵旭东, 王春燕

(太原科技大学研究生学院, 太原 030024)

摘要: 人们虽然对日食和月食现象的认识比较深刻, 但都是从定性的角度认识。本文依据人体眼睛的成像规律, 得出了一种与物体视觉大小有关的结论。利用这个结论, 定量地解释了日全食和日环食的形成原因, 也定量解释了月食的形成原因以及为什么没有月环食这一天文现象。这一种研究方法是对“食分”说的量化处理。为肉眼观察天体提供了一种全新的指导方法。

关键词: 日食; 月食; 视觉

中图分类号: O041

A new quantitative interpretation of the solar eclipse and the moon eclipse phenomenon

Zhao Xudong, Wang Chunyan

The Graduate School of Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan (030024)

Abstract: Although people have a deeper awareness of solar eclipse and moon eclipse phenomenon, all of them were understood from the qualitative view. This paper, based on imaging of the human eyes, draw a conclusions about the object's visual size. Using this conclusion, we can quantitatively explain the causes of the solar eclipse and the moon eclipse. This method provides a new way of guidance for the naked eye observation of celestial bodies.

Key words: solar eclipse, moon eclipse, visual

0 引言

日食现象和月食现象是天空中颇为壮观的两种景象, 科学界很早就给出了它们的成因, 分别是日食的“食分”说和月食的“食分”说^[1]。“食分”的观点只是定性地解释了日食和月食现象, 我们需要研究一种能定量解释这两种自然现象的方法。

本文依据人体眼睛的成像规律, 和人体的基本视觉成像规律, 得出了一种适合简单天文观察与测量的视觉成像规律, 应用本视觉成像规律可以定量地日食现象和月食现象。同样应用本视觉成像规律, 从一个全新的角度, 定量地解释了以下的一些现象——太阳系的地球外七大行星的肉眼可见性以及“在太空看不到长城”这一结论等。而在以前, 人们虽然这些现象的认识比较深刻, 但大都是从定性的角度认识。这种方法新颖独特, 通用性很强, 是一种很有前途的实用理论。

1 远距离物体的视觉成像规律

下面依据人体眼睛的成像规律, 和人体的基本视觉感知现象, 推导远距离物体的视觉成像规律。

1.1 两个基本视觉感知现象

当我们用眼睛感知物体时, 总会对物体的大小形成一定的认识; 对于同一个物体, 物体离观察者的距离不同, 反映在观察者视觉中的大小不同。对于距离观察者相同的不同的物体, 物体的大小不同, 反映在视觉中的大小也会不同, 这种物体反映在视觉中的大小, 称为“视

觉大小”，用字母 V 表示。在一般情况下，视觉大小不能反映物体的真实大小 (V_0)，当观察距离 d 比较远的时候，视觉大小小于真实值，即 $V < V_0$ ；当观察距离比较小时，视觉大小大于真实值，即 $V > V_0$ 。

根据上面提到的视觉认识，结合日常观察现象进行分析，可得出如下两个基本视觉成像规律

(1) 在观察距离 d 一定的情况下，物体的真实大小越大，视觉大小越大，且视觉大小与物体真实大小成正比。

实验验证：取两个直径相同的圆柱体 A、B，A 的高度 L_1 是 B 的高度 L_2 的 2 倍，即 $L_1 = 2L_2$ 。把 A、B 两物体并排放在一起，无论距离 d 取多么大，总有 $V_1 \approx 2V_2$ 。假如取 $L_1 = nL_2$ ，在同一条件下，总有 $V_1 \approx nV_2$ ，即物体的视觉大小与真实大小成正比例关系，用公式可以表示为：

$$V \propto L \quad (1)$$

(2) 在物体的真实大小一定的情况，物体离观察者的距离 d 越大，视觉大小 V 越小。上面的两个基本规律是对日常观察现象的总结，在一定范围内普遍成立。

1.2 远距离物体视知公式的提出

当眼睛在观察物体时，要根据观察目标的大小进行适当的调节。当目标越远，视角变化越小时，眼睛的调节作用越不明显；当目标越近，视角变化越大时，眼睛的调节作用越明显。可以推理，当目标很远，物体的大小相对观察者距离来说可以忽略不计时，眼睛可以看作是一个不变的折光系统^[2]。

视觉大小是通过物体在人眼中的物像大小而形成的。对于视觉大小相等的两个物体 AB、CD，设半径分别为 R 、 R_1 ，则必有下图 1 所示视觉成像光路图：

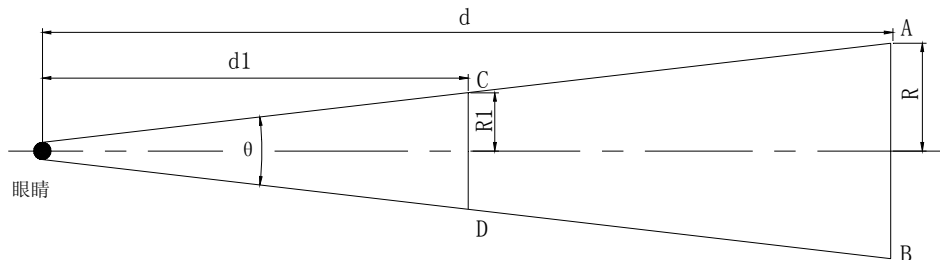


图 1 视觉成像光路图

眼球的半径为 r ，当满足 $\frac{R-r}{d} \rightarrow 0$ ， $R \gg r$ 时，并且 θ 足够小，此时可以把眼睛看成是一个不变的光学系统，此时，反射入眼睛中的光线近似平行，眼睛对两物体的观察不进行视觉调节。由于 $R \gg r$ ，眼睛可以看作是一个点。如果设 $\frac{R}{R_1} = n$ ，由几何关系可得

$\frac{d}{d_1} = n$ ，由于必有 $V \propto R$ ，故 $V \propto R = nR_1$ 。由于视觉大小随距离的增大而减小，影响视觉大小的决定因素只有距离和物体的实际大小，要满足对于 $n \in \mathbb{N}^+$ 上几式都成立，只能是视觉大小与距离成反比关系，也就是：

$$V \propto \frac{1}{d} \quad (2)$$

因为影响视觉大小的主要因素是物体大小和观察距离，忽略次要因素，综合可得远距离物体的视觉大小的感知公式（可以简称为视知公式）：

$$V = k \cdot \frac{L}{d} \quad (3)$$

其中 k 是一单位为“米”的视知常数， L 是物体的实际大小。如果已知物体的观测距离，我们通过测量物体的视觉大小，就可以计算出物体的实际大小。

人眼睛对物体的实际大小的认识，是从“形”的方面把握的，即只对物体有了一个外形上的大概认识。人眼睛要认识物体的“状”，具体地认识物体的每一细节，往往是从物体的每一点处着眼。例如，我们看自己的手，如果是随意的精神状态，只能认识手的轮廓；而当我们认真观看时，仅仅是注意了手上的非常小的一部分，这时我们可以看清楚该处的每一纹络。所以，对真正对我们形成视觉冲击的仅是视觉范围内非常小的一部分，这一部分作用于视网膜的中央，且该部分射入眼睛内的光近似平行。人的视网膜相当于一个凹镜，在视网膜中央呈平面的小部分地区所成的像是小范围、清晰的；周围的弯曲部分所成的像是大范围、模糊的。

1.3 视觉常数(k)以及视觉大小(V)的确定方法

在以前公式的推导过程中忽略了一些次要因素对视觉大小的影响，考虑这些影响因素时，会对视觉大小有一定的影响。比如，不同的人视力不同，在相同情况下看同一物体时常会形成不同视觉大小；光照强度对视觉大小有影响，比如在同一时间段观察晴朗的太阳和昏暗的太阳，会发觉大小不一样；相同宽度而颜色不同的物体在人眼中的宽度是不同的。还有一些其它影响因素，在此不一一细说了。

所以，公式（3）中的 k 是一个条件常数，在不同条件下的取值不同。另外，我们眼中的“视觉大小”往往不好把握，不易直接感知或是直接测量。由“水中月，镜中花”这一句话，作者想出了一种间接测量视觉大小的方法。我们在看月亮时，可以说月亮的大小在二、三十厘米左右，可这个数值偏差太大。而当我们看镜中的月亮时，由于可用镜子作为参考物，我们可以比较精确地测量出镜中月亮的大小。我们离镜子的距离越远，镜中月亮越大；离镜子越近，镜中的月亮越小；离镜子的距离一定时，镜中的月亮大小也一定，这时可以测量镜中月亮的大小。

具体方法为：观察者看着“镜中月”不动，另外一个测量者拿着刻度尺依据观察者的要求摆放刻度尺的位置，读出“镜中月”的大小。由于这个大小一般不反映我们直接观察时所得的视觉大小，我称它为“参考视觉大小”，用小写字母 v 示。我们在测量时要选择适当的观察距离，当距离很小时，“参考视觉大小”很小，会产生较大的误差；当距离太大时，不能很好地指导测量者进行定位测量；只有在看到“参考视觉大小”和“视觉大小”相接近的位置最适合测量。我们可以把所选定的测量条件称为“参考条件”。

在这里我们仅仅给出了一种指导性的测量方案，具体的实验及实验数据将会在以后的研究中取得。为了方便理解，不妨做一个假设性的计算。

已知月亮的直径 $L=3.36 \times 10^6 \text{m}$ ，月球到地球的平均距离 $d=3.84 \times 10^8 \text{m}$ ，假设月球的视觉大小 $V=0.2 \text{m}$ （这个数值符合我们的日常观察）。

由视觉公式（3） $V = k \cdot \frac{L}{d}$ 可得

$$k = V \cdot \frac{d}{L} = 0.2 \times \frac{3.84 \times 10^8}{3.36 \times 10^6} m = 22.86m$$

现在我们就利用这个假设性的计算结果来计算飞机在飞行中的视觉大小。一般中型客运飞机的长度约为 $L=50m$ ，飞行高度约为（即为观察距离） $d=8000m$ 。由视觉公式（3）可得此高度飞机的视觉大小：

$$V = k \cdot \frac{L}{d} = 0.2 \times \frac{50}{8000} m = 0.125m$$

这个值与我们的日常观察相一致。如果我们反过来应用这个研究方法，可以得到一些很实用的测量科学知识，将在后面看到它的具体应用。

2 日食现象的定量解释

从地球上看到太阳、月球恰好（或几乎）在一条直线上时，便会出现日食，此时，看到的太阳和月球的大小差不多，有时会出现日全食，有时会出现日环食。下面我利用公式（3）解释这一天文现象。

$$\text{日地最远距离 } d_1 = 1.5210 \times 10^{11} m$$

$$\text{日地最近距离 } d_1 = 1.4710 \times 10^{11} m$$

$$\text{太阳直径 } L_1 = 1.3952 \times 10^9 m$$

$$\text{月球直径 } L_2 = 3.36 \times 10^6 m$$

$$\text{月地最远距离 } d_2 = 4.055 \times 10^8 m$$

$$\text{月地最近距离 } d_3 = 3.633 \times 10^8 m$$

1) 当太阳在远地点，月球在近地点时，是出现日全食的一种极限情况。

此时太阳视觉大小

$$V_1 = k \frac{1.3952 \times 10^9}{1.521 \times 10^{11}}$$

月球视觉大小

$$V_2 = k \frac{3.36 \times 10^6}{3.633 \times 10^8}$$

$$\text{则 } \frac{V_1}{V_2} = 0.8484$$

计算结果表明，此时太阳的视觉大小略小于月球的视觉大小，会出现日全食。

2) 当太阳在近地点，月球在远地点时，是出现日环食的一种极限情况。

此时太阳视觉大小

$$V_1' = k \frac{1.3952 \times 10^9}{1.4710 \times 10^{11}}$$

月球视觉大小

$$V_2' = k \frac{3.36 \times 10^6}{4.055 \times 10^8}$$

可得出

$$\frac{V_1'}{V_2'} = 1.1447$$

计算结果表明,此时太阳的视觉大小略大于月球的视觉大小,会出现日环食。

3 月食现象的定量解释

当太阳、地球、月球三者恰好或着几乎在同一条直线上时(地球在太阳和月球之间),太阳到月球的光线便会部分或完全地被地球掩盖,产生月食。下面假设观察者处于月球上,我们来计算地球和太阳的视觉大小。

3.1 地球的视觉大小

我们几乎每天晚上都能观察到月亮,熟不知我们却可以由眼前的月亮景观联想到在月球上观赏地球的情景。月球半径 $R_1=1.68\times 10^6\text{m}$,地球半径 $R_2=6.4\times 10^6\text{m}$ 。假设 V_1 是我们在地球上看到的月球的视觉大小, V_2 是在月球上看到的地球的视觉大小。

由公式 $V = k \cdot \frac{L}{d} = k \cdot \frac{2R}{d}$ 可得

$$\frac{V_1}{V_2} = 2R_1/2R_2 = \frac{R_1}{R_2} = 1.68\times 10^6/6.4\times 10^6$$

$$\text{得出 } V_2 = \frac{6.4}{1.68} V_1 = 3.81 V_1$$

这就是说,当在月球上看地球时地球在人眼中的大小相对于在地球上所见月球视觉大小的3.81倍。

3.2 太阳的视觉大小

我们仍然以在地球上看到的月球的视觉大小 V_1 作为参考,计算在月球上看到太阳时的视觉大小。

月亮半径 $R_1=1.68\times 10^6\text{m}$

月地距离 $d_1=3.84\times 10^8\text{m}$

太阳半径 $R_3=6.976\times 10^8\text{m}$

太阳与地球之间的距离 $d_3=1.49\times 10^{11}\text{m}$

$$\text{由 } V = k \cdot \frac{L}{d} = k \cdot \frac{2R}{d}$$

在地球上看到的月球的视觉大小

$$V_1 = k \cdot \frac{2R_1}{d_1} = k \frac{2\times 1.68\times 10^6}{3.84\times 10^8}$$

在月球上看到太阳时的视觉大小

$$V_3 = k \cdot \frac{2R_3}{d_3 + d_1} = k \frac{2\times 6.976\times 10^8}{1.49\times 10^{11} + 3.84\times 10^8} \approx k \frac{2\times 6.976\times 10^8}{1.49\times 10^{11}}$$

$$\text{得 } \frac{V_3}{V_1} = \frac{6.976\times 10^8 \times 3.84\times 10^8}{1.68\times 10^6 \times 1.49\times 10^{11}} = 1.070$$

$$\text{既 } V_3 = 1.070V_1$$

这就是说,在月球上看到太阳时的视觉大小与在地球上看到月球的视觉大小差不多,在地球上的太阳的平均视觉大小与月球的平均视觉大小差不多,与我们一般的视觉观察结果相一致。

综合上面的计算结果可知,当太阳、地球、月亮的中心大致在同一条直线上,且地球位于太阳和月球的中间时,月亮就会有完全进入地球的本影,而产生月全食。而如果月球始终只有部分为地球本影遮住时,即只有部分月亮进入地球的本影,就发生月偏食。由于在月球上地球的视觉大小大于太阳的视觉大小的近4倍,所以月球上并不会出现月环食。

4 其它相关方面的应用

下面应用提出的理论研究更多常见天体的视觉感知现象。

4.1 月亮和太阳的视觉大小的比较

我们可以用日常所观察的月亮和太阳的视觉大小,来验证公式(3)。已知:

$$\text{月亮半径 } R_1 = 1.68 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{月地距离 } d_1 = 3.84 \times 10^8 \text{ m}$$

$$\text{太阳半径 } R_2 = 6.976 \times 10^8 \text{ m}$$

$$\text{太阳与地球之间的距离 } d_2 = 1.49 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$\text{由 } V = k \cdot \frac{L}{d} = k \cdot \frac{2R}{d}$$

$$\text{得 } \frac{V_2}{V_1} = R_2 \cdot d_1 / (R_1 \cdot d_2) = \frac{6.976 \times 10^8 \times 3.84 \times 10^8}{1.68 \times 10^6 \times 1.49 \times 10^{11}} = 1.070$$

$$\text{既 } V_2 = 1.070V_1$$

这就是说,太阳的平均视觉大小(V_2)与月球的平均视觉大小(V_1)差不多,与我们一般的视觉观察结果相一致。

4.2 长城在太空中可见性问题的再次研究

前几年,能否从太空中看到长城一度成为了公众的热门话题。虽然相关专家就这个问题已经利用“人体眼睛分辨率原理^[2]”给出了合理的解释,但是利用本文的方法来解决这个问题更具有普遍性。

4.2.1 从月球上看到的长城大小

由上面知,假如我们在月球上观察,地球在人眼中的大小相当于我们眼中月球的3.81倍。设地球上某一物体的大小为 L ,当人在正对面观察该物体时,由公式(1)可知,该物体的

视觉大小为 $V_1 = \frac{L}{2R} \cdot V_2$,其中 R 是地球半径, V_2 为地球的视觉大小。又 $V_2 = 3.81V$, V 为

月球的视觉大小,可以得 $V_1 = \frac{L}{2R} \cdot V_2 = 3.81 \frac{L}{2R} \cdot V$ 。长城的平均宽度为6-7米左右,我们

取 $L=10\text{m}$ 代入上式,可得:

$$V_1 = 3.81 \times \frac{10}{1.28 \times 10^7} \times V = 2.98 \times 10^{-6} V$$

如果把月球的视觉大小看作 1m (这个值足够大,在最大控制范围内),则

$$V_1 = 2.98 \times 10^{-6} m。$$

人眼是无法分辨这么细小的物体的，故此无法从月球上用肉眼看到长城。

4.2.2 从太空中看长城的消失距离

为了方便理解，用“物体整体视知规律的初步研究^[3]”一文里的“物体的消失距离”的计算方法，来计算从太空中看长城时的长城的视觉消失距离。

宏观物体的视觉消失距离计算公式：

$$d = \frac{L}{2k_1} \quad (4)$$

长城的平均宽度不到 10 米，取 $L=10$ m，由公式（4）得长城的正常视觉消失距离为：

$$d = \frac{10}{2 \times 1.4544 \times 10^{-4}} m = 3.4377 \times 10^4 m$$

这就是说，在 35 公里的高度已经很难将长城分辨出来。所以别说在距离地球 384000 公里的月球上根本不可能看到长城，就连在 400 公里的一般航天器轨道高度来上也看不到长城。

4.3 七大行星视觉大小的计算

除地球以外，太阳系的七大行星为水星、金星、火星、木星、土星、天王星、海王星。它们的肉眼可见性很久以前就被实地观察证实，其中水星、金星、火星、木星、土星为史前用肉眼发现的大行星，天王星可以被受过特殊专业训练的人用肉眼看到，而海王星是肉眼看不到的大行星。至于为什么有些行星能用肉眼看到，而有的行星不能被肉眼看到，一直没有一种完整的理论能解释。利用“人眼睛的分辨率”^[2]理论能够解释物体在什么范围内能被肉眼看到，但是不能解物体在某一观察距离时“为什么看上去那么大”之类的问题。

利用本文远距离物体视觉感知规律的有关理论，可以定量地解决上面的问题。

为了计算方便，以天文单位 AU 来度量天体之间的距离，地球和太阳之间的距离为一个 AU；再以地球半径 r 作为天体的参考半径。下面来计算七大行星的视觉大小。

4.3.1 水星的视觉大小

已知水星为地内行星，到太阳的平均距离为 0.39AU，半径为 0.38r。则在地球上看到的水星的最大平均视觉大小为：

$$V_{\max} = k \cdot \frac{L}{d_{\max}} = \frac{2 \times 0.38r}{1 - 0.39} k = 1.25kr$$

水星的最小平均视觉大小为：

$$V_{\min} = k \cdot \frac{L}{d_{\min}} = \frac{2 \times 0.38r}{1 + 0.39} k = 0.54kr$$

上面的计算结果中 kr 是一个常量，不影响对所提问题的研究，具体数值将在以后的研究工作中取得。

4.3.2 火星的视觉大小

已知火星为地外行星，到太阳的平均距离为 1.5AU，半径为 0.54r，则在地球上看到的火星的最大平均视觉大小为：

$$V_{\max} = k \cdot \frac{L}{d_{\max}} = \frac{2 \times 0.54r}{1.5 - 1} k = 2.12kr$$

火星的最小平均视觉大小为：

$$V_{\min} = k \cdot \frac{L}{d_{\min}} = \frac{2 \times 0.54r}{1.5 + 1} k = 0.42kr$$

4.3.3 其它行星的视觉大小

参考上面的计算方法，我们可以得出其它行星的视觉大小，如下表所示：

表 1 七大行星的视觉大小表达式

行星	水星	金星	火星	木星	土星	天王星	海王星
到太阳距离 (AU)	0.39	0.72	1.5	5.2	9.5	19.2	30.1
天体半径	0.38	0.95	0.53	11	9.5	4	3.9
视觉大小 V_{\max}	1.25kr	6.8kr	2.12kr	5.20kr	2.23kr	0.44kr	0.27kr
视觉大小 V_{\min}	0.54kr	1.10kr	0.42kr	3.55kr	1.81kr	0.40kr	0.25kr

4.3.4 结论分析

上面这部分没有直接给出七大行星的视觉大小，因为视觉大小是一个不能直接测量的量。我们对太阳的视觉大小相当熟悉，虽然目前没有测出它的大小，可是以我们目测的感觉其值在 20cm 左右。考虑到误差情况，我们给太阳的视觉大小取一个足够大的初步估计区间 [10,50]，单位是厘米 (cm)，只要根据这个区间内的值就可以初步判断七大行星的肉眼可见性。下面我们先来计算太阳的视觉大小，然后以太阳视觉大小的估计值来推测七大行星的肉眼可见性。

1) 太阳的视觉大小

已知太阳半径为 109r，太阳与地球之间的平均距离为 1AU。

$$\text{由 } V = k \cdot \frac{L}{d} = k \cdot \frac{2R}{d}$$

在地球上看到的太阳的视觉大小

$$V = k \cdot \frac{2R}{d} = k \frac{2 \times 109r}{1} = 218kr$$

2) 七大行星的视觉大小估算

我们依据太阳的视觉大小估计值，可以得出如下表所示的七大行星的视觉大小估计值：

表 2 七大行星的视觉大小估算值

天体	太阳	水星	金星	火星	木星	土星	天王星	海王星	
V_{\max}	218kr	1.25kr	6.8kr	2.12kr	5.20kr	2.23kr	0.44kr	0.27kr	
V_{\min}	218kr	0.54kr	1.10kr	0.42kr	3.55kr	1.81kr	0.40kr	0.25kr	
估计值 (mm)	最大	500	2.87	15.6	4.86	11.93	5.11	1.01	0.62
	最小	100	0.25	0.5	0.19	1.63	0.83	0.18	0.11

通过上面的数据可以看出,水星、金星、火星、木星、土星五大行星在肉眼中的视觉大小都可以达到 2.87mm 以上,在正常人眼睛的分辨范围之内,可以很容易用肉眼看到。天王星在肉眼中的大小最大为 1.01mm,如果经过训练,也可以从浩瀚的天空中看到;海王星的在肉眼中表现的大小在 0.62mm 以下,这在广阔的天空里是不能用肉眼直接看到。

这些计算数据虽然有一定的估计性,但它给出了数值的足够大可能性区间,且所得结果与实际的观察结果^[1]相符合。所以,如果能进一步研究,得出一个精确的视觉常数 k ,这种研究成果将会有很大的科学价值。

4.4 远距离物体大小的测量

由前面第 1 部分的内容可以知道,如果我们能够利用那种指导思想设计出一个直接测量物体视觉大小的仪器,只要知道观察物体的离我们距离(L)或者物体的大小(以最大直径 d 度量)的一个量,就可以计算另外一个量。例如已知物体的大小,下面既为基于远距离物体视觉感知规律的物体大小测量公式:

$$d = k \cdot \frac{L}{V} \quad (5)$$

再看第 2 部分的那个例子,如果我们能精确地测量出天空飞机的视觉大小,根据公式就可以得出飞机的飞行高度。这个方法简单实用,比现代实际使用的高科技测量手段要节约很多成本,具有很大的实用价值。

5 结论

这个研究中提出的远距离物体视觉感知规律,初步解决与视觉大小有关的一系列问题,尤其是可以解释天文学方面一些常见的可见性问题的自然现象,指导人们更好地认识和利用自己的视觉系统。如果进一步研究,可用于指导计算机视觉成像仿真的研究,推动机器人视觉的智能化,得出一种简单的远距离物体测量方法。当然,这个研究课题还处于初始阶段,虽然得出了一系列有趣且实用的科学结论,但是有更加广大的空间值得深入研究,以期解决更多的问题和得到更好的实际应用效果。

致谢

在研究的过程中,得到了太原科技大学和天津农学院的大力支持,在此表示衷心的感谢。

[参考文献] (References)

- [1]孙广来,张鹏.天文学与观察方法[M].内蒙古:内蒙古人民出版社,2006.
- [2]姚泰.人体生理学[M].北京:人民卫生出版社,2001.
- [3]赵旭东,鲍振博.整体视觉感知规律的初步研究[OL]. [2008-4-21]. <http://www.paper.edu.cn>
- [4]人民教育出版社物理室.高中物理课本(第二册)[M],北京:人民教育出版社,2003.
- [5]王克长.《色觉检查图》[M].北京:人民卫生出版社出版,2004.
- [6]刘英林.正常人体学基础[M].北京:人民卫生出版社,2001.